Типови задатака за четврти кратки тест*
(решења)

1. Одредити параметризацију круга $(x-2)^2+(y+1)^2=3$ централним углом θ. Одредити координате тачке M која се добија за угао $\theta=\frac{\pi}{3}$.

   Решење:

   $$x = \boxed{2} + \boxed{\sqrt{3}} \cos\theta$$
   $$y = \boxed{-1} + \boxed{\sqrt{3}} \sin\theta, \quad \theta\in[0,2\pi)$$

   $$M\left(\boxed{2+\frac{\sqrt{3}}{2}}, \boxed{\frac{1}{2}}\right).$$

2. Одредити параметризацију круга $(x+2)^2+y^2=4$ дужином лука s.

   Решење:

   $$x = \boxed{-2} + \boxed{2} \cos\left(\boxed{\frac{1}{2}} s\right)$$
   $$y = \boxed{0} + \boxed{2} \sin\left(\boxed{\frac{1}{2}} s\right), \quad s\in[0, \boxed{4\pi}).$$

3. Одредити координате жижа елипсе $\frac{(x+1)^2}{3}+\frac{(y-1)^2}{2}=1$.

   Решење:

   $$F_1 = \left(\boxed{0}, \boxed{1}\right), \quad F_1=\left(\boxed{-2}, \boxed{1}\right).$$

4. Колики је ексцентрицитет параболе $(x+2)^2+y=7$?

   Одговор: $e=\boxed{1}$.

5. Одредити једначине асимптота хиперболе $\frac{(x+3)^2}{1}-\frac{(y-2)^2}{4}=1$.

   Решење:

   $$a_1: y = \boxed{2}x + \boxed{8}, \quad a_2: y=\boxed{-2}x+\boxed{-4}.$$

6. Одредити једначину директрисе параболе $(y-1)^2=3x$.

   Решење:

   $$d: \boxed{4}x + \boxed{3} = 0.$$

7. Које од следећих једначина представљају конике? (заокружити слова испред тачних одговора)

   а) $x^2+y^2+2x-2y-3=0$

   б) $xy=-1$

   в) $y^2=0$

   г) $2x^2+y^2=-1$

   д) $x=y^2+2$

*На тесту ће бити највише 3 задатка који се раде 10 минута

8. Свести криву $4x^2 + y^2 + 12x - 2y + 10 = 0$ на канонски облик транслацијом и рећи о којој кривој је реч.

   Центар криве је: $C\left(\boxed{-\frac{3}{2}}, \boxed{1}\right)$.

   Крива је: ХИПЕРБОЛА ТАЧКА ДВЕ ПАРАЛЕЛНЕ ПАРАБОЛА ЕЛИПСА

9. Свести параболу $2y^2 - 12y - 5x + 23 = 0$ на канонски облик транслацијом.

   Теме параболе је тачка $T\left(\boxed{1}, \boxed{3}\right)$.

   Канонска једначина параболе је $y'^2 = \boxed{\frac{5}{2}}\, x'$.

10. Заокружити слово испред тачног одговора:

    а) Зрак који извире из једне жиже елипсе одбија се и пролази кроз другу жижу. ДА НЕ

    б) Збир растојања произвољне тачке од жижа хиперболе је константан. ДА НЕ

    в) Ексцентрицитет круга је 0. ДА НЕ

    г) Парабола је централно симетрична. ДА НЕ

11. Одредити Безијерову криву чије су контролне тачке $P_0(1,0)$, $P_1(-2,3)$, $P_2(1,2)$.

    Једначина криве је: $\alpha(t) = \left(\boxed{1} + \boxed{-6}\,t + \boxed{6}\,t^2, \boxed{0} + \boxed{6}\,t + \boxed{-4}\,t^2\right)$.

12. Употребом де Кастељау алгоритма одредити тачку на Безијеровој кривој одређеној тачкама $P_0(1,-1)$, $P_1(-4,4)$, $P_2(6,-1)$, за $t = \frac{2}{5}$.

    Решење:

$$P_{10} = \left(\boxed{-1}, \boxed{1}\right)$$
$$P_{11} = \left(\boxed{0}, \boxed{2}\right)$$
$$\alpha_2\left(\frac{2}{5}\right) = \left(\boxed{-\frac{3}{5}}, \boxed{\frac{7}{5}}\right).$$

13. Употребом де Кастељау алгоритма поделити Безијерову криву α чије су контролне тачке $P_0(-2,3)$, $P_1(8,-2)$, $P_2(3,13)$, у тачки $\alpha(0.2)$ на две криве α_1 и α_2.

    Крива α_1 је одређена тачкама: $\left(\boxed{-2}, \boxed{3}\right), \left(\boxed{0}, \boxed{2}\right), \left(\boxed{\frac{7}{5}}, \boxed{\frac{9}{5}}\right)$.

    Крива α_2 је одређена тачкама: $\left(\boxed{\frac{7}{5}}, \boxed{\frac{9}{5}}\right), \left(\boxed{7}, \boxed{1}\right), \left(\boxed{3}, \boxed{13}\right)$.

14. Повећати степен Безијерове криве чије су контролне тачке $P_0(1,2)$, $P_1(7,7)$, $P_2(4,2)$ за један, без промене облика криве.

    Нове контролне тачке су:

$$Q_0 = \left(\boxed{1}, \boxed{2}\right), \; Q_1 = \left(\boxed{5}, \boxed{\frac{16}{3}}\right),$$
$$Q_2 = \left(\boxed{6}, \boxed{\frac{16}{3}}\right), \; Q_3 = \left(\boxed{4}, \boxed{2}\right).$$

15. Заокружити слово испред тачног одговора:

    а) Део хиперболе се може представити као Безијерова крива степена 2. ДА НЕ

    б) Безијерова крива степена 1 је права. ДА НЕ

    в) Део елипсе се може представити као рационална Безијерова крива. ДА НЕ

    г) Скалирањем Безијерове криве се добија Безијерова крива истог степена. ДА НЕ