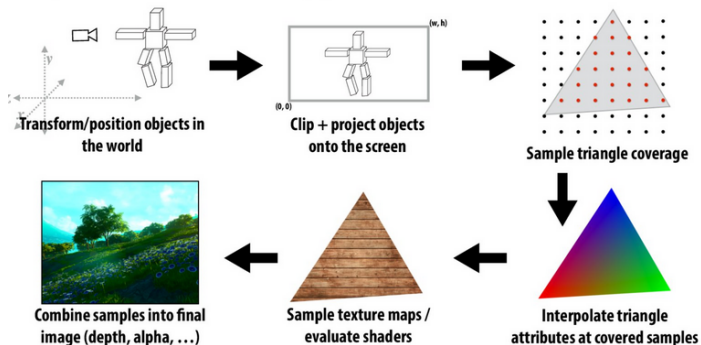


Računarska grafika Projektovanje

Vesna Marinković

Značaj projektovanja

- Nakon odsecanja u odnosu na 3D zapreminu pogleda, a pre rasterizacije vrši se projektovanje na ravan



Pojam projektovanja

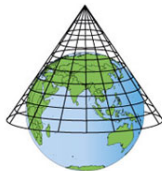
- 3D objekte je potrebno prikazati na 2D uređajima za prikaz
- Prikazuje se projekcija 3D objekta na ravan
- **Projekcija** je preslikavanje iz koordinatnog sistema dimenzije n u koordinatni sistem dimenzije manje od n
- Projekcije koje preslikavaju u ravan nazivaju se **planarne projekcije**

Neplanarne kartografske projekcije

- Postoje i projekcije koje nisu planarne
- Cilindrična projekcija – projekcija na valjak opisan oko sfere
- Konusna projekcija – projekcija na kupu opisanu oko sfere



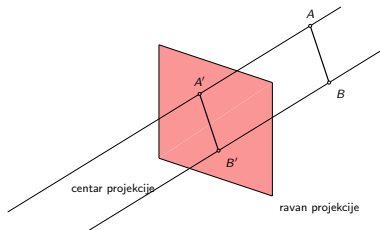
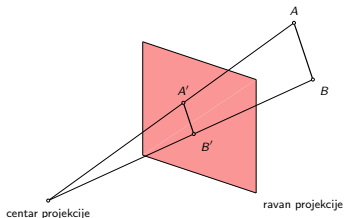
Cylindrical Projection



Conical Projection

Osnovna podela planarnih projekcija

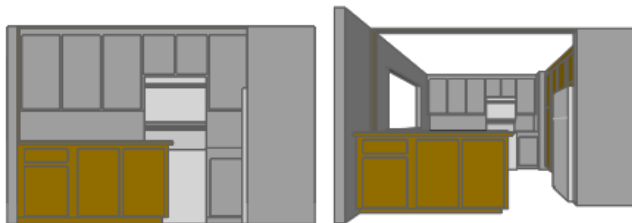
- Projekcija iz 3D u 2D je određena **centrom projekcije** i **ravni projekcije**
- Razlikujemo:
 - **perspektivnu projekciju** – centar projekcije je na konačnom rastojanju od ravni projekcije
 - **paralelnu projekciju** – centar projekcije je na beskonačnom rastojanju od ravni projekcije



Osnovna podela planarnih projekcija

- Neka centar projekcije ima homogene koordinate (x, y, z, W)
 - kod perspektivne projekcije to je konačna tačka $(x, y, z, 1)$
 - kod paralelne projekcije to je beskonačno daleka tačka $(x, y, z, 0)$
- Perspektivna projekcija čiji je centar beskonačno daleka tačka je upravo paralelna projekcija
- Za perspektivnu projekciju eksplicitno se zadaje **centar projekcije**, a za paralelnu projekciju češće **pravac projekcije**

