

## Типови задатака за трећи кратки тест\*

– Решења –

1. Одредити формуле афиног пресликавања  $f$  равни које тачке  $O(0,0)$ ,  $A(0,1)$ ,  $B(1,0)$  пресликава редом у тачке  $O'(-1,1)$ ,  $A'(2,3)$ ,  $B'(1,-1)$ . Одредити координате тежишта  $T$  троугла  $OAB$  и његове слике  $T'$ . Да ли је  $T'$  тежиште троугла  $O'A'B'$ ?

Решење:

$$\begin{aligned} x' &= \boxed{2}x + \boxed{3}y + \boxed{-1} & T &= \left( \boxed{\frac{1}{3}}, \boxed{\frac{1}{3}} \right) \\ y' &= \boxed{-2}x + \boxed{2}y + \boxed{1} & T' &= \left( \boxed{\frac{2}{3}}, \boxed{1} \right) \end{aligned}$$

Одговор: **ДА** НЕ

2. Одредити формуле афиног пресликавања  $f$  равни које тачке  $P(1,2)$ ,  $Q(-2,2)$ ,  $R(0,0)$  пресликава редом у тачке  $P'(-1,0)$ ,  $Q'(1,-2)$ ,  $R'(0,3)$ . Да ли пресликавање чува оријентацију?

Решење:

$$\begin{aligned} x' &= \boxed{-\frac{2}{3}}x + \boxed{-\frac{1}{6}}y + \boxed{0} \\ y' &= \boxed{\frac{2}{3}}x + \boxed{-\frac{11}{6}}y + \boxed{3} \end{aligned}$$

Одговор: **ДА** НЕ

3. Шта може бити слика правоугаоника при **афином** пресликавању  $f$ ?

Заокружити тачне одговоре:

ТРАПЕЗ **РОМБ** ТРОУГАО ДЕЛТОИД ДУЖ **КВАДРАТ**

4. Нека су  $S$  и  $Q$  произвољне тачке ( $S \neq Q$ ). Проверити тачност идентитета:

- а)  $\mathcal{T}_{\overline{SQ}} \circ \mathcal{R}_{S,\phi} \circ \mathcal{T}_{\overline{QS}} = \mathcal{R}_{Q,\phi}$  **ДА** НЕ  
 б)  $\mathcal{R}_{S,\phi} \circ \mathcal{H}_{S,\lambda} = \mathcal{H}_{S,\lambda} \circ \mathcal{R}_{S,\phi}$  **ДА** НЕ  
 в)  $\mathcal{R}_{Q,\phi} \circ \mathcal{R}_{S,\phi} = \mathcal{T}_{\overline{OQ}} \circ \mathcal{R}_{2\phi} \circ \mathcal{T}_{\overline{SO}}$  ДА **НЕ**  
 г)  $\mathcal{H}_{S,1,-1} \circ \mathcal{H}_{S,-1,1} = \mathcal{R}_{S,\frac{\pi}{2}}$  ДА **НЕ**

5. Одредити  $3 \times 3$  матрицу ротације око тачке  $S(0,-2)$  за угао  $\frac{4\pi}{3}$ . У коју тачку се пресликава тачка  $M(2,0)$ ?

Одговор:

$$\left( \begin{array}{ccc} \boxed{-\frac{1}{2}} & \boxed{\frac{\sqrt{3}}{2}} & \boxed{\sqrt{3}} \\ \boxed{-\frac{\sqrt{3}}{2}} & \boxed{-\frac{1}{2}} & \boxed{-3} \\ \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{1} \end{array} \right), \quad M' = \left( \boxed{-1 + \sqrt{3}}, \boxed{-3 - \sqrt{3}} \right)$$

\*На тесту ће бити највише 3 задатка који се раде 10 минута

6. Дате су тачке  $A(2, 5)$  и  $S(-1, 1)$ . Нека је  $f$  композиција ротације око тачке  $S$  за угао  $\frac{3\pi}{4}$  и транслације за вектор  $\vec{v} = (1, -2)$ .

