MATEMATIKA 2 - TEORIJA G1 - 24.01.2017.

Ime i prezime:____________________________
Broj indeksa: ____________________________

Broj poena:

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | $\sum$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | |

**1. (2p.)** Zaokruziti **sva** tvrđenja koja su tačna:

(a) Grinova teorema može da se primeni za krivu $C$ koja je prava linija između tačaka $(0,0,0)$ i $(1,2,3)$.

(b) Dužina krive $\vec{r}\,(t) = (t, \sin(t)), t \in [0, 2\pi]$ je $\int_0^{2\pi} \sqrt{1+\cos^2(t)}dt$.

(c) Uređena trojka $(a, -\frac{\pi}{2}, 0), a > 0$ u cilindričnim koordinatama predstavlja negativan deo $y$-ose.

(d) Rektificijabilna kriva se definiše kao kriva koja je otvorena i nema samopresecajućih tačaka.

Rešenje: Tačni odgovori su b i c

**2. (1p.)** Neka je $S$ ograničena, glatka, dvostrana površ sa deo-po-deo glatkom granicom $C$. Neka su $P, Q, R : S \to \mathbb{R}$ neprekidne i imaju neprekidne parcijalne izvode. Navesti Stoksovu formulu.

Rešenje:
$$\oint_C Pdx + Qdy + Rdz = \int\int_S (\frac{\partial R}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial z})dydz + (\frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial R}{\partial x})dzdx + (\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y})dxdy$$

**3. (2p.)** Za svaku diferencijalnu jednačinu napisati kog je reda i da li je linearna ili ne.

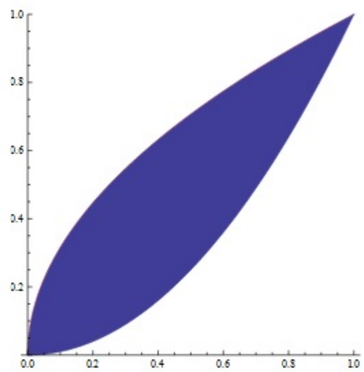
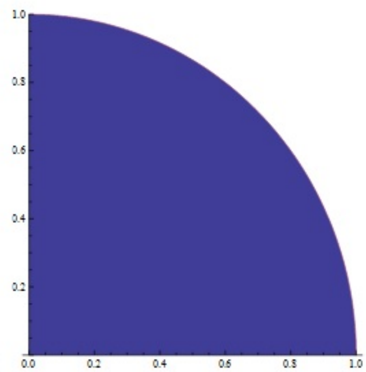
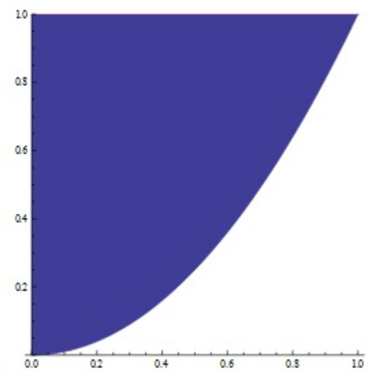
(a) $y''' + \sin(t)y = (t^2 - t)y' - e^t y''$ - red 3, linearna

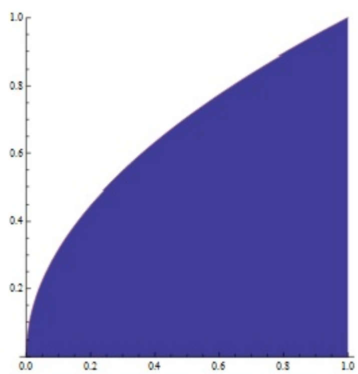
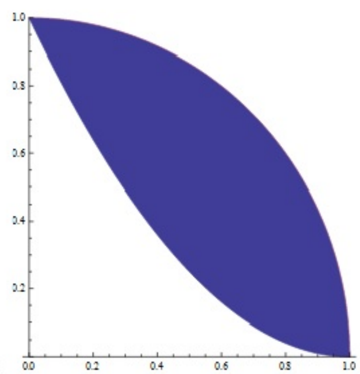
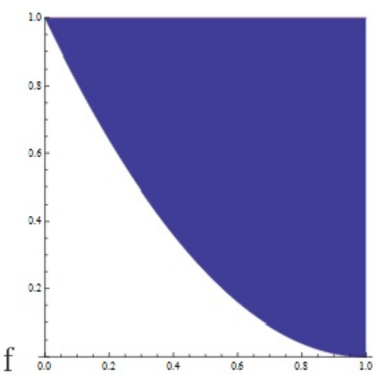
(b) $y'' + (y')^3 + y = 0$ - red 2, nije linearna