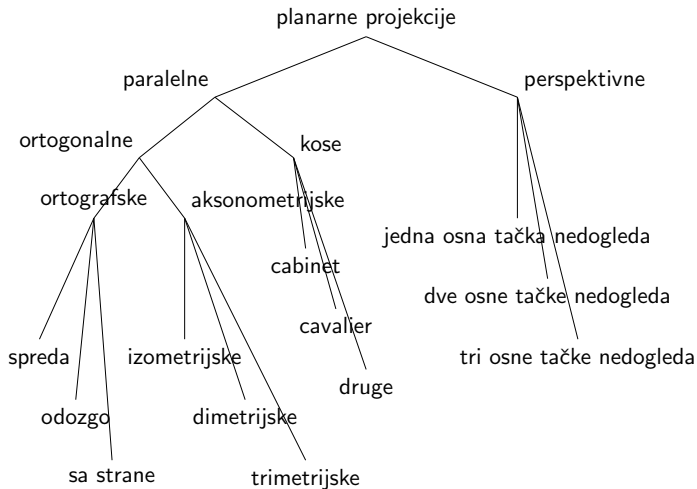
Paralelna vs. perspektivna projekcija



Paralelna vs. perspektivna projekcija



Podela planarnih projekcija



Perspektivna projekcija



- Odgovara čovekovom vizualnom sistemu – javlja se tzv. **perspektivno skraćenje**
- Udaljeniji objekti se prikazuju kao manji
- Projekcije paralelnih pravih mogu se seći u tački na slici

Istorijat korišćenja perspektive u umetnosti

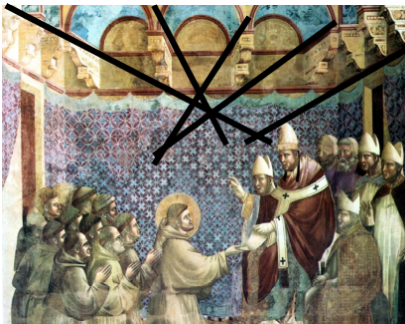
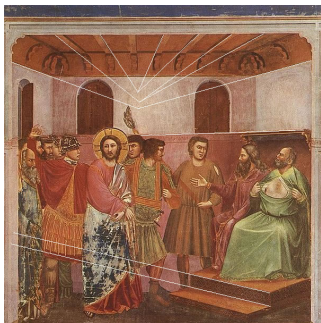
- Egipatsko slikarstvo se karakteriše paralelnom projekcijom
- Na srednjovekovnim slikama ne postoji perspektiva



Preuzeto sa: http://glasnost.itcarlow.ie/~powerk/GeneralGraphicsNotes/projection/perspective_projection.html

Istorijat korišćenja perspektive u umetnosti

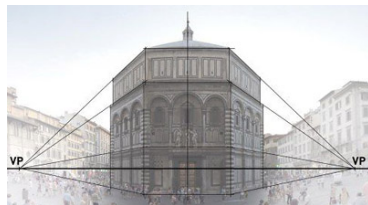
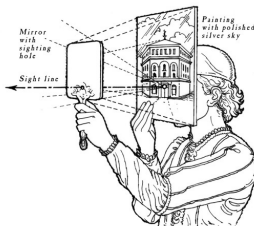
- Sa pojavom renesanse javljaju se prvi pokušaji oponašanja perspektive na slikama (paralelne prave ne konvergiraju ka jedinstvenoj tački)
- Realizam u umetnosti drastično napredovao sa uvođenjem perspektive



a) "Scene iz Hristovog života", Ćoto, 1305. b) "Legenda Sv. Franje", Ćoto, 1297.

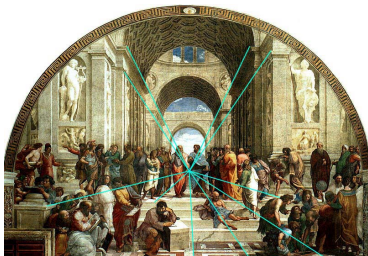
Istorijat korišćenja perspektive u umetnosti

- Brunelleski – jedan od prvih autora koji je ovladao perspektivom, 1415.
- Demonstrirao realističnost perspektivne slike narednim eksperimentom
 - na sredini slike u visini posmatrača nalazi se rupa kroz koju se vidi crkva
 - u drugoj ruci je ogledalo upereno ka slici
 - naizmeničnim podizanjem i spuštanjem ogledala može se porediti pogled na crkvu i njena slika



Istorijat korišćenja perspektive u umetnosti

- Postrenesansni period odlikuje se odličnim poznavanjem perspektive



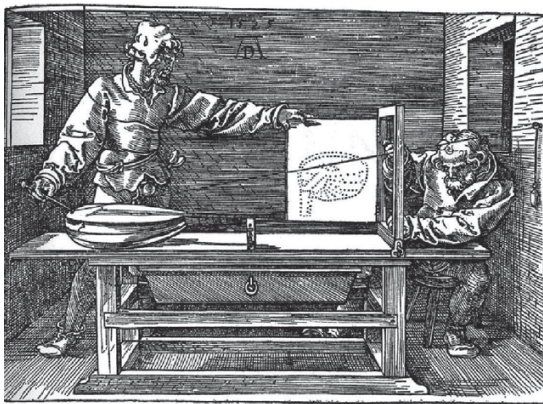
a) "Atinska škola", Rafael, 1510.



b) "Grand Canal", Kanaletto, 1720.

