

## Типови задатака за други кратки тест\*

– Решења –

1. Одредити нормализовану једначину праве  $p$  која садржи тачку  $P(1,3)$  и чији је нормални вектор  $\vec{n}_p = (2,1)$ .

Решење:

$$p: \boxed{\frac{2}{\sqrt{5}}} x + \boxed{\frac{1}{\sqrt{5}}} y + \boxed{-\sqrt{5}} = 0.$$

2. Одредити јединични вектор правца праве  $p: 4x - 3y - 2 = 0$  и тачку те праве.

Решење:

$$\vec{p} = \left( \boxed{\frac{3}{5}}, \boxed{\frac{4}{5}} \right), \quad P = (2, \boxed{2})$$

3. Одредити имплицитну једначину праве  $q$  која садржи тачку  $Q(1,1)$  и нормална је на праву  $p: 2x + 3y = 0$ .

Решење:

$$q: \boxed{3} x + \boxed{-2} y + \boxed{-1} = 0.$$

4. Одредити канонску једначину праве  $p$  која садржи тачку  $P(0, -2)$  и паралелна је  $x$ -оси.

Решење:

$$p: \frac{x - \boxed{0}}{\boxed{1}} = \frac{y - \boxed{-2}}{\boxed{0}}.$$

5. Одредити параметарску једначину полуправе  $[AB]$ ,  $A(1,2)$ ,  $B(0,3)$ . Да ли тачка  $C(3,0)$  припада тој полуправој? (заокружити тачан одговор)

Решење:

$$x = \boxed{1} t + \boxed{1}, \quad y = \boxed{-1} t + \boxed{2}, \quad t \leq 0.$$

Одговор: ДА **НЕ**

6. Одредити тачке  $M_1$ ,  $M_2$  и  $M_3$  које дуж  $[AB]$ ,  $A(2,5)$ ,  $B(-2,9)$ , деле на три једнака дела.

Решење:

$$M_1 = (\boxed{1}, \boxed{6}), \quad M_2 = (\boxed{0}, \boxed{7}), \quad M_3 = (\boxed{-1}, \boxed{8})$$

7. Које од тачака  $A(1,2)$ ,  $B(4,-2)$ ,  $C(3,-3)$ ,  $D(0,0)$  се налазе са исте стране праве  $p: 3x + 2y - 4 = 0$  као и тачка  $P(-4,5)$ ? (заокружити тачне одговоре)

Одговор: А   В   **С**   **Д**

8. Која од тачака  $A(1,2)$ ,  $B(4,-2)$ ,  $C(3,-1)$ ,  $D(0,0)$  је најближа правој  $p: 3x - 2y - 1 = 0$ ? (заокружити тачан одговор)

Одговор: А   В   С   **Д**

\*На тесту ће бити највише 3 задатка који се раде 10 минута

9. Одредити растојење координатног почетка од правих  $p : 3x - 4y - 3 = 0$  и  $q : Q(2, 2), \vec{q} = (0, 1)$ . Која права је ближа координатном почетку?

Решење:

$$d(O, p) = \boxed{\frac{3}{5}}, \quad d(O, q) = \boxed{2}$$

Координатном почетку ближа је права:   $p$    $q$ .

10. Одредити међусобни положај правих  $p : x + y - 2 = 0$  и  $q : x - 2y + 4 = 0$ .

Заокружити тачан одговор:

ПОКЛАПАЈУ СЕ  СЕКУ СЕ У  $M(\boxed{0}, \boxed{2})$   ПАРАЛЕЛНЕ СУ

11. Одредити међусобни положај правих  $p : P(-1, 1), \vec{p} = (2, -4)$  и  $q : Q(0, 1), \vec{q} = (-1, 2)$ .

Заокружити тачан одговор:

ПОКЛАПАЈУ СЕ  СЕКУ СЕ У  $M(\boxed{\phantom{0}}, \boxed{\phantom{0}})$   ПАРАЛЕЛНЕ СУ

12. Одредити међусобни положај дужи  $[AB]$  и  $[CD]$ ,  $A(5, 2), B(1, 0), C(3, 1), D(-1, -1)$ .

Пресек је (заокружити тачан одговор):

ТАЧКА  $M(\boxed{\phantom{0}}, \boxed{\phantom{0}})$   ДУЖ  $P(\boxed{1}, \boxed{0}), Q(\boxed{3}, \boxed{1})$

ПРАЗАН СКУП

13. Одредити једначину симетрале дужи  $[AB]$ ,  $A(2, -1), B(-2, 3)$ .

