

# Konstrukcija i analiza algoritama - ispitna pitanja za 2022/23. godinu

## Minimalni nivo (za 20 poena)

1. Prefiksno drvo - pojam, svojstva, primene, primeri
2. Upiti raspona - pojam, osnovne tehnike za rešavanje problema
3. Segmentna drveta - pojam, svojstva, primeri, formiranje segmentnog drveta (pristup odozdo naviše i pristup odozgo naniže)
4. Segmentna drveta - računanje zbiru elemenata iz nekog segmenta (pristup odozdo naviše i pristup odozgo naniže), primeri
5. Segmentna drveta - ažuriranje vrednosti elementa (pristup odozdo naviše i pristup odozgo naniže), primeri
6. Grafovi - osnovni pojmovi, reprezentacije netežinskih i težinskih grafova
7. Grafovi - algoritam pretrage u dubinu, primer, ulazna i izlazna obrada, složenost DFS pretrage, dokaz da DFS obilazi ceo neusmeren povezan graf, određivanje komponenti povezanosti neusmerenog grafa
8. Grafovi - konstrukcija DFS drveta i DFS numeracija, klasifikacija grana neusmerenog grafa, primer
9. Grafovi - klasifikacija grana usmerenog grafa, primer, odnos odlazne numeracije i tipa grane
10. Grafovi - algoritam pretrage u širinu, primer, složenost BFS pretrage, BFS drvo, BFS numeracija
11. Grafovi - topološko sortiranje - algoritam po izboru, primer
12. Grafovi - Dajkstrin algoritam za određivanje najkraćih puteva iz zadatog čvora, primer
13. Grafovi - algoritam po izboru za određivanje minimalnog povezujućeg drveta, primer
14. Grafovi - Flojd-Varšalov algoritam za određivanje svih najkraćih puteva u grafu, primer
15. Algebarski algoritmi - modularna aritmetika, primeri, primena po izboru
16. Algebarski algoritmi - faktorizacija: pojam, algoritam složenosti  $O(\sqrt{n})$ , primena po izboru
17. Algebarski algoritmi - Ojlerova funkcija: pojam, algoritam zasnovan na faktorizaciji, primena po izboru
18. Algebarski algoritmi - prošireni Euklidov algoritam: formulacija problema, izvođenje veza potrebnih za iterativni algoritam, primer, primena po izboru
19. Algebarski algoritmi - modularni multiplikativni inverz, izvođenje rekurzivnog algoritma korišćenjem proširenog Euklidovog algoritma, primer
20. Niske - heširanje niski: pojam heš funkcije i kolizije, definicija polinomijalne heš funkcije na dva načina, smanjivanje verovatnoće da dođe do kolizije, primena po izboru
21. Niske - z-algoritam: pojam z-niza, direktno formiranje z-niza, primer izvršavanja z-algoritma, primena po izboru

22. Geometrijski algoritmi - skalarni i vektorski proizvod; transformacija polarnih u dekartovske koordinate i obratno, površina trougla: računanje na tri različita načina
23. Geometrijski algoritmi - računanje rastojanja tačke od prave, ispitivanje kolinearnosti tačaka, utvrđivanje da li tačka pripada trouglu
24. Geometrijski algoritmi - utvrđivanje orientacije trojke tačaka u ravni i njene primene
25. Geometrijski algoritmi - utvrđivanje da li tačka pripada proizvoljnom prostom mnogouglu, analiza složenosti, primer
26. Geometrijski algoritmi - konstrukcija prostog mnogougla, analiza složenosti, primer
27. Geometrijski algoritmi - konstrukcija konveksnog omotača – algoritam po izboru, primer

### **Osnovni nivo (za 30 poena)**

sva pitanja sa prethodnog nivoa +

1. Prefiksno drvo - implementacija, složenost osnovnih operacija, poređenje sa balansiranim binarnim stablima i heš tabelama
2. Disjunktni skupovi (union-find) - opis efikasne strukture podataka i operacija nad njom (poređenje sa jednostavnom strukturom podataka za rešavanje istog problema), primeri
3. Segmentna drveta - implementacija osnovnih operacija, analiza složenosti operacija (pristupi odozdo naviše i odozgo naniže)
4. Grafovi - ispitivanje da li usmereni graf sadrži usmereni ciklus svođenjem na DFS numeraciju čvorova
5. Grafovi - topološko sortiranje - pojam, Kanov algoritam, složenost algoritma, primer
6. Grafovi - topološko sortiranje - pojam, algoritam zasnovan na pretrazi u dubinu, složenost algoritma, primer
7. Grafovi - artikulacione tačke - pojam, karakterizacija, određivanje svih artikulacionih tačaka u grafu, primer
8. Grafovi - mostovi - pojam, karakterizacija, određivanje svih mostova u grafu, primer
9. Grafovi - algoritam za određivanje najkraćih puteva iz zadatog čvora u acikličkom grafu, primer
10. Grafovi - Primov algoritam za određivanje minimalnog povezujućeg drveta, primer
11. Grafovi - Kruskalov algoritam za određivanje minimalnog povezujućeg drveta, primer
12. Grafovi - Algoritam za određivanje svih najkraćih puteva u grafu indukcijom po broju čvorova i indukcijom po broju grana, složenost, primer
13. Algebarski algoritmi - modularna aritmetika: dokazi tvrđenja koja važe
14. Algebarski algoritmi - problem faktorizacije svih brojeva manjih ili jednakih od  $n$

