

1. (4 poena) Izvesti ocenu greške Hermiteovog interpolacionog polinoma konstruisanog na osnovu podataka  $(x_i, f(x_i), f'(x_i)), i = 0, \dots, k$ .

2. (4 poena) Neka je podelom  $\Delta = \{a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b\}$  definisan prirodni kubni splajn  $S(x)$  koji interpolira funkciju  $f(x) \in C^2[a, b]$ . Dokazati da važi  $\int_a^b [S''(x)]^2 dx \leq \int_a^b [f''(x)]^2 dx$ . (Ukoliko se koriste neka pomoćna tvrđenja potrebno je i njih dokazati.)

3. (4 poena) Napisati izraz na trigonometrijski polinom stepena  $m$  koji u smislu metode najmanjih kvadrata najbolje aproksimira funkciju  $f(x)$  na segmentu  $(0, 2\pi]$  koja je zadata svojim vrednostima  $f(x_i)$  na skupu tačaka  $x_i \in (0, 2\pi], i = 1, 2, \dots, n$ . Na koji način se dobija ovaj polinom?

4. (3 poena) U prostoru  $C^1(0, \pi)$  definisani su skalarni proizvod i norma

$$(f, g) = \int_0^\pi (f(x)g(x) + f'(x)g'(x))dx, \quad \|f\| = \sqrt{(f, f)}.$$

Naći polinom  $p_n \in \mathcal{P}$  takav da je  $\|\sin(x) - p_n(x)\| = \inf_{p \in \mathcal{P}} \|\sin(x) - p(x)\|$ , gde je  $\mathcal{P}$  skup polinoma stepena ne većih od jedan.

1. (4 poena) Izvesti ocenu greške Hermiteovog interpolacionog polinoma konstruisanog na osnovu podataka  $(x_i, f(x_i), f'(x_i)), i = 0, \dots, k$ .

2. (4 poena) Neka je podelom  $\Delta = \{a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b\}$  definisan prirodni kubni splajn  $S(x)$  koji interpolira funkciju  $f(x) \in C^2[a, b]$ . Dokazati da važi  $\int_a^b [S''(x)]^2 dx \leq \int_a^b [f''(x)]^2 dx$ . (Ukoliko se koriste neka pomoćna tvrđenja potrebno je i njih dokazati.)

3. (4 poena) Napisati izraz na trigonometrijski polinom stepena  $m$  koji u smislu metode najmanjih kvadrata najbolje aproksimira funkciju  $f(x)$  na segmentu  $(0, 2\pi]$  koja je zadata svojim vrednostima  $f(x_i)$  na skupu tačaka  $x_i \in (0, 2\pi], i = 1, 2, \dots, n$ . Na koji način se dobija ovaj polinom?

4. (3 poena) U prostoru  $C^1(0, \pi)$  definisani su skalarni proizvod i norma

$$(f, g) = \int_0^\pi (f(x)g(x) + f'(x)g'(x))dx, \quad \|f\| = \sqrt{(f, f)}.$$

Naći polinom  $p_n \in \mathcal{P}$  takav da je  $\|\sin(x) - p_n(x)\| = \inf_{p \in \mathcal{P}} \|\sin(x) - p(x)\|$ , gde je  $\mathcal{P}$  skup polinoma stepena ne većih od jedan.

1. (4 poena) Izvesti ocenu greške Hermiteovog interpolacionog polinoma konstruisanog na osnovu podataka  $(x_i, f(x_i), f'(x_i)), i = 0, \dots, k$ .

2. (4 poena) Neka je podelom  $\Delta = \{a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b\}$  definisan prirodni kubni splajn  $S(x)$  koji interpolira funkciju  $f(x) \in C^2[a, b]$ . Dokazati da važi  $\int_a^b [S''(x)]^2 dx \leq \int_a^b [f''(x)]^2 dx$ . (Ukoliko se koriste neka pomoćna tvrđenja potrebno je i njih dokazati.)

3. (4 poena) Napisati izraz na trigonometrijski polinom stepena  $m$  koji u smislu metode najmanjih kvadrata najbolje aproksimira funkciju  $f(x)$  na segmentu  $(0, 2\pi]$  koja je zadata svojim vrednostima  $f(x_i)$  na skupu tačaka  $x_i \in (0, 2\pi], i = 1, 2, \dots, n$ . Na koji način se dobija ovaj polinom?

4. (3 poena) U prostoru  $C^1(0, \pi)$  definisani su skalarni proizvod i norma

$$(f, g) = \int_0^\pi (f(x)g(x) + f'(x)g'(x))dx, \quad \|f\| = \sqrt{(f, f)}.$$

Naći polinom  $p_n \in \mathcal{P}$  takav da je  $\|\sin(x) - p_n(x)\| = \inf_{p \in \mathcal{P}} \|\sin(x) - p(x)\|$ , gde je  $\mathcal{P}$  skup polinoma stepena ne većih od jedan.

1.

2.

3.