Istorijat korišćenja perspektive u umetnosti

- Direr: perspektivna mašina, 1525.
- Duborez prikazuje proces generisanja perspektivne slike
- Analogna verzija savremenog procesa renderovanja



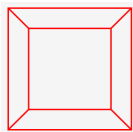
Perspektivna projekcija

- Prednosti:

- realističan prikaz
- pruža osećaj trodimenzionalnosti objekta

- Mane:

- ne čuva se oblik objekta
- paralelne prave se ne projektuju uvek u paralelne prave
- sa povećanjem rastojanja od posmatrača veličina objekta se smanjuje
- jednaka rastojanja na pravoj se ne projektuju nužno u jednaka rastojanja (skraćenje nije uniformno)



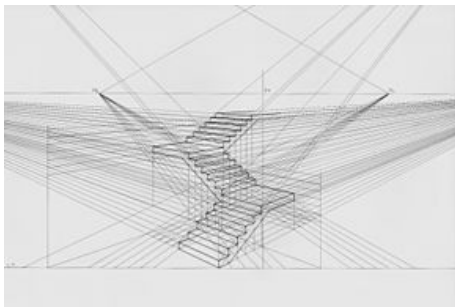
Perspektivna projekcija



• Primene:

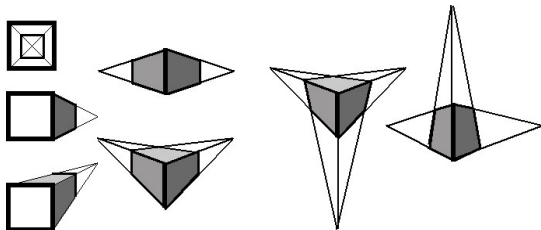
- izrada realističnih slika
- za opis dizajna finalnih proizvoda
- u umetnosti

Tačka nedogleda



- Paralelne prave koje nisu paralelne ravni projekcije seku se pri perspektivnom projektovanju u **tački nedogleda**
- Tačka nedogleda je perspektivna projekcija beskonačno daleke tačke

Osna tačka nedogleda



- Tačku nedogleda skupa pravih paralelnih sa nekom koordinatnom osom zovemo **osnom tačkom nedogleda**
- Postoje najviše tri osne tačke nedogleda
- Perspektivne projekcije se često dele na osnovu broja osnih tačaka nedogleda

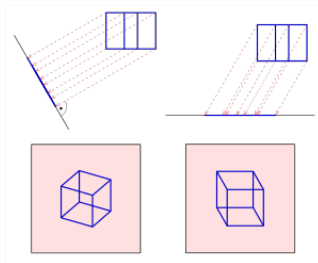
Paralelna projekcija



- Prednosti:
 - određivanje oblika i dimenzija je jednostavno
 - paralelne prave se preslikavaju u paralelne prave
- Mane:
 - manje realistična slika
 - uglovi se čuvaju samo na ravnima koje su paralelne sa ravni projekcije
- Primene:
 - u inženjerstvu i arhitekturi, za potrebe merenja

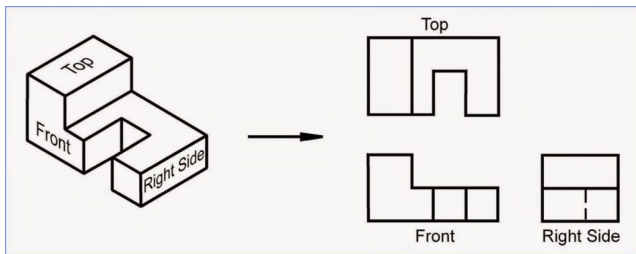
Podela paralelnih projekcija

- Paralelna projekcija je određena:
 - uglom koji pravac projekcije zahvata sa normalom ravni projekcije
 - položajem ravni projekcije u odnosu na glavne ose objekta
- Prema odnosu pravca projekcije i normale ravni projekcije dele se na:
 - **ortogonalne projekcije** – kod kojih su ovi pravci jednaki
 - **kose projekcije** – kod kojih to nije slučaj



