Типови задатака за четврти кратки тест*

– Решења –

1. Одредити параметризацију круга $(x+2)^2+(y-1)^2=2$ централним углом θ. Одредити координате тачке M која се добија за угао $\theta=\frac{3\pi}{4}$.

   Решење:

$$x = \boxed{-2} + \boxed{\sqrt{2}} \cos\theta$$
$$y = \boxed{1} + \boxed{\sqrt{2}} \sin\theta, \quad \theta\in[0,2\pi)$$

$$M\left(\boxed{-3}, \boxed{2}\right).$$

2. Која од следећих једначина представља круг $x^2+(y+1)^2=9$? Заокружити слова испред тачних одговора:

   а) $x=3\sin t,\ y=-1+3\cos t,\ t\in[0,2\pi)$

   б) $x=3\cos t,\ y=1+3\sin t,\ t\in[0,2\pi)$

   в) $x=3\cos\dfrac{t}{2},\ y=1+3\sin\dfrac{t}{2},\ t\in[0,2\pi)$

   г) $x=3\cos\dfrac{t}{2},\ y=-1+3\sin\dfrac{t}{2},\ t\in[0,4\pi)$

   д) $x=3\dfrac{1-t^2}{1+t^2},\ y=-1+\dfrac{6t}{1+t^2},\ t\in[0,1]$

3. Одредити координате жижа елипсе $\frac{(x+1)^2}{3}+\frac{(y-1)^2}{2}=1$.

   Решење:

$$F_1=\left(\boxed{0}, \boxed{1}\right),\quad F_2=\left(\boxed{-2}, \boxed{1}\right).$$

4. Колики је ексцентрицитет параболе $x+(y-1)^2=7$?

   Одговор: $e=\boxed{1}$.

5. Одредити једначине асимптота хиперболе $\frac{(x-1)^2}{4}-\frac{(y+2)^2}{1}=1$.

   Решење:

$$a_1: y=\boxed{-\tfrac{1}{2}}\,x+\boxed{-\tfrac{3}{2}},\quad a_2: y=\boxed{\tfrac{1}{2}}\,x+\boxed{-\tfrac{5}{2}}.$$

6. Одредити једначину директрисе параболе $(y-1)^2=3x$.

   Решење:

$$d: \boxed{4}\,x+\boxed{3}=0.$$

*На тесту ће бити највише 3 задатка који се раде 10 минута

7. Које од следећих једначина представљају **конике**? (заокружити слова испред тачних одговора)

   а) $x^2 + y^2 + 4x - 2y - 3 = 0$

   б) $xy = -1$

   в) $(y-1)^2 = 0$

   г) $x^2 + 3y^2 = -1$

   д) $y = x^2 + 2$

8. Заокружити тачне одговоре:

   а) Једначина $y^2 - 2z^2 = 1$ представља хиперболу у простору. ДА НЕ

   б) Једначина $x^2 + y^2 + z^2 = 0,\ x - y = 1$ представља круг у простору. ДА НЕ

   в) Једначина $x^2 + z^2 = 0,\ y = 1$ представља круг у простору. ДА НЕ

9. Свести криву $4x^2 + y^2 + 12x - 2y + 10 = 0$ на канонски облик транслацијом и рећи о којој кривој је реч.

   Центар криве је: $C\left(\boxed{-\frac{3}{2}} , \boxed{1} \right)$.

   Крива је: ХИПЕРБОЛА ТАЧКА ДВЕ ПАРАЛЕЛНЕ ПРАВЕ ПАРАБОЛА ЕЛИПСА

10. Свести параболу $2y^2 - 12y - 5x + 23 = 0$ на канонски облик транслацијом.

    Теме параболе је тачка $T\left(\boxed{1} , \boxed{3} \right)$.

    Канонска једначина параболе је $y'^2 = \boxed{\frac{5}{2}}\ x'$.

11. Заокружити тачне одговоре:

    а) Зрак који извире из једне жиже хиперболе одбија се и пролази кроз другу жижу. ДА НЕ

    б) Збир растојања произвољне тачке од жижа елипсе је константан. ДА НЕ

    в) Хипербола је централно симетрична. ДА НЕ

    г) Ексцентрицитет круга је 1. ДА НЕ

12. Орбита ког небеског тела има највећи екцентрицитет? Заокружити тачан одговор.

