

Типови задатака за трећи кратки тест*

– Решења –

1. Одредити формуле афиног пресликавања f равни које тачке $O(0,0)$, $A(0,1)$, $B(1,0)$ пресликава редом у тачке $O'(-1,1)$, $A'(2,3)$, $B'(1,-1)$. Одредити координате тежишта T троугла OAB и његове слике T' . Да ли је T' тежиште троугла $O'A'B'$?

Решење:

$$\begin{aligned} x' &= \boxed{2}x + \boxed{3}y + \boxed{-1} & T &= \left(\boxed{\frac{1}{3}}, \boxed{\frac{1}{3}} \right) \\ y' &= \boxed{-2}x + \boxed{2}y + \boxed{1} & T' &= \left(\boxed{\frac{2}{3}}, \boxed{1} \right) \end{aligned}$$

Одговор: **ДА** НЕ

2. Одредити формуле афиног пресликавања f равни које тачке $P(1,2)$, $Q(-2,2)$, $R(0,0)$ пресликава редом у тачке $P'(-1,0)$, $Q'(1,-2)$, $R'(0,3)$. Да ли пресликавање чува оријентацију?

Решење:

$$\begin{aligned} x' &= \boxed{-\frac{2}{3}}x + \boxed{-\frac{1}{6}}y + \boxed{0} \\ y' &= \boxed{\frac{2}{3}}x + \boxed{-\frac{11}{6}}y + \boxed{3} \end{aligned}$$

Одговор: **ДА** НЕ

3. Шта може бити слика ромба при **афином** пресликавању f ?

Заокружити тачне одговоре:

ПРАВОУГАОНИК ДЕЛТОИД ДУЖ **КВАДРАТ** ТРОУГАО ТРАПЕЗ

4. Нека су S и Q произвољне тачке ($S \neq Q$). Проверити тачност идентитета:

- а) $\mathcal{T}_{\overrightarrow{SQ}} \circ \mathcal{R}_{Q,\phi} = \mathcal{R}_{Q,\phi} \circ \mathcal{T}_{\overrightarrow{SQ}}$ ДА **НЕ**
 б) $\mathcal{R}_{S,\phi} = \mathcal{T}_{\overrightarrow{SQ}} \circ \mathcal{R}_{Q,\phi}$ ДА **НЕ**
 в) $\mathcal{R}_{Q,\phi} \circ \mathcal{R}_{Q,\theta} = \mathcal{R}_{Q,\phi+\theta}$ **ДА** НЕ
 г) $\mathcal{T}_{\overrightarrow{QS}} \circ \mathcal{R}_{Q,\phi} \circ \mathcal{T}_{\overrightarrow{SQ}} = \mathcal{R}_{S,\phi}$ **ДА** НЕ

5. Одредити 3×3 матрицу ротације око тачке $S(-2,2)$ за угао $\frac{5\pi}{3}$. У коју тачку се пресликава тачка $M(0,2)$?

Одговор:

$$\left(\begin{array}{ccc} \boxed{\frac{1}{2}} & \boxed{\frac{\sqrt{3}}{2}} & \boxed{-1 - \sqrt{3}} \\ \boxed{-\frac{\sqrt{3}}{2}} & \boxed{\frac{1}{2}} & \boxed{1 - \sqrt{3}} \\ \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{1} \end{array} \right), \quad M' = \left(\boxed{-1}, \boxed{2 - \sqrt{3}} \right)$$

*На тесту ће бити највише 3 задатка који се раде 10 минута

6. Дате су тачке $A(4, 3)$ и $S(1, -1)$. Нека је f композиција ротације око тачке S за угао $\frac{5\pi}{6}$ и транслације за вектор $\vec{v} = (2, -3)$.

а) Шта је слика круга описаног око квадрата чије је једно теме тачка A , а тачка S је пресек њених дијагонала при пресликавању f ? (заокружити тачан одговор)

КРУГ ЕЛИПСА ПАРАБОЛА ДУЖ ХИПЕРБОЛА ТАЧКА

б) Површина слике круга при том пресликавању је: $P =$.

в) Да ли је пресликавање f изометрија? ДА НЕ

7. Нека су p и q праве које се секу у координатном почетку и нека је r права која садржи координатни почетак и нормална је на праву p . Проверити тачност идентитета:

а) $S_p \circ S_q = \mathcal{R}_{2\angle(p,q)}$ ДА НЕ

б) $S_p \circ S_r = S_r \circ S_p$ ДА НЕ

в) $S_p^3 = id$ ДА НЕ

г) $S_p \circ S_q = S_r^{-1} \circ S_q$ ДА НЕ

8. Написати матрицу рефлексије у односу на праву $p_0 : x - y = 0$.

Решење:

$$\left(\begin{array}{|c|c|} \hline 0 & 1 \\ \hline 1 & 0 \\ \hline \end{array} \right)$$

9. Одредити слике тачке $M(1, 3)$ при рефлексији у односу на праву:

а) $p : x = -2$: $M' = \left(\begin{array}{|c|, |c|} \hline -5 & 3 \\ \hline \end{array} \right)$;

б) $q : y = 4$: $M' = \left(\begin{array}{|c|, |c|} \hline 1 & 5 \\ \hline \end{array} \right)$;

в) $r : 2x - y + 1 = 0$: $M' = \left(\begin{array}{|c|, |c|} \hline 1 & 3 \\ \hline \end{array} \right)$.

