

Алгебра 1А

6. 4. 2010.

1. а) Одредити ред елемента 15 у групи \mathbb{Z}_{300} ;
б) Одредити ред елемента 12 у групи \mathbb{Z}_{180} ;
в) Одредити ред елемента r^{24} у групи D_{60} ;
г) Одредити ред елемента $r^{34}s$ у групи D_{80} .
2. Представити наведене пермутације у облику производа дисјунктних циклуса:
а) $(4568)(1245)$;
б) $(624)(253)(876)(45)$;
в) $(1263)(314)(845)$;
г) $(13546)(63817)$.
3. Представити пермутације из претходног задатка у облику производа транспозиција.
4. Испитати да ли важе следеће једнакости:
а) $r^{24}s = sr^8sr^{11}s$, у групи D_{36} ;
б) $sr^4sr = r^{28}s$ у групи D_{30} ;
в) $r^{20}sr^{10} = r^{10}s$ у групи D_6 .
5. Одредити $n \geq 18$ тако да у D_n важи једнакост $r^{12}sr^{10} = sr^{18}$.
6. Центар групе G , у ознаци $Z(G)$ дефинише се са:

$$Z(G) = \{x \in G : (\forall g \in G) xg = gx\}.$$

Доказати да је $Z(G)$ подгрупа групе G .

7. Показати да је $Z(G) = G$ ако и само ако је G Абелова група.
8. Одредити $Z(D_4)$, $Z(D_5)$, $Z(D_6)$ и $Z(D_7)$.
9. Одредити $Z(D_n)$ за парне и непарне n .
10. Одредити $Z(GL_2(\mathbb{Z}))$.