    МЕРКУР ЗЕМЉА ХАЛЕЈЕВА КОМЕТА НЕПТУН СУНЦЕ

13. Са земље су истом почетном брзином испаљена два коса хица: први под углом $\phi_0 = \frac{\pi}{3}$, а други под углом $\theta_0 = \frac{\pi}{8}$. Који од њих је је достигао већу **даљину**?

    Заокружити тачан одговор: први други

14. Заокружити тачне одговоре:

    а) Круг и хипербола су пројективно еквивалентне криве. ДА НЕ

    б) Једначина $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 0$ представља тачку у пројективној равни. ДА НЕ

    в) Једначином $x_2^2 - x_3^2 = 0$ су задате две праве у пројективној равни. ДА НЕ

15. Одредити Безијерову криву чије су контролне тачке $P_0(1,0)$, $P_1(-2,3)$, $P_2(1,2)$.

    Једначина криве је:

$$\alpha(t) = \left(\boxed{1} + \boxed{-6}\, t + \boxed{6}\, t^2,\ \boxed{0} + \boxed{6}\, t + \boxed{-4}\, t^2 \right),\ t \in [0,1].$$

16. Одредити Безијерову криву чије су контролне тачке $P_0(0,0)$, $P_1(-4,0)$, $P_2(0,4)$.

    Једначина криве је:

$$\alpha(t) = \left(\boxed{6} + \boxed{-8}\, t + \boxed{2}\, t^2,\ \boxed{1} + \boxed{-2}\, t + \boxed{1}\, t^2 \right),\ t \in [1,3].$$

17. Употребом де Кастељау алгоритма одредити тачку на Безијеровој кривој одређеној тачкама $P_0(1,-1)$, $P_1(-4,4)$, $P_2(6,-1)$, за $t=\frac{2}{5}$.

Решење:

$$P_{10} = \left(\boxed{-1} \; , \; \boxed{1} \right)$$
$$P_{11} = (\boxed{0} \; , \; \boxed{2})$$
$$\alpha_2\left(\frac{2}{5}\right) = \left(\boxed{-\tfrac{3}{5}} \; , \; \boxed{\tfrac{7}{5}} \right).$$

18. Употребом де Кастељау алгоритма поделити Безијерову криву α чије су контролне тачке $P_0(-2,3)$, $P_1(8,-2)$, $P_2(3,13)$, у тачки $\alpha(0.2)$ на две криве α_1 и α_2.

Крива α_1 је одређена тачкама: $\left(\boxed{-2} \; , \; \boxed{3} \right), (\boxed{0} \; , \; \boxed{2}), \left(\boxed{\tfrac{7}{5}} \; , \; \boxed{\tfrac{9}{5}} \right).$

Крива α_2 је одређена тачкама: $\left(\boxed{\tfrac{7}{5}} \; , \; \boxed{\tfrac{9}{5}} \right), (\boxed{7} \; , \; \boxed{1}), (\boxed{3} \; , \; \boxed{13}).$

19. Повећати степен Безијерове криве чије су контролне тачке $P_0(0,2)$, $P_1(6,7)$, $P_2(3,2)$ за један, без промене облика криве.

Нове контролне тачке су:

$$Q_0 = (\boxed{0} \; , \; \boxed{2}), \; Q_1 = \left(\boxed{4} \; , \; \boxed{\tfrac{16}{3}} \right),$$
$$Q_2 = \left(\boxed{5} \; , \; \boxed{\tfrac{16}{3}} \right), \; Q_3 = (\boxed{3} \; , \; \boxed{2}).$$

20. Заокружити слово испред тачног одговора:

а) Део хиперболе се може представити као Безијерова крива степена 2. ДА НЕ

б) Безијерова крива степена 1 је права. ДА НЕ

в) Део елипсе се може представити као рационална Безијерова крива. ДА НЕ

г) Смицањем у правцу y-осе Безијерова крива се слика у Безијерову криву истог степена. ДА НЕ