Типови задатака за пети кратки тест[*]
(решења)

1. Одредити параметарску једначину равни α одређене тачкама $A(1,2,0)$, $B(2,-1,2)$ и $C(3,3,1)$.

   Решење:

$$\begin{aligned} x &= \boxed{} + \boxed{}\, s + \boxed{}\, t \\ y &= \boxed{} + \boxed{}\, s + \boxed{}\, t \\ z &= \boxed{} + \boxed{}\, s + \boxed{}\, t, \qquad s,t \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

2. Одредити нормализовану једначину равни α одређене тачкама $A(1,2,0)$, $B(-1,1,2)$ и $C(3,0,1)$.

   Решење:

$$\boxed{}\, x + \boxed{}\, y + \boxed{}\, z + \boxed{} = 0.$$

3. Испитати које тачке се налазе са исте стране равни $\alpha : 7x-6y+5z-4=0$ као и тачка $A(0,0,0)$. Заокружити слово испред тачних одговора.

   Одговор:

   а) $B(3,4,1)$ б) $C(-1,3,5)$ в) $D(1,1,1)$ г) $E(0,-2,3)$ д) $F(-3,0,4)$

4. Одредити ортонормирани координатни систем (x', y', z') у односу на раван $\alpha : x-2y+2z+1=0$ и написати везу тих координата са координатама (x,y,z).

   Решење:

$$\begin{aligned} x &= \boxed{}\, x' + \boxed{}\, y' + \boxed{}\, z' \\ y &= \boxed{}\, x' + \boxed{}\, y' + \boxed{}\, z' \\ z &= \boxed{}\, x' + \boxed{}\, y' + \boxed{}\, z' \end{aligned}$$

5. Праву $p : y+2z-1=0,\ x+z=0$ записати параметарски.

   Решење:

$$\begin{aligned} x &= \boxed{} + \boxed{}\, t \\ y &= \boxed{} + \boxed{}\, t \\ z &= \boxed{} + \boxed{}\, t, \qquad t \in \mathbb{R} \end{aligned}$$

6. Праву $p:\ x=2t,\ y=-t+1,\ z=3t+1,\ t \in \mathbb{R}$ записати као пресек две равни.

   Решење:

$$\begin{aligned} \boxed{}\, x + \boxed{}\, y + \boxed{}\, z + \boxed{} &= 0 \\ \boxed{}\, x + \boxed{}\, y + \boxed{}\, z + \boxed{} &= 0 \end{aligned}$$

[*] На тесту ће бити највише 3 задатка који се раде 10 минута

7. Одредити једначину равни која садржи тачку $M(0,1,-1)$ и праву $p:\ x-2z-1=0, y-x=0$.

Решење:

$$\boxed{}\ x+\ \boxed{}\ y+\ \boxed{}\ z+\ \boxed{}\ =0$$

8. Одредити међусобни положај правих $p:\ \frac{x-2}{3}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-2}{6}$ и $q:\ 2x=z,\ 3y=x$.

Заокружити тачан одговор:

ПОКЛАПАЈУ СЕ   СЕКУ СЕ   ПАРАЛЕЛНЕ СУ   МИМОИЛАЗНЕ СУ

9. Одредити међусобни положај праве $p:\ \frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-5}{2}$ и равни $\alpha: x+3y+z-10=0$.

Заокружити тачан одговор:

ПРАВА ПРИПАДА РАВНИ   СЕКУ СЕ У $M(\boxed{}, \boxed{})$ ПАРАЛЕЛНЕ СУ

10. Да ли права $p:\ \frac{x+4}{0}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{1}$ сече троугао ABC, $A(0,0,1)$, $B(0,1,1)$, $C(1,1,0)$.

