Типови задатака за пети кратки тест*
(решења)

1. Одредити параметарску једначину равни α одређене тачкама $A(1,2,0)$, $B(2,-1,2)$ и $C(3,3,1)$.

   Решење:

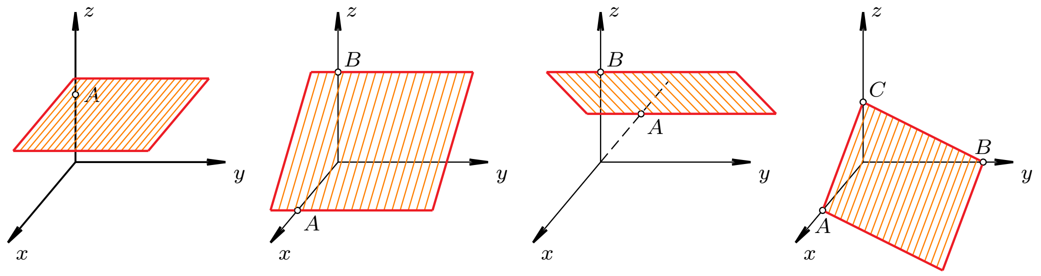
$$\begin{aligned} x &= \boxed{1} + \boxed{1}\, s + \boxed{2}\, t \\ y &= \boxed{2} + \boxed{-3}\, s + \boxed{1}\, t \\ z &= \boxed{0} + \boxed{2}\, s + \boxed{1}\, t, \qquad s,t \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

2. Одредити нормализовану једначину равни α одређене тачкама $A(1,2,0)$, $B(-1,1,2)$ и $C(3,0,1)$.

   Решење:

$$\boxed{\tfrac{1}{3}}\, x + \boxed{\tfrac{2}{3}}\, y + \boxed{\tfrac{2}{3}}\, z + \boxed{-\tfrac{5}{3}} = 0.$$

3. Која од следећих слика представља скицу равни $\alpha : x - z + 2 = 0$?



(а) (б) (в) (г)

   Заокружити тачан одговор: (а) (б) (в) (г) НИЈЕДНА ОД ПОНУЂЕНИХ

4. Испитати које тачке се налазе са исте стране равни $\alpha : 7x-6y+5z-4=0$ као и тачка $A(0,0,0)$. Заокружити слово испред тачних одговора.

   Одговор:

   а) $B(3,4,1)$ б) $C(-1,3,5)$ в) $D(1,1,1)$ г) $E(0,-2,3)$ д) $F(-3,0,4)$

5. Одредити ортонормирани координатни систем (x',y',z') у односу на раван $\alpha : x-2y+2z=0$ и написати везу тих координата са координатама (x,y,z).

   Решење:

$$\begin{aligned} x &= \boxed{\tfrac{2}{3}}\, x' + \boxed{\tfrac{2}{3}}\, y' + \boxed{\tfrac{1}{3}}\, z' \\ y &= \boxed{-\tfrac{1}{3}}\, x' + \boxed{\tfrac{2}{3}}\, y' + \boxed{-\tfrac{2}{3}}\, z' \\ z &= \boxed{-\tfrac{2}{3}}\, x' + \boxed{\tfrac{1}{3}}\, y' + \boxed{\tfrac{2}{3}}\, z' \end{aligned}$$

*На тесту ће бити највише 3 задатка који се раде 10 минута

6. Праву $p: y+2z-1=0,\ x+z+3=0$ записати параметарски.

Решење:

$$x = \boxed{3} + \boxed{1}\ t$$
$$y = \boxed{1} + \boxed{2}\ t$$
$$z = \boxed{0} + \boxed{-1}\ t, \qquad t\in\mathbb{R}$$

7. Праву $p:\ x=2t,\ y=-t+1,\ z=3t+1,\ t\in\mathbb{R}$ записати као пресек две равни.

Решење:

$$\boxed{1}\ x + \boxed{2}\ y + \boxed{0}\ z + \boxed{-2} = 0$$
$$\boxed{3}\ x + \boxed{0}\ y + \boxed{-2}\ z + \boxed{2} = 0$$

8. Одредити једначину равни која садржи тачку $M(0,1,-1)$ и праву $p:\ x-2z-1=0, y-x=0$.

Решење:

$$\boxed{-2}\ x + \boxed{1}\ y + \boxed{2}\ z + \boxed{1} = 0$$

9. Одредити међусобни положај правих $p: \frac{x-2}{3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{6}$ и $q:\ 2x=z,\ 3y=x$.

Заокружити тачан одговор:

ПОКЛАПАЈУ СЕ СЕКУ СЕ ПАРАЛЕЛНЕ СУ МИМОИЛАЗНЕ СУ

10. Одредити међусобни положај праве $p: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-5}{2}$ и равни $\alpha: x+3y+z-10=0$.

Заокружити тачан одговор:

ПРАВА ПРИПАДА РАВНИ СЕКУ СЕ У $M(\boxed{}, \boxed{})$ ПАРАЛЕЛНЕ СУ

11. Да ли права $p: \frac{x+4}{0} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$ сече троугао ABC, $A(0,0,1)$, $B(0,1,1)$, $C(1,1,0)$.

