# Типови задатака за први кратки тест*
## (решења)

1. Дата је коцка $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Заокружити тачан одговор:

   а) Вектори $\overrightarrow{D_1C}$ и $\overrightarrow{BA_1}$ су колинеарни; ДА НЕ

   б) Вектори $\overrightarrow{D_1B_1}$ и $\overrightarrow{CA}$ су колинеарни; ДА НЕ

   в) Вектори $\overrightarrow{BC_1}$, $\overrightarrow{BB_1}$ и $\overrightarrow{B_1D}$ су копланарни; ДА НЕ

   г) Вектори $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{AA_1}$ и $\overrightarrow{A_1C_1}$ су копланарни; ДА НЕ

   д) Вектори $\overrightarrow{DC_1}$, $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{CB_1}$ су копланарни. ДА НЕ

2. Дат је паралелограм $ABCD$. Нека су $P, Q, R, S$ редом средишта ивица $AB, BC, CD, DA$, и $T$ је пресек дијагонала паралелограма. Изразити:

   а) $\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{QT} = \boxed{0}\ \overrightarrow{CR} + \boxed{0}\ \overrightarrow{DP}$

   б) $\overrightarrow{CQ} + \overrightarrow{PS} = \boxed{1}\ \overrightarrow{BT} + \boxed{-\frac{1}{2}}\ \overrightarrow{BC}$

   в) $2\overrightarrow{AR} + \overrightarrow{CS} = \boxed{\frac{1}{2}}\ \overrightarrow{PC} + \boxed{\frac{1}{2}}\ \overrightarrow{PD}$

3. Дат је паралелограм $ABCD$. Нека су $P, Q, R, S$ редом средишта ивица $AB, BC, CD, DA$. Ако је $\vec{e_1} = \overrightarrow{BR}$ и $\vec{e_2} = \overrightarrow{BD}$, одредити координате следећих вектора у бази $e = (\vec{e_1}, \vec{e_2})$:

   а) $\left[\overrightarrow{SQ}\right]_e = \left( \boxed{2}\ ,\ \boxed{-2} \right)$

   б) $\left[\overrightarrow{CA}\right]_e = \left( \boxed{-4}\ ,\ \boxed{3} \right)$

4. Дат је паралелограм $ABCD$. Нека су $P, Q, R, S$ редом средишта ивица $AB, BC, CD, DA$. Ако је $\vec{e_1} = \overrightarrow{PS}$ и $\vec{e_2} = \overrightarrow{PQ}$, одредити координате следећих тачака у реперу $Pe$, $e = (\vec{e_1}, \vec{e_2})$:

   а) $[R]_{Pe} = \left( \boxed{1}\ ,\ \boxed{1} \right)$

   б) $[B]_{Pe} = \left( \boxed{-\frac{1}{2}}\ ,\ \boxed{\frac{1}{2}} \right)$

   в) $[D]_{Pe} = \left( \boxed{\frac{3}{2}}\ ,\ \boxed{\frac{1}{2}} \right)$

5. Дате су тачке са масама $A(3)$, $B(1)$ и $C(3)$. Одредити у ком односу центар маса $T$ дели тежишне дужи:

   а) $|AT| : |TA_1| = \boxed{4} : \boxed{3}$

   б) $|BT| : |TB_1| = \boxed{6} : \boxed{1}$

   в) $|CT| : |TC_1| = \boxed{4} : \boxed{3}$

6. Нека центар масе $T$ троугла $ABC$ дели тежишну дуж $AA_1$ у односу $|AT| : |TA_1| = 2 : 3$ и тежишну дуж $CC_1$ у односу $|CT| : |TC_1| = 4 : 1$. Колике масе се налазе у теменима троугла?

   Решење: $A$ $\boxed{3}$ $B$ $\boxed{1}$ $C$ $\boxed{1}$

7. Један крај полуге дугачке $3m$ је ослоњен на земљу. Треба подићи терет масе $15kg$ који је постављен на $1m$ од ослонца. Колика маса се подиже?

   Решење: $\boxed{5}$ $kg$

*На тесту ће бити највише 3 задатка који се раде 10 минута

8. Дат је $\triangle ABC$ и на његовим ивицама тачке $A_1$ и $B_1$ такве да $|AB_1| : |B_1C| = 3 : 5$, $|BA_1| : |A_1C| = 1 : 2$. Ако је $\{P\} = AA_1 \cap BB_1$, у ком односу $P$ дели $AA_1$ и $BB_1$?

$|AP| : |PA_1| =$ $\boxed{9}$ : $\boxed{5}$

$|BP| : |PB_1| =$ $\boxed{4}$ : $\boxed{3}$

9. Дат је $\triangle ABC$ и на његовим ивицама тачке $A_1$ и $B_1$ такве да $|AB_1| : |B_1C| = 3 : 2$, $|BA_1| : |A_1C| = 1 : 1$. Ако је $\{P\} = AA_1 \cap BB_1$ и $\{C_1\} = CP \cap AB$, у ком односу $C_1$ дели $AB$?