10. Проверити тачност идентитета:

а) $\mathcal{H}_{1,-1} \circ \mathcal{H}_{-1,-1} = \mathcal{R}_\pi$ ДА НЕ

б) $\mathcal{H}_{\lambda_1, \lambda_2} \circ \mathcal{R}_{\frac{\pi}{4}} = \mathcal{R}_{\frac{\pi}{4}} \circ \mathcal{H}_{\lambda_1, \lambda_2}$, $\lambda_1 < \lambda_2$ ДА НЕ

в) $\mathcal{H}_{\lambda_1}^{-1} = \mathcal{H}_{\frac{1}{\lambda_1}}$ ДА НЕ

г) $\mathcal{H}_{\lambda_1, \lambda_2}^2 = id$, $0 < \lambda_1 < \lambda_2 < 1$ ДА НЕ

11. Одредити формуле хомотетије са центром у тачки $S(2, 1)$ и коефицијентом $\lambda = -2$. У коју тачку се слика координатни почетак?

Решење:

$$\begin{aligned} x' &= \text{} x + \text{} y + \text{} \\ y' &= \text{} x + \text{} y + \text{} \end{aligned} \quad O' = (\text{} , \text{})$$

12. Које од следећих пресликавања равни чува углове? Заокружити тачне одговоре:

СМИЦАЊЕ ХОМОТЕТИЈА ТРАНСЛАЦИЈА СКАЛИРАЊЕ РОТАЦИЈА

13. Које од следећих пресликавања су кретања простора?

а) Скалирање $\mathcal{H}_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3}$ ДА НЕ

б) Ротација око праве $\mathcal{R}_p(\phi)$ ДА НЕ

в) Транслација $\mathcal{T}_{\vec{v}}$ ДА НЕ

г) Ортогонална пројекција на xz -раван ДА НЕ

д) Рефлексија у односу на раван S_α ДА НЕ

14. Написати матрицу ротације око z -осе за угао $\frac{11\pi}{6}$.

Решење:

$$\begin{pmatrix} \boxed{\sqrt{3}/2} & \boxed{1/2} & \boxed{0} \\ \boxed{-1/2} & \boxed{\sqrt{3}/2} & \boxed{0} \\ \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{1} \end{pmatrix}$$

15. Одредити формуле рефлексије у односу на раван $x = -1$.

Решење:

$$\begin{aligned} x' &= \boxed{-1} x + \boxed{0} y + \boxed{0} z + \boxed{-2} \\ y' &= \boxed{0} x + \boxed{1} y + \boxed{0} z + \boxed{0} \\ z' &= \boxed{0} x + \boxed{0} y + \boxed{1} z + \boxed{0} \end{aligned}$$

16. Одредити формуле ортогоналне пројекције на раван $y = 2$.

Решење:

$$\begin{aligned} x' &= \boxed{1} x + \boxed{0} y + \boxed{0} z + \boxed{0} \\ y' &= \boxed{0} x + \boxed{0} y + \boxed{0} z + \boxed{2} \\ z' &= \boxed{0} x + \boxed{0} y + \boxed{1} z + \boxed{0} \end{aligned}$$

17. Заокружити тачне одговоре:

- а) Стереографска пројекција је бијекција. ДА НЕ
 б) Стереографска пројекција је изометрија. ДА НЕ
 в) Стереографска пројекција чува углове. ДА НЕ

18. Одредити хомогене координате тачака $A(-1, 2)$ и $B(0, 0)$.

Одговор: $A(\boxed{2} : \boxed{-4} : -2)$ $B(\boxed{0} : \boxed{0} : \boxed{1})$

19. Одредити афине координате тачака $A(-3 : 2 : 3)$ и $B(0 : 2 : -1)$.

Одговор: $A(\boxed{-1}, \boxed{\frac{2}{3}})$ $B(\boxed{0}, \boxed{-2})$

20. Одредити једначину праве \bar{q} кроз тачке $A(1 : 0 : 1)$, $B(1 : 1 : 0)$.

Одговор: $\bar{q}: \boxed{-1} x_1 + \boxed{1} x_2 + \boxed{1} x_3 = 0$.

21. Шта може бити слика ромба при **пројективном** пресликавању f ?

Заокружити тачне одговоре:

- ПРАВОУГАОНИК ДЕЛТОИД ДУЖ КВАДРАТ ТРОУГАО ТРАПЕЗ

22. Која од следећих тврђења су тачна?

- а) Свако пројективно пресликавање је изометрија. ДА НЕ
 б) Постоји пројективно пресликавање које круг слика у хиперболу. ДА НЕ
 в) Тачка $A(1 : 1 : 0)$ припада бесконачно далекој правој. ДА НЕ
 г) Ортогонална пројекција на xz -раван је пројективно пресликавање. ДА НЕ
 д) Пројективно пресликавање јединствено је одређено сликама три неколинеарне тачке. ДА НЕ

23. Одредити пројективно пресликавање равни које тачке $A_0(1 : 0 : 0)$, $B_0(0 : 1 : 0)$, $C_0(0 : 0 : 1)$, $D_0(1 : 1 : 1)$ слика у $A(1 : 0 : 1)$, $B(1 : 1 : 0)$, $C(0 : 1 : 1)$, $D(3 : 2 : 2)$.

Решење:

$$\begin{aligned} \lambda x'_1 &= \boxed{3} x_1 + \boxed{3} x_2 + \boxed{0} x_3 \\ \lambda x'_2 &= \boxed{0} x_1 + \boxed{3} x_2 + \boxed{1} x_3 \\ \lambda x'_3 &= \boxed{3} x_1 + \boxed{0} x_2 + \boxed{1} x_3 \end{aligned}$$