Podela ortogonalnih projekcija

- Ortogonalne projekcije se dele u zavisnosti od odnosa ravni projekcije i koordinatnih osa:
 - **ortografske** – ravan projekcije je upravna na neku od koordinatnih osa
 - **aksonometrijske** – ravan projekcije nije upravna na koordinatnu osu



a) aksonometrijska projekcija

b) ortografska projekcija

Ortografska projekcija

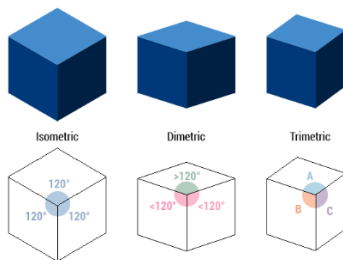
- Tri tipa ortografskih projekcija:
 - pogled spreda
 - pogled odozgo
 - pogled sa strane
- Primene:
 - za izradu inženjerskih i arhitektonskih crteža
 - za prikaz dizajna delova koji će se proizvoditi na udaljenoj lokaciji
- Prednosti:
 - dobijaju se precizne mere jedne strane objekta
 - objekti su istih dimenzija u svim pogledima
- Mane:
 - nema osećaja trodimenzionalnosti objekta
 - potrebno je istovremeno koristiti nekoliko različitih pogleda

Aksonometrijska projekcija



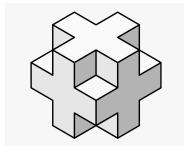
- Ortogonalna projekcija kod koje ravan projekcije nije upravna ni na jednu koordinatnu osu
- Primena:
 - u dizajnu, za prikaz proizvoda iz različitih uglova
 - dugo su korišćene u video igrama (i danas često u strategijama)

Podela aksonometrijskih projekcija



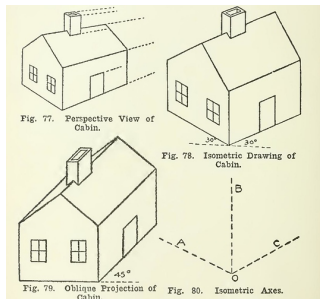
- Na osnovu uglova koje normala ravni projekcije zahvata sa koordinatnim osama deli se na:
 - **izometrijsku projekciju:** sva tri ugla su jednaka
 - **dimetrijsku projekciju:** dva ugla su jednaka
 - **trimetrijsku projekciju:** sva tri ugla su različita

Izometrijska projekcija



- Primena:
 - ilustracije po katalogima
 - za objašnjenje mehaničkih sistema: npr. u uputstvima za Lego kocke
- Prednosti:
 - nisu potrebni višestruki pogledi
 - ilustruje trodimenzionu prirodu objekta
 - jednakim dužinama duž sve tri ose odgovaraju jednake dužine projekcija

Kosa projekcija



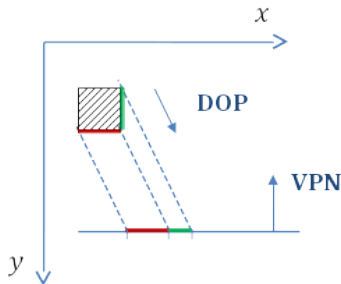
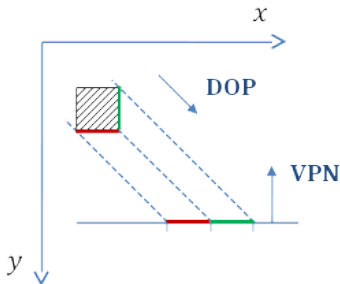
- Ravan projekcije je upravna na neku od koordinatnih osa, a pravac projekcije nije jednak normali ravni projekcije
- Akcenat se stavlja na jednu (prednju) stranu objekta, dok se kod izometrijske projekcije akcenat stavlja na ivice objekta

Kosa projekcija

- Primene:
 - za tehničke crteže
- Prednosti:
 - može da predstavi tačan oblik jedne strane objekta (mogu se izvesti precizna merenja)
 - nedostatak perspektivnog skraćanja olakšava poređenje veličina
 - donekle daje utisak trodimenzionog izgleda objekta
- Mane:
 - nedostatak skraćanja daje nerealističan izgled