$|AC_1| : |C_1B| =$ $\boxed{3}$ : $\boxed{2}$

10. Дате су тачке $A(2, -3)$, $B(2, 0)$ и $C(1, -1)$ у ортонормираном реперу. Одредити:

$\overrightarrow{AB} \circ \overrightarrow{CB} =$ $\boxed{3}$ $\angle BCA = \arccos$ $\boxed{\frac{-1}{10}}$

11. Израчунати косинус угла између вектора $\vec{u} = (1, 2, -2)$ и $\vec{v} = (0, 1, 1)$.

Решење: $\cos(\vec{u}, \vec{v}) =$ $\boxed{0}$

12. Дате су тачке $A(3, 0)$, $B(1, 2)$ и $C(4, -2)$.

а) Површина $\triangle ABC$ је: $\boxed{1}$ .

б) Троугао $ABC$ је ПОЗИТИВНЕ НЕГАТИВНЕ оријентације (заокружити тачан одговор).

13. Да ли тачка $P(-1, -1)$ припада унутрашњости $\triangle ABC$, $A(-3, -2)$, $B(0, 1)$ и $C(2, 0)$?

$D_{ABP} =$ $\boxed{-3}$ $D_{BCP} =$ $\boxed{-5}$ $D_{CAP} =$ $\boxed{-1}$

Заокружити тачан одговор: ДА НЕ

14. Дате су тачке $A(-2, 1)$, $B(4, 3)$, $C(5, 5)$, $D(-3, -2)$, $E(0, 3)$, $F(1, 0)$ и $G(2, 4)$. Које тачке се налазе са исте стране праве $AB$ као и тачка $G$?

Заокружити све тачне одговоре: $C$ $D$ $E$ $F$

15. Дат је паралелограм $ABCD$. Нека је $M$ средиште странице $BC$.

База $e = \left(\overrightarrow{MA}, \overrightarrow{MD}\right)$ је ПОЗИТИВНЕ НЕГАТИВНЕ оријентације (заокружити тачан одговор).

16. а) Користећи векторски производ, испитати да ли су тачке $A(2, 1, 0)$, $B(3, -2, -1)$ и $C(1, 3, 1)$ колинеарне.

Заокружити тачан одговор: ДА НЕ

б) Користећи мешовити производ, испитати да ли су тачке $A(2, 1, 0)$, $B(3, -2, -1)$, $C(1, 3, 1)$ и $D(0, 5, 2)$ копланарне.

Заокружити тачан одговор: ДА НЕ

17. Одредити запремину тетраедра чија су темена тачке $A(3, -2, -1)$, $B(0, 1, 0)$, $C(2, 0, 1)$ и $D(1, -1, 3)$.

Решење: $V =$ $\boxed{\frac{5}{2}}$

18. Дата је коцка $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Одредити формуле преласка са базе $e = (\overrightarrow{A_1B_1}, \overrightarrow{A_1D_1}, \overrightarrow{A_1A})$ на базу $f = \left(\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC_1}\right)$. Да ли су базе $e$ и $f$ исте оријентације?

Решење:

$$x = \boxed{-1}\, x' + \boxed{-1}\, y' + \boxed{0}\, z'$$
$$y = \boxed{1}\, x' + \boxed{0}\, y' + \boxed{1}\, z'$$
$$z = \boxed{0}\, x' + \boxed{0}\, y' + \boxed{-1}\, z'$$

Заокружити тачан одговор: ДА НЕ

19. Дат је квадрат $ABCD$. Нека је $E$ средиште ивице $AD$ и $\{S\} = AC \cap BD$. Одредити везу између координата $(x, y)$ у реперу $Ce$ и координате $(x', y')$ у реперу $Bf$ ако је $e = (\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CE})$ и $f = (\overrightarrow{BS}, \overrightarrow{BA})$.

Решење:

$$x = \boxed{\tfrac{3}{2}}\ x' + \boxed{1}\ y' + \boxed{-2}$$
$$y = \boxed{-1}\ x' + \boxed{0}\ y' + \boxed{2}$$

20. Дат је јединични квадрат $ABCD$. Одредити везу између координата $(x, y)$ у реперу $De$ и координате $(x', y')$ у реперу $Bf$ ако је $e = (\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC})$ и $f = (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA})$. Одредити координате темена у оба репера.

Решење:

$$x = \boxed{-1}\ x' + \boxed{0}\ y' + \boxed{1}$$
$$y = \boxed{0}\ x' + \boxed{-1}\ y' + \boxed{1}$$

$[A]_{De} = (\boxed{1}, \boxed{0})$ $[A]_{Bf} = (\boxed{0}, \boxed{1})$

$[B]_{De} = (\boxed{1}, \boxed{1})$ $[B]_{Bf} = (\boxed{0}, \boxed{0})$

$[C]_{De} = (\boxed{0}, \boxed{1})$ $[C]_{Bf} = (\boxed{1}, \boxed{0})$

$[D]_{De} = (\boxed{0}, \boxed{0})$ $[D]_{Bf} = (\boxed{1}, \boxed{1})$