

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Broj indeksa: \_\_\_\_\_

Broj poena:

|   |   |   |   |   |   |          |
|---|---|---|---|---|---|----------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | $\Sigma$ |
|   |   |   |   |   |   |          |

**1. (2p.)** Zaokruziti **sva** tvrđenja koja su tačna:

(a) Grinova teorema može da se primeni za krivu  $C$  koja je prava linija između tačaka  $(0, 0, 0)$  i  $(1, 2, 3)$ .

(b) Dužina krive  $\vec{r}(t) = (t, \sin(t)), t \in [0, 2\pi]$  je  $\int_0^{2\pi} \sqrt{1 + \cos^2(t)} dt$ .

(c) Uređena trojka  $(a, -\frac{\pi}{2}, 0), a > 0$  u cilindričnim koordinatama predstavlja negativan deo  $y$ -ose.

(d) Rektificabilna kriva se definiše kao kriva koja je otvorena i nema samopresecajućih tačaka.

**2. (1p.)** Neka je  $S$  ograničena, glatka, dvostrana površ sa deo-po-deo glatkom granicom  $C$ . Neka su  $P, Q, R : S \rightarrow \mathbb{R}$  neprekidne i imaju neprekidne parcijalne izvode. Navesti Stoksovu formulu.

**3. (2p.)** Za svaku diferencijalnu jednačinu napisati kog je reda i da li je linearna ili ne.

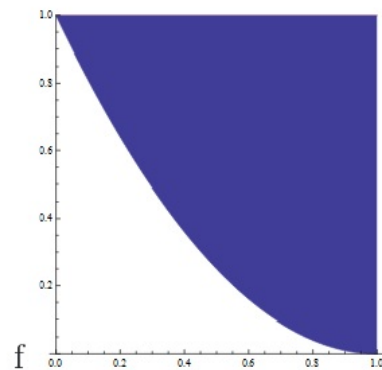
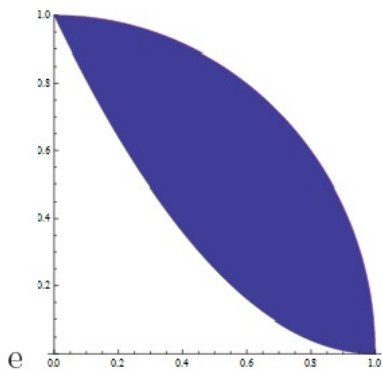
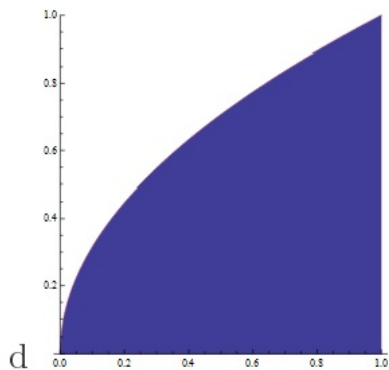
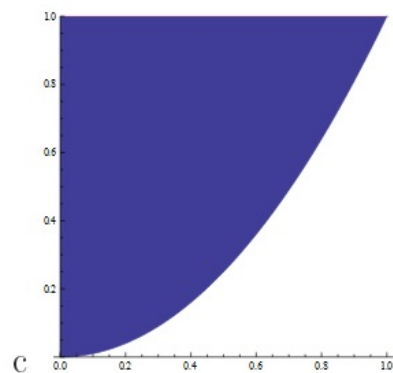
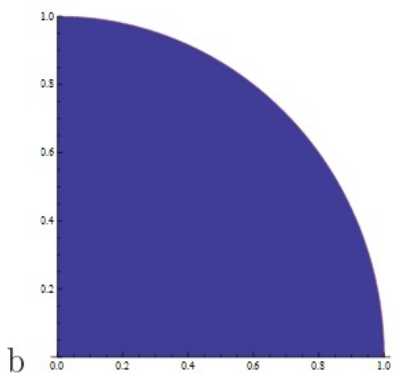
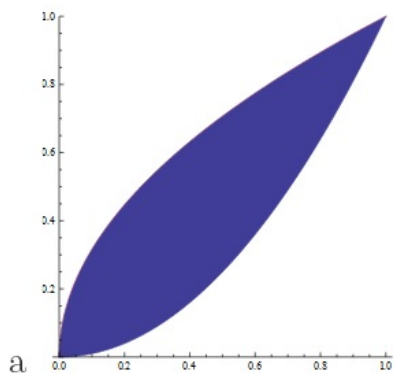
(a)  $y''' + \sin(t)y = (t^2 - t)y' - e^t y''$