а) Шта је слика круга описаног око квадрата чије је једно теме тачка  $A$ , а тачка  $S$  је пресек њених дијагонала при пресликавању  $f$ ? (заокружити тачан одговор)

КРУГ  ЕЛИПСА  ПАРАБОЛА  ДУЖ  ХИПЕРБОЛА  ТАЧКА

б) Површина слике круга при том пресликавању је:  $P =$   .

в) Да ли је пресликавање  $f$  изометрија?  ДА  НЕ

7. Нека су  $p$  и  $q$  праве које се секу у координатном почетку и нека је  $r$  права која садржи координатни почетак и нормална је на праву  $p$ . Проверити тачност идентитета:

а)  $S_p \circ S_q = \mathcal{R}_{2\angle(p,q)}$   ДА  НЕ

б)  $S_p \circ S_r = S_r \circ S_p$   ДА  НЕ

в)  $S_p^3 = id$   ДА  НЕ

г)  $S_p \circ S_q = S_r^{-1} \circ S_q$   ДА  НЕ

8. Написати матрицу рефлексије у односу на праву  $p_0 : x + y = 0$ .

Решење:

$$\left( \begin{array}{cc} \boxed{0} & \boxed{-1} \\ \boxed{-1} & \boxed{0} \end{array} \right)$$

9. Одредити слике тачке  $M(1, 3)$  при рефлексији у односу на праву:

а)  $p : x = -2$ :  $M' = \left( \boxed{-5}, \boxed{3} \right)$ ;

б)  $q : y = 4$ :  $M' = \left( \boxed{1}, \boxed{5} \right)$ ;

в)  $r : 2x - y + 1 = 0$ :  $M' = \left( \boxed{1}, \boxed{3} \right)$ .

10. Проверити тачност идентитета:

а)  $\mathcal{H}_{1,-1} \circ \mathcal{H}_{-1,-1} = \mathcal{R}_\pi$   ДА  НЕ

б)  $\mathcal{H}_{\lambda_1, \lambda_2} \circ \mathcal{R}_{\frac{\pi}{4}} = \mathcal{R}_{\frac{\pi}{4}} \circ \mathcal{H}_{\lambda_1, \lambda_2}$ ,  $\lambda_1 < \lambda_2$   ДА  НЕ

в)  $\mathcal{H}_{\lambda_1}^{-1} = \mathcal{H}_{\frac{1}{\lambda_1}}$   ДА  НЕ

г)  $\mathcal{H}_{\lambda_1, \lambda_2}^2 = id$ ,  $0 < \lambda_1 < \lambda_2 < 1$   ДА  НЕ

11. Одредити формуле хомотетије са центром у тачки  $S(2, 1)$  и коефицијентом  $\lambda = -2$ . У коју тачку се слика координатни почетак?

Решење:

$$\begin{aligned} x' &= \boxed{-2} x + \boxed{0} y + \boxed{6} \\ y' &= \boxed{0} x + \boxed{-2} y + \boxed{3} \end{aligned} \quad O' = \left( \boxed{6}, \boxed{3} \right)$$

12. Које од следећих пресликавања равни чува углове? Заокружити тачне одговоре:

СМИЦАЊЕ  ХОМОТЕТИЈА  ТРАНСЛАЦИЈА  СКАЛИРАЊЕ  РОТАЦИЈА

13. Које од следећих пресликавања су кретања простора?

а) Скалирање  $\mathcal{H}_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3}$   ДА  НЕ

б) Ротација око праве  $\mathcal{R}_p(\phi)$   ДА  НЕ

в) Транслација  $\mathcal{T}_{\vec{v}}$   ДА  НЕ

г) Ортогонална пројекција на  $xz$ -раван  ДА  НЕ

д) Рефлексија у односу на раван  $S_\alpha$   ДА  НЕ

ђ) Пресликавање које слика леву шаку у десну  ДА  НЕ

14. Написати матрицу ротације око  $z$ -осе за угао  $\frac{\pi}{6}$ .