15. Algebarski algoritmi - problem računanja Ojlerove funkcije svih brojeva manjih ili jednakih  $n$ , primer, formulacija Ojlerove teoreme i Male Fermaove teoreme
16. Algebarski algoritmi - proširenji Euklidov algoritam: formulacija problema, izvođenje veza potrebnih za rekurzivni algoritam, primer
17. Algebarski algoritmi - modularni multiplikativni inverzi, izvođenje iterativnog algoritma korišćenjem proširenog Euklidovog algoritma, primer
18. Algebarski algoritmi - računanje proizvoda polinoma na dva načina: kada je polinom zadat nizom koeficijenata i kada je dat vrednostima na skupu tačaka
19. Niske - traženje uzorka u tekstu: opis problema, Rabin-Karpov algoritam i algoritam zasnovan na z-nizu, primjeri, složenost ovih algoritama.
20. Geometrijski algoritmi - ispitivanje da li tačka pripada konveksnom mnogouglu, analiza složenosti, primer
21. Geometrijski algoritmi - konstrukcija konveksnog omotača – algoritam uvijanja poklona, analiza složenosti, primer
22. Geometrijski algoritmi - konstrukcija konveksnog omotača – Grejemonov algoritam, primer

### **Srednji nivo (za 40 poena)**

sva pitanja sa prethodnog nivoa +

1. Disjunktni skupovi (union-find) - implementacija, kompresija putanje, dokaz složenosti osnovnih operacija
2. Ažuriranje celih raspona niza odjednom - problemi koji se dešavaju ako se koriste segmentna i Fenwickova drveta, tehnika lenje propagacije kod segmentnih drveta, pojam lenjih segmentnih drveta
3. Lenja segmentna drveta - uvećanje svih elemenata nekog segmenta, računanje zbiru elemenata iz nekog segmenta, složenost operacija, primjeri
4. Grafovi - algoritam pretrage u širinu, osnovna svojstva (leme i dokazi)
5. Grafovi - komponente jake povezanosti - pojam, primer, opis Tardžanovog algoritma
6. Grafovi - dokaz korektnosti algoritma za određivanje najkraćih puteva iz zadatog čvora u acikličkom grafu, složenost
7. Grafovi - dokaz korektnosti Dajkstrinog algoritma za određivanje najkraćih puteva iz zadatog čvora, opis implementacije, analiza složenosti
8. Grafovi - Belman-Fordov algoritam za određivanje najkraćih puteva iz zadatog čvora, složenost, dokaz korektnosti, primer
9. Grafovi - dokaz korektnosti Primovog algoritma za određivanje najkraćih puteva iz zadatog čvora, opis implementacije, analiza složenosti
10. Grafovi - dokaz korektnosti Kruskalovog algoritma za određivanje najkraćih puteva iz zadatog čvora, opis implementacije, analiza složenosti
11. Grafovi - dokaz korektnosti Flojd-Varšalovog algoritma za određivanje svih najkraćih puteva, induktivna konstrukcija, analiza složenosti
12. Grafovi - Tranzitivno zatvorene grafe, složenost algoritma, primer

13. Algebarski algoritmi - računanje broja i zbira delilaca: naivni algoritam, algoritam zasnovan na faktorizaciji broja
14. Algebarski algoritmi - modularni multiplikativni inverz, izvođenje algoritma korišćenjem Ojlerove i Male Fermaove teoreme, primer
15. Geometrijski algoritmi - konstrukcija konveksnog omotača – inkrementalni pristup, analiza složenosti, primer
16. Niske - određivanje heš vrednosti segmenata niske  $s[i..j]$ ; određivanje broja različitih segmenata niske korišćenjem heširanja
17. Niske - z-algoritam: inkrementalno računanje, dokaz složenosti, primer.
18. Geometrijski algoritmi - dokaz korektnosti Grejemonovog algoritma za konstrukciju konveksnog omotača, analiza složenosti

### **Napredni nivo (za 50 poena)**

sva pitanja sa prethodnog nivoa +

1. Fenvikova drveta - pojam, svojstva, formiranje, računanje zbiru elemenata iz nekog segmenta, ažuriranje vrednosti elementa, složenost operacija
2. Grafovi - komponente jake povezanosti - svojstva, leme (bez dokaza), Tardžanov algoritam, implementacija, složenost
3. Algebarski algoritmi - direktna Furijeova transformacija: opis problema, rekurzivna konstrukcija, jednačina složenosti, primer
4. Algebarski algoritmi - inverzna Furijeova transformacija: opis problema, dokaz tvrđenja koje omogućava srušenje na direktnu Furijeovu transformaciju, primer
5. Niske - KMP algoritam za traženje uzorka u tekstu: definisanje prefiks-sufiksa, računanje svih prefiks-sufiksa jedne niske, inkrementalno računanje najdužih prefiks-sufiksa svih prefiksa niske, faza preprocesiranja – računanje niza  $b$ , primer
6. Niske - KMP algoritam za traženje uzorka u tekstu: faza traženja uzorka u tekstu, kada je poznat niz  $b$ ; složenost KMP algoritma, primer.
7. Niske - najduži segment koji je palindrom: Manacherov algoritam, složenost, primer
8. Geometrijski algoritmi - konstrukcija konveksnog omotača – brzi algoritam (QuickHull), analiza složenosti, primer