

Thursday, January 13, 2022

1:58 PM

Bacamo kockicu. Kolika je verovatnoća da dobijemo broj koji je deljiv sa 2 ili 3?

A - broj deljiv sa 2 (2, 4, 6)  $P(A) = \frac{3}{6}$

B - broj deljiv sa 3 (3, 6)  $P(B) = \frac{2}{6}$

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB)$  (iz def. uslovne verovatnoće)

$AB$  - desio se i A i B (6)  $P(AB) = \frac{1}{6}$

$$P(A \cup B) = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

U poslednjih 10 godina belezena je temperatura i broj dana sa padavinama u martu za Beograd.

Dobijeni su sledeći podaci: 105 dana sa padavinama, 135 dana je bilo hladno i 53 dana je bilo hladno sa padavinama. Kolika je verovatnoća da je:

- Dan ili hladan ili sa padavinama
- Dan bez padavina i hladan
- Dan sa padavinama koji nije hladan
- Dan bez padavina i nije hladan.

10 godina · 31 dan u martu = 310 dana (ukupno)

A - dan sa padavinama (105 od 310)  $\Rightarrow P(A) = \frac{105}{310}$

B - hladan dan (135 od 310)  $\Rightarrow P(B) = \frac{135}{310}$

$AB$  - hladan dan sa padavinama (53 od 310)  $\Rightarrow P(AB) = \frac{53}{310}$

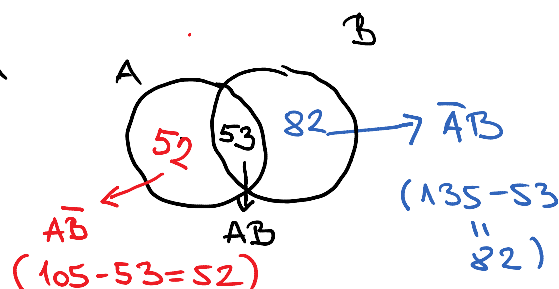
a)  $A \cup B$  - ili hladan ili sa padavinama

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(AB) = \frac{105}{310} + \frac{135}{310} - \frac{53}{310} = \frac{187}{310}$$

b)  $\bar{A}$  - dan bez padavina (suprotan događaj)

