

MATEMATIKA 2 - TEORIJA G1 - 1.12.2018.

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Broj indeksa: \_\_\_\_\_

Broj poena:

1	2	3	4	5	6	7	$\Sigma$

**1. (1p.)** Zaokružiti **sva** tvrđenja koja su tačna:

- (a) Ako vektor  $x \in V$ , gde je  $V$  vektorski prostor, onda i vektor  $(-x) \in V$ .
- (b) Ako je  $W$  vektorski podprostor od  $V$ , onda za svaki vektor  $x \in V$  važi da  $\lambda x \in W$ , gde je  $\lambda \in \mathbb{R}$ .
- (c) Vektori  $x = [-1, 2, -3]$  i  $y = [2, -4, 6]$  su linearno nezavisni.
- (d) Neka je  $S = \{v_1, \dots, v_k\}$  pokrivač vektorskog prostora  $V$ . Tada je  $S$  linearno nezavistan skup.
- (e) Neka je  $B = \{v_1, \dots, v_k\}$  baza vektorskog prostora  $V$ . Tada se svi vektori iz  $V$  mogu zapisati kao linearna kombinacija vektora iz  $B$ .

**2. (1.5p.)** Ako su  $A, B$  i  $C$  invertibilne matrice dimenzija  $2 \times 2$  takve da je  $\det(A) = 2, \det(B) = 3$  i  $\det(C) = 4$ , odrediti  $\det(2A^T B^2 C^{-1})$ .

**3. (1.5p.)** Koji uslov mora da bude ispunjen da bi za kvadratne matrice  $A, B$  i  $C$  važilo tvrđenje  $AC = BC \Rightarrow A = B$ ? Dokazati.

4. (1.5p.) Zaokružiti **sva** tvrđenja koja su tačna:

(a) Brojni red  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  konvergira ako niz  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  konvergira.

(b) Brojni red  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  konvergira ako  $\lim_{m \rightarrow \infty} r_m = 0$ , gde je  $r_m = \sum_{n=m}^{\infty} a_n$ .

(c) Ako za članove brojnih redova  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  i  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  takvih da  $a_n, b_n > 0$  i  $\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq \frac{b_{n+1}}{b_n}$  važi da  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  konvergira, onda i  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  konvergira.

(d) Red  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{(n+1)} a_n$ ,  $a_n > 0$  je konvergentan ako je niz  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  nerastući i  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ .

(e) Funkcionalni niz  $(f_n(x))_{n \in \mathbb{N}}$  uniformno konvergira ka graničnoj funkciji  $f(x)$  na skupu  $D \subseteq \mathbb{R}$  ako  $(\forall \varepsilon > 0)(\exists N(\varepsilon, x) \in \mathbb{N})(\forall n > N(\varepsilon, x))(\forall x \in D) : |f_n(x) - f(x)| < \varepsilon$ .

(f) Ako je funkcionalni red  $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$  uniformno konvergentan na  $(a, b)$  onda je on i konvergentan na  $(a, b)$ .

5. (1.5p.) Neka stepeni red  $\sum_{n=1}^{\infty} (x-4)^n a_n$ ,  $a_n \in \mathbb{R}$  konvergira za  $x = 2$  i divergira za  $x = 9$ . Za svaku od narednih tačaka zapisati da li red konvergira, divergira ili ne postoji dovoljno informacija da bi se utvrdila konvergencija.

(a)  $x = -2$

(b)  $x = 0$

(c)  $x = 3$

(d)  $x = 4$

(e)  $x = 10$

6. (1.5p) Neka je  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $D \subseteq \mathbb{R}^5$ . Navesti definiciju parcijalnog izvoda funkcije  $f$  po promenljivoj  $x_3$  u tački  $A(a_1, \dots, a_5)$ .

7. (1.5p.) Definisati Hesijan funkcije  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  u tački  $A$ .

MATEMATIKA 2 - TEORIJA G2 - 1.12.2018.