(c) $\ln(t)\frac{d^2y}{dt^2} + 3e^t\frac{dy}{dt} - y\sin(t) = 0$ - red 2, linearna

(d) $(1+y)\sin^2(t) + (\frac{d^3y}{dt^3} + y)\cos^2(t) = 1$ - red 3, linearna

**4. (2p.)** Povezati dvostruke integrale sa zatamnjenim oblastima nad kojima se vrši integracija funkcije $f$. Upisati slovo a, b, c, d, e, f ili 'ni jedan od navedenih' u tabelu.

a 
b 
c 

d 
e 
f 

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\int_0^1 \int_{y^2}^1 f(x,y)dxdy$ | d | $\int_0^1 \int_{x^2}^{\sqrt{x}} f(x,y)dydx$ | a |
| $\int_0^1 \int_{(1-x)^2}^1 f(x,y)dxdy$ | XXX | $\int_0^1 \int_{(1-x)^2}^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dydx$ | e |
| $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{y}} f(x,y)dydx$ | XXX | $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dxdy$ | XXX |

**5. (1p.)** Navesti opšti oblik nehomogene linearne parcijalne diferencijalne jednačine funkcije 3 promenjive.

Rešenje:

$$f_1(x_1,x_2,x_3)\frac{\partial y}{\partial x_1} + f_2(x_1,x_2,x_3)\frac{\partial y}{\partial x_2} + f_3(x_1,x_2,x_3)\frac{\partial y}{\partial x_3} = f_4(x_1,x_2,x_3)$$

**6. (2p.)** Dokazati Bajesovu formulu.

MATEMATIKA 2 - TEORIJA G2 - 24.01.2017.

Ime i prezime:______________________________
Broj indeksa: ______________________________

Broj poena:

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | $\sum$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | |

**1. (2p.)** Zaokruziti **sva** tvrđenja koja su tačna:

(a) Grinova teorema može da se primeni za zatvorenu krivu $C$ datu parametrizacijom $\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$.

(b) Dužina krive $\vec{r}(t) = (t, \cos(t)), t \in [0, 2\pi]$ je $\int_0^{2\pi} \sqrt{1+\sin^2(t)}dt$.

(c) Uređena trojka $(a, \pi, 0), a > 0$ u cilindričnim koordinatama predstavlja negativan deo $x$-ose.

(d) Rektificijabilna kriva se definiše kao kriva koja je zatvorena i nema samopresecajućih tačaka.

Rešenje: Tačni odgovori su b i c

**2. (1p.)** Neka je $V \subseteq \mathbb{R}^3$ zatvorena oblast ograničena deo-po-deo glatkim površima. Neka su $P, Q, R : V \to \mathbb{R}$ neprekidne funkcije sa neprekidnim parcijalnim izvodima. Navesti formulu Gausa-Ostrogradskog.

Rešenje:

$\int\int_S (Pcos\alpha + Qcos\beta + Rcos\gamma)dS = \int\int\int_V (\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z})dxdydz$
ili
$\int\int_S Pdydz + Qdzdx + Rdxdy = \int\int\int_V (\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z})dxdydz$