$\bar{A} \cap B$  - hladan i bez padavina

$$P(\bar{A} \cap B) = \frac{82}{310}$$



c)  $\bar{B}$  - nije hladan

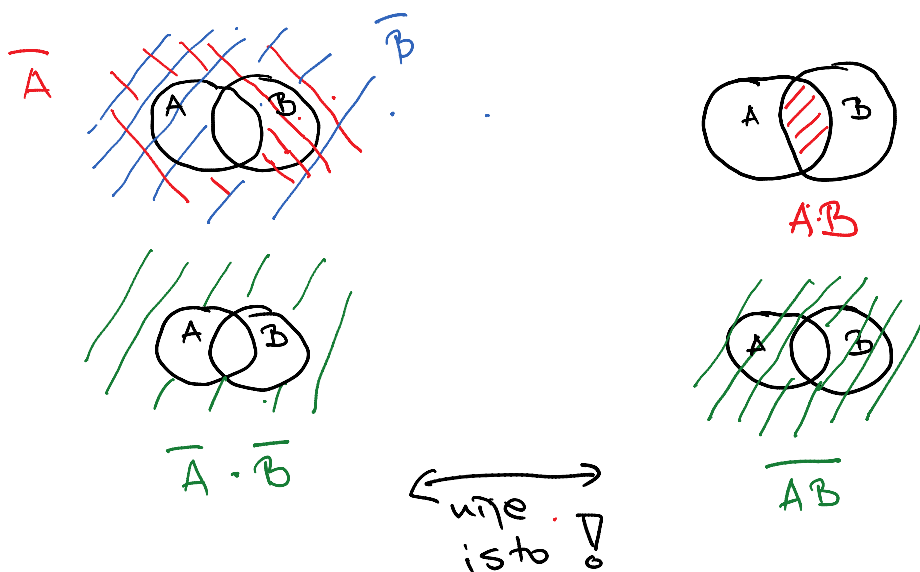
$A\bar{B}$  - nije hladan sa padavinama

$$P(A\bar{B}) = \frac{52}{310}$$

d)  $\bar{A} \cdot \bar{B}$  - nije hladan i bez padavina

Važno:  $\bar{A} \cdot \bar{B} \neq \overline{A \cdot B}$

(ako se nije desio A i nije desio B to NIJE ISTO kao i da se nije desilo istovremeno i A i B)



Važi:  $\overline{A \cdot B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$

(zato i iz srednje škole:  $\neg(A \wedge B) = \neg A \vee \neg B$ )

$$\begin{aligned} P(\bar{A} \cdot \bar{B}) &= P(\overline{A \cdot B}) = 1 - P(A \cdot B) \\ &= 1 - \frac{187}{310} = \frac{123}{310} \end{aligned}$$

↑  
deo zadatka pod a)

Student zna 20 od 25 pitanja. Izvlaci cedulju sa 3 pitanja. Naci verovatnocu da zna sva 3 pitanja.

## I način :

Ukupno broj svih mogućih ishoda:  $\binom{25}{3}$  - kombinacija bez ponavljanja (od 25 biva 3)

Broj povoljnih ishoda:  $\binom{20}{3} \cdot \binom{5}{0}$

od 20 pitanja koje zna izvlači 3

od 5 pitanja koje ne zna nije izvlači ni jedno

A - zna sva 3 pitanja

$$P(A) = \frac{\binom{20}{3} \cdot \binom{5}{0}}{\binom{25}{3}} = \frac{20 \cdot 19 \cdot 18}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot \frac{5!}{0! \cdot 5!} \approx 0.496$$

$0! = 1$   
sve ovo je 1

Napomena:  $\binom{5}{0} = 1$  i nije ni moralo da se u ovom slučaju piše. Napisala sam samo da skrenem pažnju na princip. (upr. da je znao 2 od 3 kako će se raditi)

## II način :

A - zna prvo izvučeno pitanje

B - -||- drugo -||-

C - -||- treće -||-

S - zna sva tri

$$P(S) = P(A) \cdot P(B|A) \cdot P(C|AB) = \frac{20}{25} \cdot \frac{19}{24} \cdot \frac{18}{23} \approx 0.496$$

↓  
zna prvo  
(od 25 ponudilo 20)

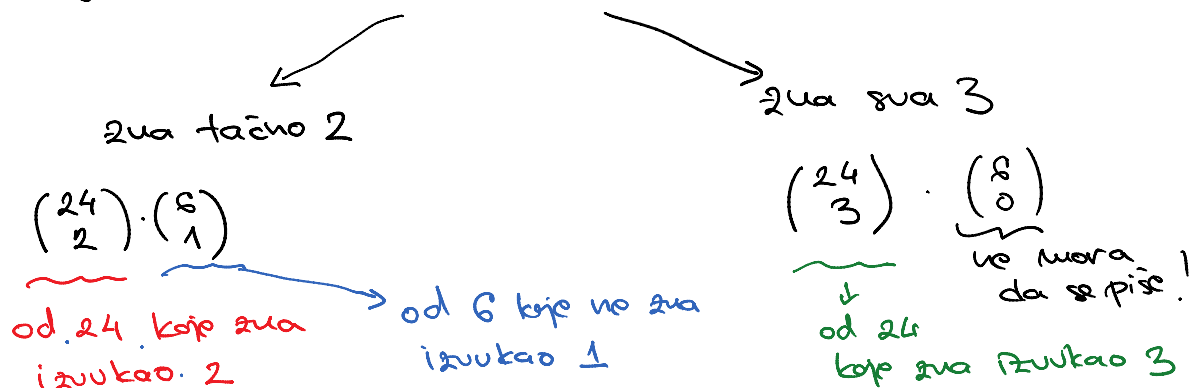
↓  
ako je znao prvo zna i drugo  
(ostalo je 24 ukupnih a 19 povoljnih)