(b)  $y'' + (y')^3 + y = 0$

(c)  $\ln(t) \frac{d^2 y}{dt^2} + 3e^t \frac{dy}{dt} - y \sin(t) = 0$

(d)  $(1 + y) \sin^2(t) + (\frac{d^3 y}{dt^3} + y) \cos^2(t) = 1$

4. (2p.) Povezati dvostruke integrale sa zatamnjenim oblastima nad kojima se vrši integracija funkcije  $f$ . Upisati slovo a, b, c, d, e, f ili 'ni jedan od navedenih' u tabelu.



|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
| $\int_0^1 \int_{y^2}^1 f(x, y) dx dy$      |  | $\int_0^1 \int_{x^2}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy dx$         |  |
| $\int_0^1 \int_{(1-x)^2}^1 f(x, y) dx dy$  |  | $\int_0^1 \int_{(1-x)^2}^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dy dx$ |  |
| $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{y}} f(x, y) dy dx$ |  | $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x, y) dx dy$         |  |

5. (1p.) Navesti opšti oblik nehomogene linearne parcijalne diferencijalne jednačine funkcije 3 promenjive.

6. (2p.) Dokazati Bajesovu formulu.

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Broj indeksa: \_\_\_\_\_

Broj poena:

|   |   |   |   |   |   |          |
|---|---|---|---|---|---|----------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | $\Sigma$ |
|   |   |   |   |   |   |          |

**1. (2p.)** Zaokruziti **sva** tvrđenja koja su tačna:

(a) Grinova teorema može da se primeni za zatvorenu krivu  $C$  datu parametrizacijom  $\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$ .

(b) Dužina krive  $\vec{r}(t) = (t, \cos(t)), t \in [0, 2\pi]$  je  $\int_0^{2\pi} \sqrt{1 + \sin^2(t)} dt$ .

(c) Uređena trojka  $(a, \pi, 0), a > 0$  u cilindričnim koordinatama predstavlja negativan deo  $x$ -ose.

(d) Rektificijabilna kriva se definiše kao kriva koja je zatvorena i nema samopresecajućih tačaka.

**2. (1p.)** Neka je  $V \subseteq \mathbb{R}^3$  zatvorena oblast ograničena deo-po-deo glatkim površima. Neka su  $P, Q, R : V \rightarrow \mathbb{R}$  neprekidne funkcije sa neprekidnim parcijalnim izvodima. Navesti formulu Gausa-Ostrogradskog.