Решење:

$$\begin{pmatrix} \boxed{\sqrt{3}/2} & \boxed{-1/2} & \boxed{0} \\ \boxed{1/2} & \boxed{\sqrt{3}/2} & \boxed{0} \\ \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{1} \end{pmatrix}$$

15. Одредити формуле рефлексije у односу на раван  $y = 1$ .

Решење:

$$x' = \boxed{1} x + \boxed{0} y + \boxed{0} z + \boxed{0}$$

$$y' = \boxed{0} x + \boxed{-1} y + \boxed{0} z + \boxed{2}$$

$$z' = \boxed{0} x + \boxed{0} y + \boxed{1} z + \boxed{0}$$

16. Одредити формуле ортогоналне пројекције на раван  $x = 2$ .

Решење:

$$x' = \boxed{0} x + \boxed{0} y + \boxed{0} z + \boxed{2}$$

$$y' = \boxed{0} x + \boxed{1} y + \boxed{0} z + \boxed{0}$$

$$z' = \boxed{0} x + \boxed{0} y + \boxed{1} z + \boxed{0}$$

17. Заокружити тачне одговоре:

а) Стереографска пројекција је бијекција.  ДА  НЕ

б) Стереографска пројекција је изометрија.  ДА  НЕ

в) Стереографска пројекција чува углове.  ДА  НЕ

18. Одредити хомогене координате тачака  $A(-1, 2)$  и  $B(0, 0)$ .

Одговор:  $A(\boxed{2} : \boxed{-4} : -2)$   $B(\boxed{0} : \boxed{0} : \boxed{1})$

19. Одредити афине координате тачака  $A(-3 : 2 : 3)$  и  $B(0 : 2 : -1)$ .

Одговор:  $A(\boxed{-1}, \boxed{\frac{2}{3}})$   $B(\boxed{0}, \boxed{-2})$

20. Одредити једначину праве  $\bar{q}$  кроз тачке  $A(1 : 0 : 1)$ ,  $B(1 : 1 : 0)$ .

Одговор:  $\bar{q}: \boxed{-1} x_1 + \boxed{1} x_2 + \boxed{1} x_3 = 0$ .

21. Шта може бити слика ромба при **пројективном** пресликавању  $f$ ?

Заокружити тачне одговоре:

ПРАВОУГАОНИК  ДЕЛТОИД  ДУЖ  КВАДРАТ  ТРОУГАО  ТРАПЕЗ

22. Која од следећих тврђења су тачна?

а) Свако пројективно пресликавање је изометрија.  ДА  НЕ

б) Постоји пројективно пресликавање које круг слика у параболу.  ДА  НЕ

в) Тачка  $A(-1 : 1 : 0)$  припада бесконачно далекој правој.  ДА  НЕ

г) Ортогонална пројекција на  $yz$ -раван је пројективно пресликавање.  ДА  НЕ

д) Пројективно пресликавање јединствено је одређено сликама три неколинеарне тачке.  ДА  НЕ

23. Одредити пројективно пресликавање равни које тачке  $A_0(1 : 0 : 0)$ ,  $B_0(0 : 1 : 0)$ ,  $C_0(0 : 0 : 1)$ ,  $D_0(1 : 1 : 1)$  слика у  $A(1 : 0 : 1)$ ,  $B(1 : 1 : 0)$ ,  $C(0 : 1 : 1)$ ,  $D(3 : 2 : 2)$ .

Решење:

$$\lambda x'_1 = \boxed{3} x_1 + \boxed{3} x_2 + \boxed{0} x_3$$

$$\lambda x'_2 = \boxed{0} x_1 + \boxed{3} x_2 + \boxed{1} x_3$$

$$\lambda x'_3 = \boxed{3} x_1 + \boxed{0} x_2 + \boxed{1} x_3$$