Типови задатака за први кратки тест*

– Решења –

1. Које од понуђених величина су векторске?

   Заокружити све тачне одговоре: енергија тежина температура убрзање маса

2. Дата је коцка $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Заокружити тачан одговор:

   а) Вектори $\overrightarrow{DC_1}$ и $\overrightarrow{B_1D_1}$ су колинеарни; ДА НЕ

   б) Вектори $\overrightarrow{AD}$ и $\overrightarrow{C_1B_1}$ су колинеарни; ДА НЕ

   в) Вектори $\overrightarrow{A_1C}$, $\overrightarrow{A_1B}$ и $\overrightarrow{B_1C_1}$ су копланарни; ДА НЕ

   г) Вектори $\overrightarrow{B_1D_1}$, $\overrightarrow{AA_1}$ и $\overrightarrow{AC}$ су копланарни; ДА НЕ

   д) Вектори $\overrightarrow{D_1C}$, $\overrightarrow{B_1C_1}$ и $\overrightarrow{BC_1}$ су копланарни. ДА НЕ

3. Дат је паралелограм $ABCD$. Нека су P, Q, R, S редом средишта ивица AB, BC, CD, DA. Ако је $\vec{e_1} = \overrightarrow{RA}$ и $\vec{e_2} = \overrightarrow{RQ}$, одредити координате следећих вектора у бази $e = (\vec{e_1}, \vec{e_2})$:

   а) $\left[\overrightarrow{CS}\right]_e = \left(\boxed{1} \, , \, \boxed{-1} \right)$

   б) $\left[\overrightarrow{DA}\right]_e = \left(\boxed{2/3} \, , \, \boxed{2/3} \right)$

4. Дат је паралелограм $ABCD$. Нека су P, Q, R, S редом средишта ивица AB, BC, CD, DA. Ако је $\vec{e_1} = \overrightarrow{SR}$ и $\vec{e_2} = \overrightarrow{SP}$, одредити координате следећих тачака у реперу Se, $e = (\vec{e_1}, \vec{e_2})$:

   а) $[Q]_{Se} = \left(\boxed{1} \, , \, \boxed{1} \right)$

   б) $[B]_{Se} = \left(\boxed{1/2} \, , \, \boxed{3/2} \right)$

   в) $[D]_{Se} = \left(\boxed{1/2} \, , \, \boxed{-1/2} \right)$

5. Дате су тачке са масама $A(2)$, $B(1)$ и $C(3)$. Одредити у ком односу центар маса T дели тежишне дужи:

   а) $|AT| : |TA_1| = \boxed{2} : \boxed{1}$

   б) $|BT| : |TB_1| = \boxed{5} : \boxed{1}$

   в) $|CT| : |TC_1| = \boxed{1} : \boxed{1}$

6. На једном крају клацкалице дужине $402m$ налази се слон масе $6t$, а другом дете масе $30kg$. На којој удаљености од детета треба поставити ослонац како би клацкалица била у равнотежи?

   Решење: $\boxed{400}\ m$

7. Један крај полуге дугачке $4m$ је ослоњен на земљу. Треба подићи терет масе $16kg$ који је постављен на $1m$ од ослонца. Колика маса се подиже?

   Решење: $\boxed{4}\ kg$

8. Дате су тачке $A(3,0)$, $B(3,4)$ и $C(0,4)$ у ортонормираном реперу. Одредити нехомогене барицентричке координате тачке $M\left(\frac{3}{2}, 3\right)$ у односу на тачке A, B и C. Да ли се тачка M налази унутар $\triangle ABC$?

   Решење:

   $M\left(\boxed{1/4} \, , \, \boxed{1/4} \, , \, \boxed{1/2} \right)$

   Заокружити тачан одговор: ДА НЕ

*На тесту ће бити највише 3 задатка који се раде 10 минута

9. Дате су тачке $A(-2,4)$, $B(1,3)$ и $C(1,0)$ у ортонормираном реперу. Одредити:

$$\overrightarrow{BA} \circ \overrightarrow{CB} = \boxed{3} \qquad \angle CBA = \arccos \boxed{-1/\sqrt{10}}$$

10. Израчунати косинус угла између вектора $\vec{u} = (-2,1,2)$ и $\vec{v} = (3,-4,0)$.

Решење: $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \boxed{-2/3}$

11. Дате су тачке $A(1,2)$, $B(-1,4)$ и $C(2,0)$.

а) Површина $\triangle ABC$ је: $\boxed{1}$.

б) Троугао ABC је ПОЗИТИВНЕ НЕГАТИВНЕ оријентације (заокружити тачан одговор).

12. Да ли тачка $P(-2,3)$ припада унутрашњости $\triangle ABC$, $A(-4,0)$, $B(0,2)$ и $C(-1,4)$?

$$D_{ABP} = \boxed{8} \qquad D_{BCP} = \boxed{3} \qquad D_{CAP} = \boxed{-1}$$

Заокружити тачан одговор: ДА НЕ

13. Дате су тачке $A(2,2)$, $B(-1,1)$, $C(1,3)$, $D(-2,-2)$, $E(3,4)$, $F(2,0)$ и $G(6,5)$. Које тачке се налазе са исте стране праве AB као и тачка C?

Заокружити све тачне одговоре: D E F G

14. а) Користећи векторски производ, испитати да ли су тачке $A(1,3,2)$, $B(2,0,1)$ и $C(0,5,3)$ колинеарне.

Заокружити тачан одговор: ДА НЕ

б) Користећи мешовити производ, испитати да ли су тачке $A(1,3,2)$, $B(2,0,1)$, $C(0,5,3)$ и $D(-1,7,4)$ копланарне.

Заокружити тачан одговор: ДА НЕ

15. Одредити запремину тетраедра чија су темена тачке $A(1,1,-1)$, $B(2,1,-2)$, $C(0,0,-1)$ и $D(3,2,-3)$.

Решење: $V = \boxed{1/6}$

16. Дата је коцка $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Одредити формуле преласка са базе $e = (\overrightarrow{D_1C_1}, \overrightarrow{D_1A_1}, \overrightarrow{D_1D})$ на базу $f = \left(\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB_1}\right)$. Да ли су базе e и f исте оријентације?

Решење:

$$\begin{aligned} x &= \boxed{0}\, x' + \boxed{-1}\, y' + \boxed{0}\, z' \\ y &= \boxed{1}\, x' + \boxed{1}\, y' + \boxed{1}\, z' \\ z &= \boxed{0}\, x' + \boxed{0}\, y' + \boxed{-1}\, z' \end{aligned}$$

Заокружити тачан одговор: ДА НЕ