Решење:

$$s : \boxed{1}x + \boxed{-1}y + \boxed{1} = 0.$$

14. Одредити симетралу угла  $\angle ABC$ ,  $A(3, -3), B(0, 1), C(-1, 1)$ .

Решење:

$$s : \boxed{2}x + \boxed{-1}y + \boxed{1} = 0.$$

15. Одредити тежиште  $\triangle ABC$ ,  $A(3, 4), B(4, 5), C(-1, 0)$ .

Решење:

$$T = (\boxed{2}, \boxed{3}).$$

16. Дат је правоугли троугао  $ABC$ . Која од следећих тачака се налази **изван** троугла? Заокружити све тачне одговоре:

ТЕЖИШТЕ  ЦЕНТАР УПИСАНОГ КРУГА  ОРТОЦЕНТАР  ЦЕНТАР ОПИСАНОГ КРУГА  НИЈЕДНА ОД ПОНУЂЕНИХ

17. Заокружити тачан одговор:

- а) Висине троугла се секу у ортоцентру.  ДА  НЕ
- б) Код тупоуглог троугла се тежиште и центар уписаног круга поклапају.  ДА  НЕ
- в) Угао између симетрале унутрашњег и симетрале спољашњег угла код истог темена троугла је прав.  ДА  НЕ
- г) Полупречник описаног круга једнак је најкраћем растојању центра описаног круга од страница троугла.  ДА  НЕ

18. Одредити параметарску једначину равни  $\alpha$  одређене тачкама  $A(1, 2, 0), B(2, -1, 2)$  и  $C(3, 3, 1)$ .

Решење:

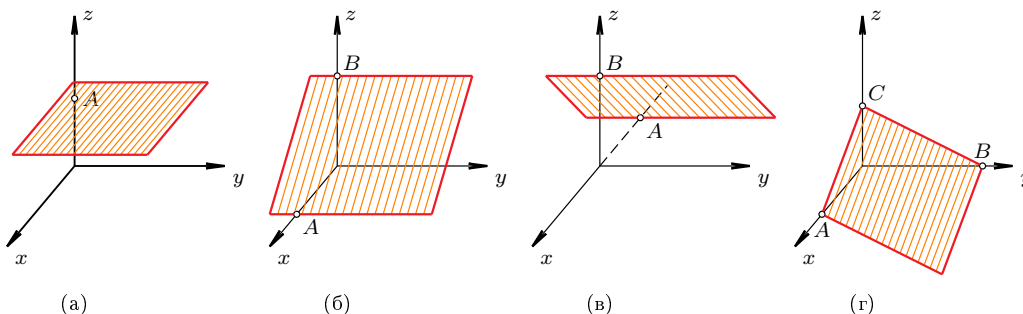
$$\begin{aligned} x &= \boxed{1} + \boxed{1}s + \boxed{2}t \\ y &= \boxed{2} + \boxed{-3}s + \boxed{1}t \\ z &= \boxed{0} + \boxed{2}s + \boxed{1}t, \quad s, t \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

19. Одредити нормализовану једначину равни  $\alpha$  одређене тачкама  $A(1, 2, 0)$ ,  $B(-1, 1, 2)$  и  $C(3, 0, 1)$ .

Решење:

$$\boxed{\frac{1}{3}} x + \boxed{\frac{2}{3}} y + \boxed{\frac{2}{3}} z + \boxed{-\frac{5}{3}} = 0.$$

20. Која од следећих слика представља скицу равни  $\alpha : x + y + 2z - 3 = 0$ ?



Заокружити тачан одговор: (а) (б) (в) (г)

НИЈЕДНА ОД  
ПОНУЂЕНИХ

21. Испитати које тачке се налазе са исте стране равни  $\alpha : 7x - 6y + 5z - 4 = 0$  као и тачка  $A(0, 0, 0)$ . Заокружити слово испред тачних одговора.

Одговор:

(а)  $B(3, 4, 1)$  (б)  $C(-1, 3, 5)$  в)  $D(1, 1, 1)$  г)  $E(0, -2, 3)$  (д)  $F(-3, 0, 4)$

22. Одредити ортонормирани координатни систем  $(x', y', z')$  у односу на раван  $\alpha : x - 2y + 2z = 0$  и написати везу тих координата са координатама  $(x, y, z)$ .