**3. (2p.)** Za svaku diferencijalnu jednačinu napisati kog je reda i da li je linearna ili ne.

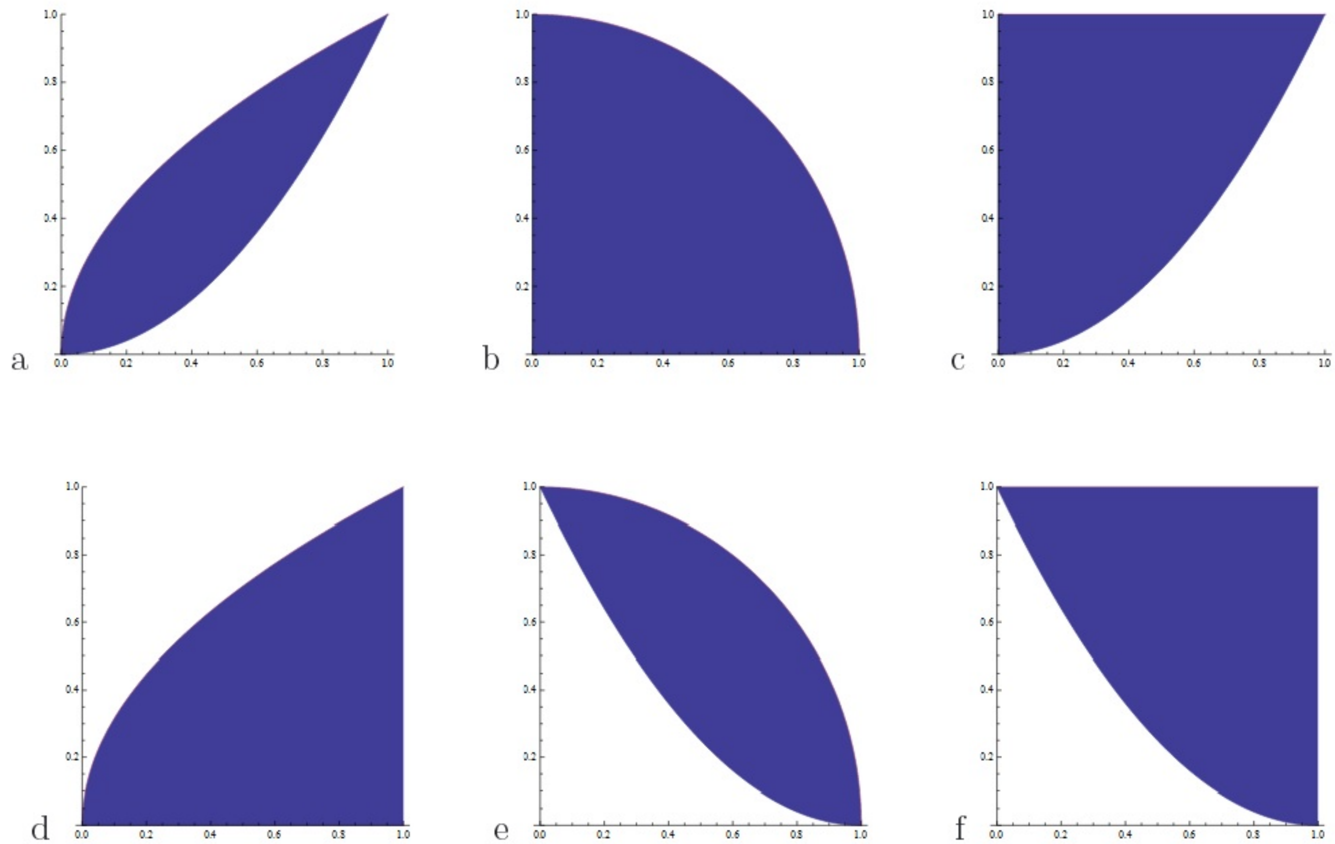
(a) $y'' \sin(t) + (1-t^2)y' + \cos(t)y = 0$ - red 2, linearna

(b) $(y'')^2 = y^5 - y'y'''$ - red 3, nije linearna

(c) $(\frac{d^2y}{dt^2})^3 + (\frac{dy}{dt})^3 + y^3 = t^3$ - red 2, nije linearna

(d) $\frac{d^3y}{dt^3} + (t^2-1)\frac{dy}{dt} + \cos(t) = 0$ - red 3, linearna

**4. (2p.)** Povezati dvostruke integrale sa zatamnjenim oblastima nad kojima se vrši integracija funkcije $f$. Upisati slovo a, b, c, d, e, f ili 'ni jedan od navedenih' u tabelu.




| | | | |
|---|---|---|---|
| $\int\limits_0^1 \int\limits_{(1-x)^2}^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dxdy$ | XXX | $\int\limits_0^1 \int\limits_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dydx$ | b |
| $\int\limits_0^1 \int\limits_{y^2}^1 f(x,y)dxdy$ | XXX | $\int\limits_0^1 \int\limits_{x^2}^{\sqrt{x}} f(x,y)dxdy$ | XXX |
| $\int\limits_0^1 \int\limits_0^{\sqrt{y}} f(x,y)dxdy$ | c | $\int\limits_0^1 \int\limits_{(1-x)^2}^1 f(x,y)dydx$ | f |

**5. (1p.)** Navesti opšti oblik homogene linearne parcijalne diferencijalne jednačine funkcije 3 promenjive.

Rešenje:
$f_1(x_1,x_2,x_3)\frac{\partial y}{\partial x_1} + f_2(x_1,x_2,x_3)\frac{\partial y}{\partial x_2} + f_3(x_1,x_2,x_3)\frac{\partial y}{\partial x_3} = 0$

**6. (2p.)** Ako su $X$ i $Y$ nezavisne slučajne promenljive onda je $D(X+Y) = D(X) + D(Y)$. Dokazati.