Numerička Analiza 1a - MATLAB kolokvijum 16.1.2014.

1. (6) Napisati MATLAB funkciju `function [P, H] = hholder(T)` koja za zadati vektor koordinata tačke T određuje tačku P na pozitivnom delu x-ose tako da bude $\| \overrightarrow{r_T} \| = \| \overrightarrow{r_P} \|$ gde su $\overrightarrow{r_T}$ i $\overrightarrow{r_P}$ radijus vektori tacaka T i P. Funkcija vraca vektor koordinata tačke P kao i odgovarajuću Householderovu matricu H koja će vektor $\overrightarrow{r_T}$ preslikati u vektor $\overrightarrow{r_P}$.

2. (10) Napisati MATLAB funkciju `function [X, w] = relax(A,b,tol)` koja iz skupa $\{0.1, 0.2, ..., 1.8, 1.9\}$ određuje optimalnu vrednost parametra w za koje najbrže konvergira relaksaciona metoda za rešavanje sistema linearnih jednačina $Ax = b$ sa tačnošću tol. Argumenti funkcije su matrica sistema A, vektor desne strane b i tolerancija tol. Kao rezultat funkcija vraća rešenje sistema X i optimalno w. Za početnu aproksimaciju vektora X uzeti vektor $[1, 0, ..., 0]^T$. Nacrtati grafik brzine konvergencije metode (izraženo brojem iteracija) u zavisnosti od parametra w.

3. (7) Ugradjena MATLAB funkcija $expm(A)$ određuje eksponent matrice A, $expm(A) = e^A$. Napisati funkciju `function expA = treci(A)` koja oponaša rad ove ugradjene funkcije koristeći sledeće činjenice:

Teorema: Za dijagonalnu matricu $D = \begin{pmatrix} d_1 & 0 & ... & 0 \\ 0 & d_2 & ... & 0 \\ ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & ... & d_n \end{pmatrix}$, važi da je: $e^D = \begin{pmatrix} e^{d_1} & 0 & ... & 0 \\ 0 & e^{d_2} & ... & 0 \\ ... & ... & ... & ... \\ 0 & 0 & ... & e^{d_n} \end{pmatrix}$

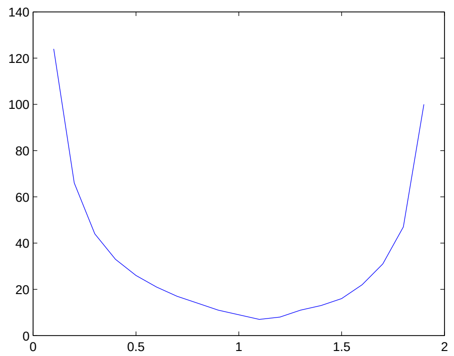
Teorema: Ako su matrice A i D slične, tj. ako postoji regularna matrica P tako da je $A = P^{-1}DP$ tada je $e^A = P^{-1}e^DP$

Može se pretpostaviti da će uneta matrica biti dijagonalizibilna. Dijagonalizaciju vršiti QR algoritmom, pri čemu je za rastavljanje matrice na proizvod unitarne i gornje-trougaone DOZVOLJENO korišćenje ugrađene MATLAB funkcije qr(). Kriterijum zaustavljanja QR metode bazirati na vrednosti $\epsilon = 10^{-16}$.

4. (7) Napisati MATLAB funkciju `function [Lmin, Lmax] = prvektor(A,tol)` koja metodom proizvoljnog vektora sa tačnošću tol određuje najveću i najmanju po veličini modula sopstvenu vrednost matrice A.

```
1.
>> [P,H] = hholder([4 3 1])
P =
    5.0990
    0.0000
   -0.0000
H =
    0.7845    0.5883    0.1961
    0.5883   -0.8060    0.0647
    0.1961    0.0647   -0.9784
```

```
2.
>> A=[4 -1 0 2;-1 10 2 -1;0 2 7 -1;2 -1 -1 5]
>> b=[7 -10 4 7]'
>> [X,w]=relax(A,b,1e-4)
X =
    1.0000
   -1.0000
    1.0000
    1.0000
w =
    1.1000
```




```
3.
>> a=[2 1 1;1 2 1;1 1 3];
>> expA=treci(a)
expA =
   23.2341   20.5159   27.4830
   20.5159   23.2341   27.4830
   27.4830   27.4830   43.7500
```

```
4.
>> a=[2 5 4;1 4 1;5 1 4];
>> [Lmax,Lmin]=prvektor(a,1e-4)
Lmax =
    8.7860
Lmin =
   -1.6369
```