Решење:

$$\begin{aligned} x &= \boxed{\frac{2}{3}} x' + \boxed{\frac{2}{3}} y' + \boxed{\frac{1}{3}} z' \\ y &= \boxed{-\frac{1}{3}} x' + \boxed{\frac{2}{3}} y' + \boxed{-\frac{2}{3}} z' \\ z &= \boxed{-\frac{2}{3}} x' + \boxed{\frac{1}{3}} y' + \boxed{\frac{2}{3}} z' \end{aligned}$$

23. Праву  $p : y + 2z - 1 = 0, x + z + 3 = 0$  записати параметарски.

Решење:

$$\begin{aligned} x &= \boxed{-3} + \boxed{1} t \\ y &= \boxed{1} + \boxed{2} t \\ z &= \boxed{0} + \boxed{-1} t, \quad t \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

24. Праву  $p : x = 2t, y = -t + 1, z = 3t + 1, t \in \mathbb{R}$  записати као пресек две равни.

Решење:

$$\begin{aligned} \boxed{1} x + \boxed{2} y + \boxed{0} z + \boxed{-2} &= 0 \\ \boxed{3} x + \boxed{0} y + \boxed{-2} z + \boxed{2} &= 0 \end{aligned}$$

25. Одредити једначину равни која садржи тачку  $M(0, 1, -1)$  и праву  $p : x - 2z - 1 = 0, y - x = 0$ .

Решење:

$$\boxed{-2} x + \boxed{1} y + \boxed{2} z + \boxed{1} = 0$$

26. Одредити међусобни положај правих  $p : \frac{x-2}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{6}$  и  $q : 2x = z, 3y = x$ .

Заокружити тачан одговор:

ПОКЛАПАЈУ СЕ    СЕКУ СЕ    **ПАРАЛЕЛНЕ СУ**    МИМОИЛАЗНЕ СУ

27. Одредити међусобни положај праве  $p : \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-5}{2}$  и равни  $\alpha : x + 3y + z - 10 = 0$ .

Заокружити тачан одговор:

**ПРАВА ПРИПАДА РАВНИ**    СЕКУ СЕ У  $M( \square , \square )$     ПАРАЛЕЛНЕ СУ

28. Да ли права  $p : \frac{x+4}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$  сече троугао  $ABC$ ,  $A(0, 0, 1)$ ,  $B(0, 1, 1)$ ,  $C(1, 1, 0)$ .

Решење:

$$[\vec{PA}, \vec{PB}, \vec{p}] = \boxed{4} \quad [\vec{PB}, \vec{PC}, \vec{p}] = \boxed{3} \quad [\vec{PC}, \vec{PA}, \vec{p}] = \boxed{-8}$$

Заокружити тачан одговор:    ДА    **НЕ**

29. Да ли је тачка  $M(0, 1, 2)$  ближа правој  $p : \frac{x}{0} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{2}$  или равни  $\alpha : 2x - 2y + z - 4 = 0$ ? Заокружити тачан одговор.

Решење:

$$d(M, p) = \boxed{\frac{1}{\sqrt{5}}} \quad d(M, \alpha) = \boxed{\frac{4}{3}} .$$

Ближа је:    **ПРАВОЈ  $p$**     РАВНИ  $\alpha$ .

30. Одредити растојање између мимоилазних правих  $p : \frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{0}$  и  $q : \frac{x+1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{1}$ .

Решење:

$$d(p, q) = \boxed{\frac{5}{3}} .$$

31. Одредити угао између правих  $p : \frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{0}$  и  $q : \frac{x}{2} = \frac{y+5}{2} = \frac{z-2}{1}$ .

Решење:

$$\angle(p, q) = \arccos \boxed{\frac{2}{\sqrt{5}}} .$$

32. Одредити угао између праве  $p : 5x + y - z + 3 = 0, x + y - z + 1 = 0$  и равни  $\alpha : x - z + 4 = 0$ .

Решење:

$$\angle(p, \alpha) = \boxed{\frac{\pi}{6}} .$$

33. Одредити угао између равни  $\alpha : x = y$  и  $\beta : x + y + z = 0$ .

Решење:

$$\angle(\alpha, \beta) = \boxed{\frac{\pi}{2}} .$$