Типови задатака за пети кратки тест*
(решења)

1. Одредити параметарску једначину равни α одређене тачкама $A(1,2,0)$, $B(2,-1,2)$ и $C(3,3,1)$.

   Решење:

$$\begin{aligned} x &= \boxed{1} + \boxed{1}\, s + \boxed{2}\, t \\ y &= \boxed{2} + \boxed{-3}\, s + \boxed{1}\, t \\ z &= \boxed{0} + \boxed{2}\, s + \boxed{1}\, t, \qquad s,t \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

2. Одредити нормализовану једначину равни α одређене тачкама $A(1,2,0)$, $B(-1,1,2)$ и $C(3,0,1)$.

   Решење:

$$\boxed{\tfrac{1}{3}}\, x + \boxed{\tfrac{2}{3}}\, y + \boxed{\tfrac{2}{3}}\, z + \boxed{-\tfrac{5}{3}} = 0.$$

3. Испитати које тачке се налазе са исте стране равни $\alpha : 7x-6y+5z-4=0$ као и тачка $A(0,0,0)$. Заокружити слово испред тачних одговора.

   Одговор:

   а) $B(3,4,1)$ б) $C(-1,3,5)$ в) $D(1,1,1)$ г) $E(0,-2,3)$ д) $F(-3,0,4)$

4. Одредити ортонормирани координатни систем (x',y',z') у односу на раван $\alpha : x-2y+2z+1=0$ и написати везу тих координата са координатама (x,y,z).

   Решење:

$$\begin{aligned} x &= \boxed{\tfrac{4}{3\sqrt{2}}}\, x' + \boxed{0}\, y' + \boxed{\tfrac{1}{3}}\, z' \\ y &= \boxed{\tfrac{1}{3\sqrt{2}}}\, x' + \boxed{\tfrac{1}{\sqrt{2}}}\, y' + \boxed{-\tfrac{2}{3}}\, z' \\ z &= \boxed{-\tfrac{1}{3\sqrt{2}}}\, x' + \boxed{\tfrac{1}{\sqrt{2}}}\, y' + \boxed{\tfrac{2}{3}}\, z' \end{aligned}$$

5. Праву $p : y+2z-1=0,\ x+z=0$ записати параметарски.

   Решење:

$$\begin{aligned} x &= \boxed{0} + \boxed{1}\, t \\ y &= \boxed{1} + \boxed{2}\, t \\ z &= \boxed{0} + \boxed{-1}\, t, \qquad t \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

6. Праву $p:\ x=2t,\ y=-t+1,\ z=3t+1,\ t \in \mathbb{R}$ записати као пресек две равни.

   Решење:

$$\begin{aligned} \boxed{1}\, x + \boxed{2}\, y + \boxed{0}\, z + \boxed{-2} &= 0 \\ \boxed{3}\, x + \boxed{0}\, y + \boxed{-2}\, z + \boxed{2} &= 0 \end{aligned}$$

*На тесту ће бити највише 3 задатка који се раде 10 минута

7. Одредити једначину равни која садржи тачку $M(0,1,-1)$ и праву $p:\ x-2z-1=0, y-x=0$.

Решење:

$\boxed{-2}\ x+\ \boxed{1}\ y+\ \boxed{2}\ z+\ \boxed{1}\ =0$

8. Одредити међусобни положај правих $p: \frac{x-2}{3}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-2}{6}$ и $q:\ 2x=z,\ 3y=x$.

Заокружити тачан одговор:

ПОКЛАПАЈУ СЕ СЕКУ СЕ ПАРАЛЕЛНЕ СУ МИМОИЛАЗНЕ СУ

9. Одредити међусобни положај праве $p: \frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-5}{2}$ и равни $\alpha: x+3y+z-10=0$.

Заокружити тачан одговор:

ПРАВА ПРИПАДА РАВНИ СЕКУ СЕ У $M(\boxed{}, \boxed{})$ ПАРАЛЕЛНЕ СУ

10. Да ли права $p: \frac{x+4}{0}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{1}$ сече троугао ABC, $A(0,0,1)$, $B(0,1,1)$, $C(1,1,0)$.