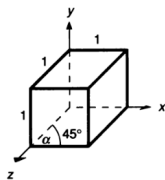
Vrste kosih projekcija

- Najčešće korišćeni tipovi kosih projekcija su cavalier i cabinet
- **Cavalier** projektovanje koristi pravac projekcije koji zahvata ugao od $\pi/4$ sa ravni projekcije
- **Cabinet** projektovanje koristi pravac projekcije koji zahvata ugao $\arctg(2)$ sa ravni projekcije

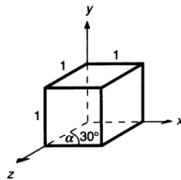


Cavalier vs. cabinet projektovanje

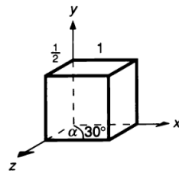
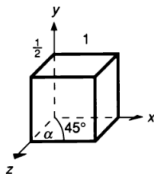
- Projekcije duži normalnih na ravan projekcije su kod cavalier projektovanja **iste dužine** kao i same duži, dok su kod cabinet projektovanja one **dva puta manje dužine**
- Kose projekcije se međusobno razlikuju po uglu koji projekcije duži upravnih na ravan projektovanja zahvataju sa x koordinatnom osom



(a)



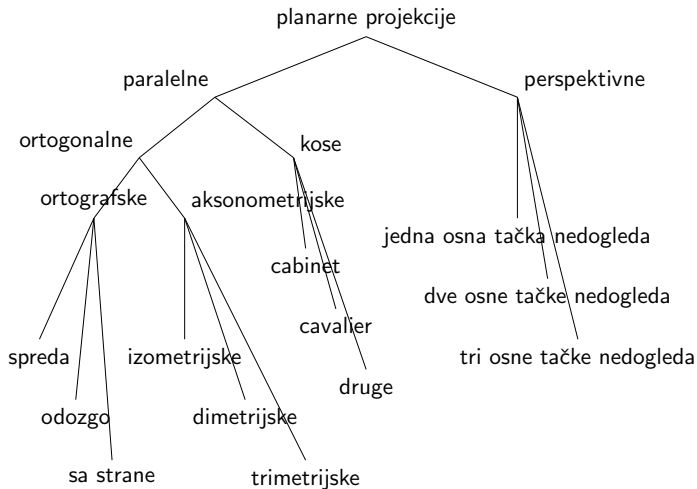
(b)



Korišćenje cabinet projekcije u video igrama

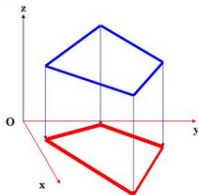


Podela planarnih projekcija



Primer izračunavanja ortografske projekcije tačke

- Zadatak: odrediti matricu ortografskog projektovanja na ravan $z = d$.

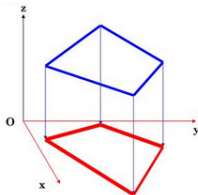


- Za koordinate projekcije $P_p(x_p, y_p, z_p)$ tačke $P(x, y, z)$ važi:

$$x_p = x, \quad y_p = y, \quad z_p = d$$

Primer izračunavanja ortografske projekcije tačke

- Zadatak: odrediti matricu ortografskog projektovanja na ravan $z = d$.



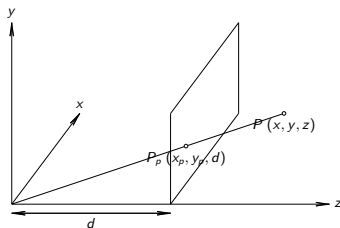
- Za koordinate projekcije $P_p(x_p, y_p, z_p)$ tačke $P(x, y, z)$ važi:

$$x_p = x, \quad y_p = y, \quad z_p = d$$

$$\begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \\ 1 \end{bmatrix} = M_{ort} \cdot P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ d \\ 1 \end{bmatrix}$$

Primer izračunavanja perspektivne projekcije tačke

- Zadatak: odrediti matricu perspektivnog projektovanja za koje važi:
 - centar projekcije je u koordinatnom početku
 - ravan projekcije je ravan $z = d$



