MATEMATIKA 2 - TEORIJA G1 - 3.12.2016.

Ime i prezime: ______________________________

Broj indeksa: ______________________________

Broj poena:

1	2	3	4	5	6	7	8	$\sum$

1. (1p.) Koristeći Moavrovu formulu izračunati z^6 gde je $z = \frac{1}{2}(\cos(15°) + i\sin(15°))$.

2. (2p.) Skup $S = \{v_1, ..., v_n\}, n \geq 2$ je linearno zavistan ako se bar jedan vektor v_i može zapisati kao linearna kombinacija drugih vektora iz S. Dokazati.

3. (1p.) Ako su A i B invertibilne matrice dimenzija 4×4 takve da $\det(A) = 2$ i $\det(B) = 3$, odrediti $\det(2A^{-1}B^T)$.

4. (1.5p.) Neka su A i B matrice dimenzija $n \times n$. Zaokruziti **sva** tvrđenja koja su tačna:

(a) $15A = 5A + 10A$

(b) $5AB = 5BA$

(c) $(2A + 3B)^T = \frac{1}{2}A^T + \frac{1}{3}B^T$

(d) $(3B^T \cdot 2A^T)^T = 6BA$

(e) $(3A^T)^{-1} = \frac{1}{3}(A^{-1})^T$

(f) $(A^{-1}B^{-1})^{-1} = AB$

5. (1p.) Odrediti prva četiri člana (zaključno sa trećim izvodom) razvoja funkcije $f(x) = x\sin(2x)$ u Tejlorov red u okolini tačke $x = 0$.

6. (1.5p) Neka su $\sum_{i=1}^{\infty} a_n$ i $\sum_{i=1}^{\infty} b_n$ beskonačni realni redovi. Zaokruziti **sva** tvrđenja koja su tačna:

(a) Ako $\sum_{i=1}^{\infty} a_n$ konvergira, onda $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$.

(b) Ako $\sum_{i=1}^{\infty} a_n$ konvergira, onda $\sum_{i=10}^{\infty} a_n$ konvergira.

(c) Ako $\sum_{i=10}^{\infty} a_n$ divergira, onda $\sum_{i=1}^{\infty} a_n$ divergira.

(d) Ako $a_n > b_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}$ i $\sum_{i=1}^{\infty} b_n$ konvergira, onda i $\sum_{i=1}^{\infty} a_n$ konvergira.

(e) Ako je $a_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}$ i ako postoji $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{a_n} = 1$ onda $\sum_{i=1}^{\infty} a_n$ konvergira.

7. (1p.) Neka stepeni red $\sum_{n=1}^{\infty}(x-5)^n a_n,\ a_n \in \mathbb{R}, n = 1, 2, ...$ konvergira za $x = 2$ i divergira za $x = 11$. Za svaku od narednih tačaka zapisati da li red konvergira, divergira ili ne postoji dovoljno informacija da bi se utvrdila konvergencija:

(a) $x = -5$
(b) $x = 0$
(c) $x = 1$
(d) $x = 2.5$
(e) $x = 7$
(f) $x = 9.5$
(g) $x = 12$

8. (1p.) Navesti definiciju izvoda funkcije $f : E \to \mathbb{R},\ E \subseteq \mathbb{R}^n$ u tački A u pravcu vektora $\overrightarrow{a}$.

MATEMATIKA 2 - TEORIJA G2 - 3.12.2016.

Ime i prezime:______________________________
Broj indeksa: ______________________________

Broj poena:

1	2	3	4	5	6	7	8	$\sum$

1. (1p.) Koristeći Moavrovu formulu izračunati z^3 gde je $z = \frac{1}{3}(\cos(30°) + i\sin(30°))$.

2. (2p.) Neka je dat skup $S = \{v_1, ..., v_n\}, n \geq 2$. Ako se bar jedan vektor v_i može zapisati kao linearna kombinacija drugih vektora iz S onda je S linearno zavistan. Dokazati.

3. (1p.) Ako su A i B matrice dimenzija 4×4 takve da $\det(A) = 2$ i $\det(B) = 3$, odrediti $\det(3A^TB^{-1})$.

4. (1.5p.) Neka su A, B i C matrice dimenzija $n \times n$. Zaokruziti **sva** tvrđenja koja su tačna:

(a) $10A = 2A \cdot 5A$

(b) $C \cdot (3A + 2B) = 3AC + 2BC$

(c) $(3A + 2B)^T = 3A^T + 2B^T$

(d) $(2A \cdot 3B)^T = 6A^TB^T$

(e) $(2A^{-1})^T = (2A^T)^{-1}$

(f) $(A^{-1}B^{-1})^{-1} = BA$

5. (1p.) Odrediti prva četiri člana (zaključno sa trećim izvodom) razvoja funkcije $f(x) = \sin(-x^2)$ u Tejlorov red u okolini tačke $x = 0$.

6. (1.5p.) Neka su $\sum_{i=1}^{\infty} a_n$ i $\sum_{i=1}^{\infty} b_n$ beskonačni realni redovi. Zaokruziti **sva** tvrđenja koja su tačna:

(a) Ako $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ onda $\sum_{i=1}^{\infty} a_n$ konvergira.

(b) Ako $\sum_{i=1}^{\infty} a_n$ konvergira, onda $\sum_{i=15}^{\infty} a_n$ konvergira.

(c) Ako $\sum_{i=15}^{\infty} a_n$ divergira, onda $\sum_{i=1}^{\infty} a_n$ divergira.

(d) Ako $a_n > b_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}$ i $\sum_{i=1}^{\infty} b_n$ divergira, onda i $\sum_{i=1}^{\infty} a_n$ divergira.

(e) Ako je $a_n > 0, \forall n \in \mathbb{N}$ i ako postoji $\lim_{n\to\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = 1$ onda $\sum_{i=1}^{\infty} a_n$ konvergira.

7. (1p.) Neka stepeni red $\sum_{n=1}^{\infty}(x-4)^n a_n$, $a_n \in \mathbb{R}, n = 1, 2, ...$ konvergira za $x = 1$ i divergira za $x = 9$. Za svaku od narednih tačaka zapisati da li red konvergira, divergira ili ne postoji dovoljno informacija da bi se utvrdila konvergencija:

(a) $x = -4$
(b) $x = 0$
(c) $x = 2.5$
(d) $x = 6.5$
(e) $x = 7.5$
(f) $x = 8$
(g) $x = 10$

8. (1p.) Navesti definiciju parcijalnog izvoda funkcije $f : E \to \mathbb{R}$, $E \subseteq \mathbb{R}^n$ po promenljivoj x_l u tački A.