Решење:

$\left[\overrightarrow{PA},\overrightarrow{PB},\vec{p}\right]=\boxed{4}\qquad \left[\overrightarrow{PB},\overrightarrow{PC},\vec{p}\right]=\boxed{3}\qquad \left[\overrightarrow{PC},\overrightarrow{PA},\vec{p}\right]=\boxed{-8}$

Заокружити тачан одговор: ДА НЕ

11. Да ли је тачка $M(0,1,2)$ ближа правој $p:\ \frac{x}{0}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{2}$ или равни $\alpha:\ -2x+2y+z=0$? Заокружити тачан одговор.

Решење:

$d(M,p)=\boxed{\frac{1}{\sqrt{5}}}\qquad d(M,\alpha)=\boxed{\frac{4}{3}}\ .$

Ближа je: ПРАВОЈ p РАВНИ α.

12. Одредити растојање између мимоилазних правих $p:\ \frac{x-3}{1}=\frac{y-5}{2}=\frac{z}{0}$ и $q:\ \frac{x+1}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z-1}{1}$.

Решење:

$d(M,p)=\boxed{\frac{5}{3}}\ .$

13. Одредити угао између правих $p:\ \frac{x-3}{1}=\frac{y-5}{2}=\frac{z}{0}$ и $q:\ \frac{x}{2}=\frac{y+5}{2}=\frac{z-2}{1}$.

Решење:

$\angle(p,q)=\arccos\ \boxed{\frac{2}{\sqrt{5}}}\ .$

14. Одредити угао између праве $p:\ 5x+y-z+3=0, x+y-z+1=0$ и равни $\alpha:\ x-z+4=0$.

Решење:

$\angle(p,\alpha)=\boxed{\frac{\pi}{6}}\ .$

15. Одредити угао између равни $\alpha:\ x=y$ и $\beta:\ x+y+z=0$.

Решење:

$\angle(\alpha,\beta)=\boxed{\frac{\pi}{2}}\ .$

16. Дате су тачка $M(3,2,1)$ и раван $\alpha: x-z+2=0$. Одредити нормалну пројекцију M_1 тачке M на раван α као и тачку N симетричну тачки M у односу на α.

Решење:

$M_1(\boxed{1}, \boxed{2}, \boxed{3}),\qquad N(\boxed{-1}, \boxed{2}, \boxed{5}).$

17. Дате су тачка $O(0,0,-1)$ и раван $\alpha : x+y+z=0$. Одредити централну пројекцију, са центром у тачки O, тачке $M(1,2,3)$ на раван α.

Решење:

$M^c(\boxed{\frac{1}{7}}, \boxed{\frac{2}{7}}, \boxed{-\frac{3}{7}})$.

18. Одредити руб и број компоненти руба површи $p_0 = \langle 7,6,5\rangle$, $p_1 = \langle 7,4,0,3\rangle$, $p_2 = \langle 0,1,5,4\rangle$, $p_3 = \langle 6,2,3,7\rangle$, $p_4 = \langle 1,2,6,5\rangle$.

Компоненете руба:

0	3	2	1	0
5	7	4	5	

Број компоненти руба: $\boxed{2}$.

19. Дата је оријентабилна полиедарска површ $p_0 = \langle 1,2,6,5\rangle$, $p_1 = \langle 6,2,3,7\rangle$, $p_2 = \langle 0,1,5,4\rangle$, $p_3 = \langle 7,4,0,3\rangle$, $p_4 = \langle 7,6,5\rangle$. Оријентисати све пљосни на основу пљосни p_1.

Решење:

$p_1 = \langle 6,2,3,7\rangle$, $p_0 = \langle 1, \boxed{2}, \boxed{6}, \boxed{5}\rangle$, $p_2 = \langle 1, \boxed{5}, \boxed{4}, \boxed{0}\rangle$,
$p_3 = \langle 0, \boxed{4}, \boxed{7}, \boxed{3}\rangle$, $p_4 = \langle 5, \boxed{6}, \boxed{7}\rangle$.

20. Одредити Ојлерову карактеристику полиедарске површи $p_0 = \langle 1,2,6,5\rangle$, $p_1 = \langle 7,6,5\rangle$, $p_2 = \langle 0,1,5,4\rangle$, $p_3 = \langle 7,4,0,3\rangle$, $p_4 = \langle 6,2,3,7\rangle$.

Решење:

$\chi = \boxed{0}$.