↓  
zna i treće ako je znao prva dva (ostalo je 23 ukupno a 18 koje zna)  
ne morate računati, dovoljno je da ostavite  $\frac{20 \cdot 19 \cdot 18}{25 \cdot 24 \cdot 23}$

Student je od 30 pitanja naučio 24. Na ispitu se dobijaju 3 pitanja. Kolika je verovatnoca da ce znati najmanje 2 pitanja?

$$\text{Ukupno ishoda: } \binom{30}{3} = \frac{30!}{3!(30-3)!} = \frac{30 \cdot 29 \cdot 28}{3 \cdot 2 \cdot 1}$$

Povoljni ishodi: zna najmanje 2



A - zna bar 2 pitanja

$$P(A) = P(\text{zna 2}) + P(\text{zna 3}) = \frac{\binom{24}{2} \binom{6}{1}}{\binom{30}{3}} + \frac{\binom{24}{3}}{\binom{30}{3}} \approx 0.96$$

ili zna 2 ili zna 3

dovoljno je da ostavite rezultat ovako

Na ispit je izaslo 60% studenata koji ispit polazu prvi put i 40% ostalih. Verovatnoca da ce sudent koji polaze prvi put poloziti je 0.3, a za ostale je 0.4. Odrediti verovatnocu da ce slucajno izabrani student poloziti ispit.

$H_1$  - izabrani student polaze I put  $\Rightarrow P(H_1) = 0.6$  (60%)

$H_2$  - -||- više puta  $\Rightarrow P(H_2) = 0.4$  (40%)

A - izabrani student položio ispit

Ovo je formula potpune verovatnoće. Traži se vru. događaja A koji se dešava na kon  $H_1$  i  $H_2$ .

$$P(A) = P(H_1) \cdot P(A|H_1) + P(H_2) \cdot P(A|H_2) = 0.6 \cdot 0.3 + 0.4 \cdot 0.4 = 0.34$$

0.3  $\rightarrow$  iz testa zadatka  $\leftarrow$  0.4

Baca se kocka. Ako padne broj 1 ili 6 uzima se kuglica iz prve kutije, a u suprotnom iz druge kutije. Prva kutija sadrži 3 crne, 2 bele i 1 zelenu kuglicu a druga kutija 4 bele i 2 zelene.

- a) Naci verovatnocu da je izvucena kuglica bela.
- b) Naci verovatnocu da ako je izvucena bela kuglica da je ona iz prve kutije.

$H_1$  - izabrana I kutija ( $\Leftrightarrow$  pala 1 ili 6)  $\Rightarrow P(H_1) = \frac{2}{6}$

$H_2$  - -II- II kutija ( $\Leftrightarrow$  palo 2,3,4 ili 5)  $\Rightarrow P(H_2) = \frac{4}{6}$

A - izvucena bela kuglica



a) Formula potpune vec.  $P(A) = ?$

$$P(A) = P(H_1) \cdot P(A|H_1) + P(H_2) \cdot P(A|H_2)$$

$$P(A|H_1) = \frac{2}{6}$$

$\hookrightarrow$  ver. da je bela izvucena iz prve kutije  
6 kuglica u prvoj, 2 bele

$$P(A|H_2) = \frac{4}{6}$$

$\hookrightarrow$  ver. da je bela iz II kutije (6 kuglica, 4 bele)

$$P(A) = \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{6} + \frac{4}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{5}{9}$$

b) Bayesova formula

$$P(H_1|A) = \frac{P(H_1) \cdot P(A|H_1)}{P(H_1) \cdot P(A|H_1) + P(H_2) \cdot P(A|H_2)} = \frac{P(H_1) \cdot P(A|H_1)}{P(A)} = \frac{1}{5}$$

$\swarrow$   
vec izracunato a)