Ime i prezime: \_\_\_\_\_

Broj indeksa: \_\_\_\_\_

Broj poena:

1	2	3	4	5	6	7	$\Sigma$

**1. (1p.)** Zaokružiti **sva** tvrđenja koja su tačna:

(a) Ako vektor  $x \in V$ , gde je  $V$  vektorski prostor, onda je i  $\lambda x \in V$ , gde je  $\lambda \in \mathbb{R}$ .

(b) Ako je  $W$  vektorski podprostor od  $V$ , onda za sve vektore  $x, y \in V$  važi da  $x + y \in W$ .

(c) Vektori  $x = [0, 1, -2]$  i  $y = [1, -2, 0]$  su linearno zavisni.

(d) Neka je  $S = \{v_1, \dots, v_k\}$  pokrivač vektorskog prostora  $V$ . Tada se svi vektori iz  $V$  mogu zapisati kao linearna kombinacija vektora iz  $S$ .

(e) Neka je  $B = \{v_1, \dots, v_k\}$  baza vektorskog prostora  $V$ . Tada je  $B$  linearno zavistan skup.

**2. (1.5p.)** Ako su  $A, B$  i  $C$  invertibilne matrice dimenzija  $3 \times 3$  takve da je  $\det(A) = 4, \det(B) = 3$  i  $\det(C) = 2$ , odrediti  $\det(3A^T B^{-1} C^2)$ .

**3. (1.5p.)** Koji uslov mora da bude ispunjen da bi za kvadratne matrice  $A, B$  i  $C$  važilo tvrđenje  $CA = CB \Rightarrow A = B$ ? Dokazati.

4. (1.5p.) Zaokružiti **sva** tvrđenja koja su tačna:

(a) Brojni red  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  konvergira ako  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$ .

(b) Ako je  $r_m = \sum_{n=m}^{\infty} a_n$  i  $\lim_{m \rightarrow \infty} r_m = 0$  onda brojni red  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  konvergira.

(c) Ako za članove brojnih redova  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  i  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  takvih da  $a_n, b_n > 0$  i  $\frac{a_{n+1}}{a_n} \geq \frac{b_{n+1}}{b_n}$  važi da  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  divergira, onda i  $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$  divergira.

(d) Red sa proizvoljnim članovima  $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$  je apsolutno konvergentan ako je konvergentan red  $\sum_{n=1}^{\infty} |a_n|$ .

(e) Funkcionalni niz  $(f_n(x))_{n \in \mathbb{N}}$  konvergira na intervalu  $D \subseteq \mathbb{R}$  ka graničnoj funkciji  $f(x)$  ako  $(\forall \varepsilon > 0)(\exists N(\varepsilon, x) \in \mathbb{N})(\forall n > N(\varepsilon, x))(\forall x \in D) : |f_n(x) - f(x)| < \varepsilon$ .

(f) Funkcionalni red  $\sum_{n=1}^{\infty} f_n(x)$  uniformno konvergentan na  $(a, b)$  ako niz parcijalnih suma  $(S_n(x))_{n \in \mathbb{N}}$  konvergira u bar jednoj tački intervala  $(a, b)$ .

5. (1.5p.) Neka stepeni red  $\sum_{n=1}^{\infty} (x+4)^n a_n$ ,  $a_n \in \mathbb{R}$  konvergira za  $x = -2$  i divergira za  $x = -9$ . Za svaku od narednih tačaka zapisati da li red konvergira, divergira ili ne postoji dovoljno informacija da bi se utvrdila konvergencija.

(a)  $x = -8$

(b)  $x = -5$

(c)  $x = -3$

(d)  $x = 0$

(e)  $x = 4$

6. (1.5p.) Neka je  $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $D \subseteq \mathbb{R}^4$ . Navesti definiciju parcijalnog izvoda funkcije  $f$  po promenljivoj  $x_4$  u tački  $A(a_1, \dots, a_4)$ .

7. (1.5p.) Definisati Jakovijevu matricu funkcije  $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$  u tački  $A$ .