Решење:

$$\left[\overrightarrow{PA},\overrightarrow{PB},\vec{p}\right]=\boxed{}\qquad\left[\overrightarrow{PB},\overrightarrow{PC},\vec{p}\right]=\boxed{}\qquad\left[\overrightarrow{PC},\overrightarrow{PA},\vec{p}\right]=\boxed{}$$

Заокружити тачан одговор: ДА   НЕ

11. Да ли је тачка $M(0,1,2)$ ближа правој $p:\ \frac{x}{0}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-1}{2}$ или равни $\alpha:\ -2x+2y+z=0$? Заокружити тачан одговор.

Решење:

$$d(M,p)=\boxed{}\qquad d(M,\alpha)=\boxed{}\ .$$

Ближа је: ПРАВОЈ p РАВНИ α.

12. Одредити растојање између мимоилазних правих $p:\ \frac{x-3}{1}=\frac{y-5}{2}=\frac{z}{0}$ и $q:\ \frac{x+1}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z-1}{1}$.

Решење:

$$d(M,p)=\boxed{}\ .$$

13. Одредити угао између правих $p:\ \frac{x-3}{1}=\frac{y-5}{2}=\frac{z}{0}$ и $q:\ \frac{x}{2}=\frac{y+5}{2}=\frac{z-2}{1}$.

Решење:

$$\angle(p,q)=\arccos\ \boxed{}\ .$$

14. Одредити угао између праве $p:\ 5x+y-z+3=0, x+y-z+1=0$ и равни $\alpha:\ x-z+4=0$.

Решење:

$$\angle(p,\alpha)=\boxed{}\ .$$

15. Одредити угао између равни $\alpha:\ x=y$ и $\beta:\ x+y+z=0$.

Решење:

$$\angle(\alpha,\beta)=\boxed{}\ .$$

16. Дате су тачка $M(3,2,1)$ и раван $\alpha: x-z+2=0$. Одредити нормалну пројекцију M_1 тачке M на раван α као и тачку N симетричну тачки M у односу на α.

Решење:

$$M_1(\boxed{}, \boxed{}, \boxed{}),\qquad N(\boxed{}, \boxed{}, \boxed{}).$$

17. Дате су тачка $O(0,0,-1)$ и раван $\alpha : x+y+z=0$. Одредити централну пројекцију, са центром у тачки O, тачке $M(1,2,3)$ на раван α.

Решење:

$$M^c(\boxed{}\ ,\ \boxed{}\ ,\ \boxed{}\ ).$$

18. Одредити руб и број компоненти руба површи $p_0 = \langle 7,6,5\rangle$, $p_1 = \langle 7,4,0,3\rangle$, $p_2 = \langle 0,1,5,4\rangle$, $p_3 = \langle 6,2,3,7\rangle$, $p_4 = \langle 1,2,6,5\rangle$.

Компоненете руба:

Број компоненти руба: $\boxed{}$.

19. Дата је оријентабилна полиедарска површ $p_0 = \langle 1,2,6,5\rangle$, $p_1 = \langle 6,2,3,7\rangle$, $p_2 = \langle 0,1,5,4\rangle$, $p_3 = \langle 7,4,0,3\rangle$, $p_4 = \langle 7,6,5\rangle$. Оријентисати све пљосни на основу пљосни p_1.

Решење:

$$p_1 = \langle 6,2,3,7\rangle,\quad p_0 = \langle 1,\ \boxed{}\ ,\ \boxed{}\ ,\ \boxed{}\ \rangle,\quad p_2 = \langle 1,\ \boxed{}\ ,\ \boxed{}\ ,\ \boxed{}\ \rangle,$$
$$p_3 = \langle 0,\ \boxed{}\ ,\ \boxed{}\ ,\ \boxed{}\ \rangle,\quad p_4 = \langle 5,\ \boxed{}\ ,\ \boxed{}\ \rangle.$$

20. Одредити Ојлерову карактеристику полиедарске површи $p_0 = \langle 1,2,6,5\rangle$, $p_1 = \langle 7,6,5\rangle$, $p_2 = \langle 0,1,5,4\rangle$, $p_3 = \langle 7,4,0,3\rangle$, $p_4 = \langle 6,2,3,7\rangle$.

Решење:

$$\chi = \boxed{}\ .$$