Решење:

$$\left[\overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PB}, \vec{p}\right] = \boxed{4} \qquad \left[\overrightarrow{PB}, \overrightarrow{PC}, \vec{p}\right] = \boxed{3} \qquad \left[\overrightarrow{PC}, \overrightarrow{PA}, \vec{p}\right] = \boxed{-8}$$

Заокружити тачан одговор: ДА НЕ

12. Да ли је тачка $M(0,1,2)$ ближа правој $p: \frac{x}{0} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2}$ или равни $\alpha:\ 2x-2y+z-4=0$? Заокружити тачан одговор.

Решење:

$$d(M,p) = \boxed{\frac{1}{\sqrt{5}}} \qquad d(M,\alpha) = \boxed{\frac{4}{3}}\ .$$

Ближа је: ПРАВОЈ p РАВНИ α.

13. Одредити растојање између мимоилазних правих $p: \frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{0}$ и $q: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{1}$.

Решење:

$$d(p,q) = \boxed{\frac{5}{3}}\ .$$

14. Одредити угао између правих $p: \frac{x-3}{1} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{0}$ и $q: \frac{x}{2} = \frac{y+5}{2} = \frac{z-2}{1}$.

Решење:

$$\angle(p,q) = \arccos \boxed{\frac{2}{\sqrt{5}}}\ .$$

15. Одредити угао између праве $p:\ 5x+y-z+3=0, x+y-z+1=0$ и равни $\alpha:\ x-z+4=0$.

Решење:

$$\angle(p,\alpha) = \boxed{\frac{\pi}{6}}\ .$$

16. Одредити угао између равни $\alpha: x = y$ и $\beta: x + y + z = 0$.

Решење:

$$\angle(\alpha, \beta) = \boxed{\tfrac{\pi}{2}}\ .$$

17. Дате су тачка $M(3,2,1)$ и раван $\alpha: x - z + 2 = 0$. Одредити нормалну пројекцију M_1 тачке M на раван α као и тачку N симетричну тачки M у односу на α.

Решење:

$$M_1(\boxed{1}, \boxed{2}, \boxed{3}), \qquad N(\boxed{-1}, \boxed{2}, \boxed{5}).$$

18. Дате су тачка $O(0,0,-1)$ и раван $\alpha: x + y + z = 0$. Одредити централну пројекцију, са центром у тачки O, тачке $M(1,2,3)$ на раван α.

Решење:

$$M^c(\boxed{\tfrac{1}{7}}, \boxed{\tfrac{2}{7}}, \boxed{-\tfrac{3}{7}}).$$

19. Заокружити слово испред тачног одговора:

а) Једначина $y^2 + (z-1)^2 = 1,\ x = 2$ представља круг у простору. ДА НЕ

б) Пресек троугла и равни може бити паралелограм. ДА НЕ

в) Наспрамне ивице тетраедра су мимоилазне. ДА НЕ

г) Пресек сфере и равни може бити елипса. ДА НЕ

20. Одредити руб и број компоненти руба површи $p_0 = \langle 7,6,5 \rangle$, $p_1 = \langle 7,4,0,3 \rangle$, $p_2 = \langle 0,1,5,4 \rangle$, $p_3 = \langle 6,2,3,7 \rangle$, $p_4 = \langle 1,2,6,5 \rangle$.

Компоненете руба:

0	3	2	1	0
5	7	4	5	

Број компоненти руба: $\boxed{2}$.

21. Дата је оријентабилна полиедарска површ $p_0 = \langle 1,2,6,5 \rangle$, $p_1 = \langle 6,2,3,7 \rangle$, $p_2 = \langle 0,1,5,4 \rangle$, $p_3 = \langle 7,4,0,3 \rangle$, $p_4 = \langle 7,6,5 \rangle$. Оријентисати све пљосни на основу пљосни p_1.

Решење:

$$p_1 = \langle 6,2,3,7 \rangle, \quad p_0 = \langle 1, \boxed{2}, \boxed{6}, \boxed{5} \rangle, \quad p_2 = \langle 1, \boxed{5}, \boxed{4}, \boxed{0} \rangle,$$
$$p_3 = \langle 0, \boxed{4}, \boxed{7}, \boxed{3} \rangle, \quad p_4 = \langle 5, \boxed{6}, \boxed{7} \rangle.$$

22. Одредити Ојлерову карактеристику полиедарске површи $p_0 = \langle 1,2,6,5 \rangle$, $p_1 = \langle 7,6,5 \rangle$, $p_2 = \langle 0,1,5,4 \rangle$, $p_3 = \langle 7,4,0,3 \rangle$, $p_4 = \langle 6,2,3,7 \rangle$.

Решење:

$$\chi = \boxed{0}\ .$$

23. Заокружити слово испред тачног одговора:

а) Тетраедар и октаедар су дуална Платонова тела. ДА НЕ

б) Род Мебијусове траке је 1. ДА НЕ

в) Торус је оријентабилна површ. ДА НЕ

г) Све ивице полиедра су унутрашње. ДА НЕ