**3. (2p.)** Za svaku diferencijalnu jednačinu napisati kog je reda i da li je linearna ili ne.

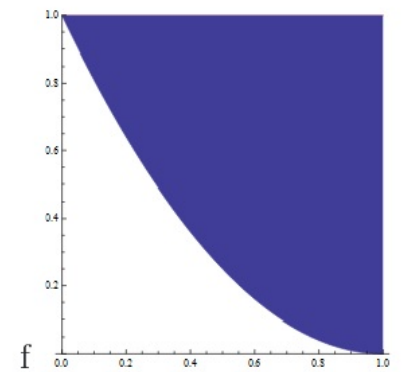
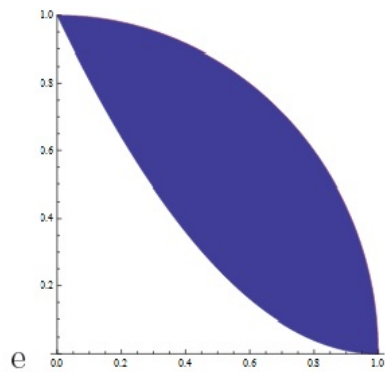
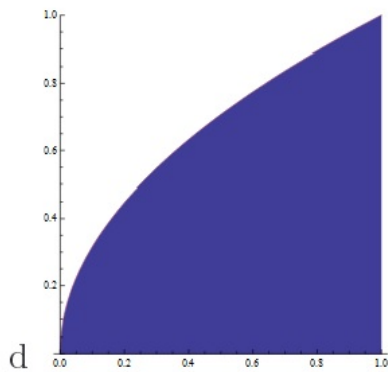
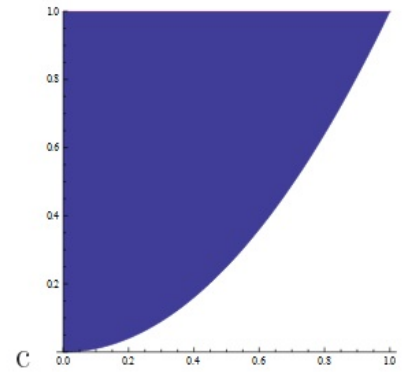
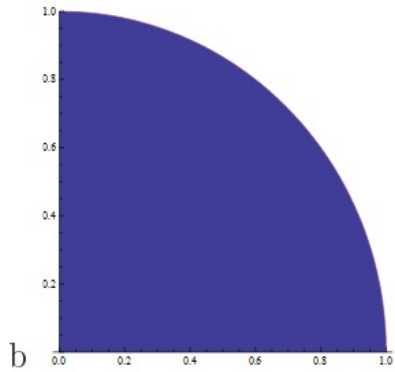
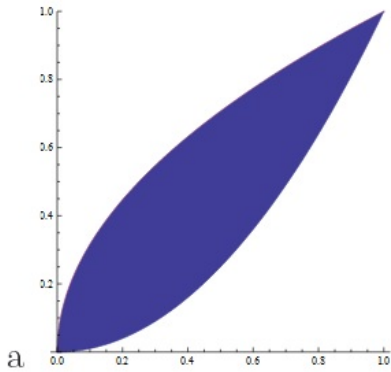
(a)  $y'' \sin(t) + (1 - t^2)y' + \cos(t)y = 0$

(b)  $(y'')^2 = y^5 - y'y'''$

(c)  $\left(\frac{d^2y}{dt^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^3 + y^3 = t^3$

(d)  $\frac{d^3y}{dt^3} + (t^2 - 1)\frac{dy}{dt} + \cos(t) = 0$

4. (2p.) Povezati dvostruke integrale sa zatamnjenim oblastima nad kojima se vrši integracija funkcije  $f$ . Upisati slovo a, b, c, d, e, f ili 'ni jedan od navedenih' u tabelu.



|   |  |   |  |
|---|--|---|--|
| $\int_0^1 \int_{(1-x)^2}^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y) dx dy$ |  | $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} f(x,y) dy dx$ |  |
| $\int_0^1 \int_{y^2}^1 f(x,y) dx dy$                  |  | $\int_0^1 \int_{x^2}^{\sqrt{x}} f(x,y) dx dy$ |  |
| $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{y}} f(x,y) dx dy$             |  | $\int_0^1 \int_{(1-x)^2}^1 f(x,y) dy dx$      |  |

5. (1p.) Navesti opšti oblik homogene linearne parcijalne diferencijalne jednačine funkcije 3 promenljive.

6. (2p.) Ako su  $X$  i  $Y$  nezavisne slučajne promenljive onda je  $D(X + Y) = D(X) + D(Y)$ . Dokazati.