

Ime i prezime: _____

Broj indeksa: _____

Broj poena:

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ

1. (1p.) Ako su $z, z_1, z_2 \in \mathbb{C}$, zaokruziti **sva** tvrđenja koja su tačna:

(a) $|z| = \sqrt{z \cdot \bar{z}}$

(b) $Re(z) = \frac{z - \bar{z}}{2}$

(c) $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$

(d) $\overline{z_1 - z_2} = \bar{z}_1 - \bar{z}_2$

2. (1p.) Da li je skup svih vektora $v \in \mathbb{R}^n$ takvih da je $\|v\| = 1$ podprostor od \mathbb{R}^n ? Obrazložiti odgovor.

3. (1p.) Neka je matrica A dimenzije 5×3 , matrica B dimenzije 3×3 , matrica C dimenzije 3×2 i matrice D i E dimenzija 2×1 . Zaokružiti koji od sledećih izraza jesu dobro definisani i upisati pored koje dimenzije je rezultat.

(a) A^6

(b) AB^{-1}

(c) $ACDE$

(d) $CD + CE$

(e) $BA^T A$

4. (2p.) Zaokruziti **sva** tvrđenja koja su tačna:

(a) Ako je funkcija $f(x, y)$ neprekidna u nekoj tački, onda je ona i diferencijabilna u toj tački.

(b) Ako je $f(x, y)$ funkcija dve promenljive takva da postoje svi parcijalni izvodi i neprekidni su, onda važi $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$.

(c) Svaka funkcija $f(x, y)$ dve promenljive ima ili globalni minimum ili globalni maksimum.

(d) Ako su $f(x, y)$ i $g(x, y)$ dve funkcije i $(2, 3, 3)$ kritična tačka za funkciju $F(x, y, \lambda) = f(x, y) + \lambda g(x, y)$, onda je $(2, 3)$ rešenje Lagranžove jednačine za ekstremizaciju funkcije $f(x, y)$ pri uslovu $g(x, y) = 0$.

5. (1p.) Navesti definiciju konvergencije na intervalu funkcionalnog reda.

6. (1p.) Neka je $f : A \rightarrow \mathbb{R}$, $A = [1, 3] \times [0, 4]$ neprekidna funkcija. Formulirati Fubinijevu teoremu.

7. (1p.) Navesti definiciju tangentne ravni površi S kroz tačku $M \in S$.

8. (2p.) Za svaku diferencijalnu jednačinu napisati kog je reda i da li je linearna ili ne.

(a) $y'' \sin(t) + (1 - t^2)y' + \cos(t)y = 0$

(b) $y'' + (y')^3 + y = 0$

(c) $\ln(t) \frac{d^2y}{dt^2} + 3e^t \frac{dy}{dt} - y \sin(t) = 0$

(d) $\frac{d^3y}{dt^3} + (t^2 - 1) \frac{dy}{dt} + \cos(t) = 0$

Ime i prezime: _____

Broj indeksa: _____

Broj poena:

1	2	3	4	5	6	7	8	Σ

1. (1p.) Ako su $z, z_1, z_2 \in \mathbb{C}$, zaokruziti **sva** tvrđenja koja su tačna:

(a) $|z| = z \cdot \bar{z}$

(b) $Re(z) = \frac{z+\bar{z}}{2}$

(c) $|z_1 - z_2| = |z_1| - |z_2|$

(d) $\overline{z_1 + z_2} = \bar{z}_1 + \bar{z}_2$

2. (1p.) Da li je skup svih vektora $v \in \mathbb{R}^n$ takvih da je $\|v\| = 2$ podprostor od \mathbb{R}^n ? Obrazložiti odgovor.

3. (1p.) Neka je matrica A dimenzije 5×3 , matrica B dimenzije 3×3 , matrica C dimenzije 3×2 i matrice D i E dimenzija 2×1 . Zaokružiti koji od sledećih izraza jesu dobro definisani i upisati pored koje dimenzije je rezultat.

(a) B^4

(b) $B^{-1}C$

(c) $ABCD$

(d) $AB + AC$

(e) $C^T B A^T$

4. (2p.) Zaokruziti **sva** tvrđenja koja su tačna:

(a) Ako je funkcija $f(x, y)$ diferencijabilna u nekoj tački, onda je ona i neprekidna u toj tački.

(b) Ako je $f(x, y)$ funkcija dve promenljive takva da postoje svi parcijalni izvodi i neprekidni su, onda važi $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$.

(c) Svaka glatka funkcija $f(x, y)$ koja ima globalni minimum ima i globalni maksimum.

(d) Ako su $f(x, y)$ i $g(x, y)$ dve funkcije i $(3, 2, 3)$ kritična tačka za funkciju $F(x, y, \lambda) = f(x, y) + \lambda g(x, y)$, onda je $(3, 2)$ rešenje Lagranžove jednačine za ekstremizaciju funkcije $f(x, y)$ pri uslovu $g(x, y) = 0$.

5. (1p.) Navesti definiciju uniformne konvergencije na intervalu funkcionalnog reda.

6. (1p.) Neka je $f : A \rightarrow \mathbb{R}$, $A = [0, 4] \times [1, 3]$ neprekidna funkcija. Formulirati Fubinijevu teoremu.

7. (1p.) Navesti definiciju normale površi S u tački $M \in S$.

8. (2p.) Za svaku diferencijalnu jednačinu napisati kog je reda i da li je linearna ili ne.

(a) $y''' + \sin(t)y = (t^2 - t)y' - e^t y''$

(b) $(y'')^2 = y^5 - y' y'''$

(c) $\left(\frac{d^2 y}{dt^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^3 + y^3 = t^3$

(d) $(1 + y) \sin^2(t) + \left(\frac{d^3 y}{dt^3} + y\right) \cos^2(t) = 1$