- Koordinate projekcije $P_p(x_p, y_p, z_p)$ tačke $P(x, y, z)$ računamo na osnovu sličnosti trouglova:

$$\frac{x_p}{d} = \frac{x}{z} \quad \frac{y_p}{d} = \frac{y}{z}$$

Primer izračunavanja perspektivne projekcije tačke - rešenje

- Dakle za koordinate tačke P_p važi:

$$x_p = \frac{x}{z/d}, \quad y_p = \frac{y}{z/d}, \quad z_p = d = \frac{z}{z/d}$$

- Neka su (X, Y, Z, W) homogene koordinate tačke P_p
- Homogenu koordinatu tačke P_p treba postaviti na z/d

Primer izračunavanja perspektivne projekcije tačke - rešenje

- Dakle za koordinate tačke P_p važi:

$$x_p = \frac{x}{z/d}, \quad y_p = \frac{y}{z/d}, \quad z_p = d = \frac{z}{z/d}$$

- Neka su (X, Y, Z, W) homogene koordinate tačke P_p
- Homogenu koordinatu tačke P_p treba postaviti na z/d

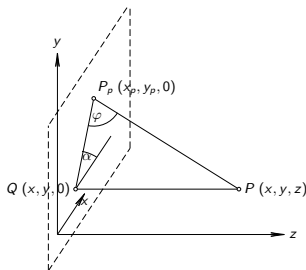
$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ W \end{bmatrix} = M_{persp} \cdot P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1/d & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \frac{z}{d} \end{bmatrix}$$

$$(x_p, y_p, z_p) = \left(\frac{x}{W}, \frac{y}{W}, \frac{z}{W} \right) = \left(\frac{x}{z/d}, \frac{y}{z/d}, d \right)$$

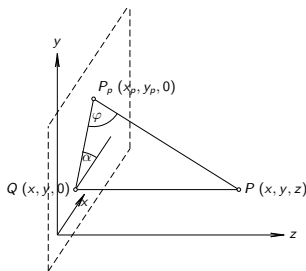
- U 3D dekartovskom sistemu $\left(\frac{x}{z/d}, \frac{y}{z/d}, d \right)$ je projekcija tačke (x, y, z)

Primer izračunavanja kose projekcije tačke

- Zadatak: odrediti matricu kosog projektovanja za koju važi:
 - ravan projekcije je ravan $z = 0$
 - pravac projektovanja zahvata sa ravni projektovanja ugao φ
 - projekcije duži upravnih na ravan projektovanja zahvataju ugao α sa x koordinatnom osom



Primer izračunavanja kose projekcije tačke - rešenje



- Označimo sa L dužinu duži P_pQ
- Koordinate tačke P_p računamo na osnovu dva pravougla trougla

$$\tan \varphi = \frac{z}{L} \Rightarrow L = z \cdot \cot \varphi$$

$$\sin \alpha = \frac{y_p - y}{L}, \quad \cos \alpha = \frac{x_p - x}{L}$$

Primer izračunavanja kose projekcije tačke - rešenje

- Dakle za koordinate tačke projekcije važi:

$$x_p = x + z \cdot \cot \varphi \cdot \cos \alpha$$

$$y_p = y + z \cdot \cot \varphi \cdot \sin \alpha$$

$$z_p = 0$$

- Neka su (X, Y, Z, W) homogene koordinate tačke P_p

Primer izračunavanja kose projekcije tačke - rešenje

- Dakle za koordinate tačke projekcije važi:

$$x_p = x + z \cdot \cot \varphi \cdot \cos \alpha$$

$$y_p = y + z \cdot \cot \varphi \cdot \sin \alpha$$

$$z_p = 0$$

- Neka su (X, Y, Z, W) homogene koordinate tačke P_p

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ W \end{bmatrix} = M_{kosa} \cdot P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cot \varphi \cdot \cos \alpha & 0 \\ 0 & 1 & \cot \varphi \cdot \sin \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Cavalier projektovanje: $\cot \varphi = 1$
- Cabinet projektovanje: $\cot \varphi = 1/2$

Korišćenje različitih vrsta projektovanja u video igrama

[https://medium.com/retronator-magazine/
game-developers-guide-to-graphical-projections-with-video-game-examples-part-1-introduction-aa3d051c137d](https://medium.com/retronator-magazine/game-developers-guide-to-graphical-projections-with-video-game-examples-part-1-introduction-aa3d051c137d)

<https://www.significant-bits.com/a-laymans-guide-to-projection-in-videogames/>