Типови задатака за четврти кратки тест*
(решења)

1. Одредити параметризацију круга $(x-2)^2+(y+1)^2=3$ централним углом θ. Одредити координате тачке M која се добија за угао $\theta=\frac{\pi}{3}$.

   Решење:

$$x = \boxed{2} + \boxed{\sqrt{3}} \cos\theta$$
$$y = \boxed{-1} + \boxed{\sqrt{3}} \sin\theta, \quad \theta \in [0, 2\pi)$$

$$M\left(\boxed{2+\frac{\sqrt{3}}{2}}, \boxed{\frac{1}{2}}\right).$$

2. Одредити координате жижа елипсе $\frac{(x+1)^2}{3}+\frac{y^2}{2}=1$.

   Решење:

$$F_1 = (\boxed{0}, \boxed{0}), \quad F_1 = \left(\boxed{-2}, \boxed{0}\right).$$

3. Колики је ексцентрицитет круга $(x+2)^2+(y-3)^2=7$?

   Одговор: $e = \boxed{0}$.

4. Одредити једначине асимптота хиперболе $\frac{(x-3)^2}{1}-\frac{(y+1)^2}{2}=1$.

   Решење:

$$a_1 : y = \boxed{\sqrt{2}}\, x + \boxed{-1-3\sqrt{2}}, \quad a_2 : y = \boxed{-\sqrt{2}}\, x + \boxed{-1+3\sqrt{2}}.$$

5. Одредити једначину директрисе параболе $(y-1)^2=3x$.

   Решење:

$$d : \boxed{4}\, x + \boxed{3} = 0.$$

6. Које од следећих једначина представљају конике? (заокружити слова испред тачних одговора)

   а) $x^2+y^2+2x-2y-3=0$

   б) $xy=0$

   в) $y^2=0$

   г) $2x^2+y^2=3$

   д) $y=x^2+3$

7. Свести криву $4x^2-y^2+12x-2y+6=0$ на канонски облик транслацијом и рећи о којој кривој је реч.

   Центар криве је: $C\left(\boxed{-\frac{3}{2}}, \boxed{-1}\right)$.

   Крива је: ЕЛИПСА ХИПЕРБОЛА ДВЕ ПРАВЕ КОЈЕ СЕ СЕКУ ПАРАБОЛА ТАЧКА

*На тесту ће бити највише 3 задатка који се раде 10 минута

8. Свести параболу $2y^2 - 12y - 5x + 23 = 0$ на канонски облик транслацијом.

   Теме параболе је тачка $T\left(\boxed{1}, \boxed{3}\right)$.

   Канонска једначина параболе је $y'^2 = \boxed{\frac{5}{2}}\, x'$.

9. Одредити Безијерову криву чије су контролне тачке $P_0(1,0)$, $P_1(-2,3)$, $P_2(1,2)$.

   Једначина криве је: $\alpha(t) = \left(\boxed{1} + \boxed{-6}\, t + \boxed{6}\, t^2, \ \boxed{0} + \boxed{6}\, t + \boxed{-4}\, t^2\right)$.

10. Употребом де Кастељау алгоритма одредити тачку на Безијеровој кривој одређеној тачкама $P_0(1,-1)$, $P_1(-4,0)$, $P_2(2,1)$, за $t = \frac{1}{5}$.

    Решење:

$$P_{10} = \left(\boxed{-3}, \boxed{-\frac{1}{5}}\right)$$
$$P_{11} = \left(\boxed{\frac{4}{5}}, \boxed{\frac{4}{5}}\right)$$
$$\alpha_2\left(\frac{1}{5}\right) = \left(\boxed{\frac{1}{25}}, \boxed{\frac{3}{5}}\right).$$

11. Употребом де Кастељау алгоритма поделити Безијерову криву α чије су контролне тачке $P_0(-2,3)$, $P_1(8,-2)$, $P_2(3,13)$, у тачки $\alpha(0.4)$ на две криве α_1 и α_2.

    Крива α_1 је одређена тачкама: $\left(\boxed{-2}, \boxed{3}\right), \left(\boxed{4}, \boxed{0}\right), \left(\boxed{\frac{23}{5}}, \boxed{\frac{21}{5}}\right)$.

    Крива α_2 је одређена тачкама: $\left(\boxed{\frac{23}{5}}, \boxed{\frac{21}{5}}\right), \left(\boxed{5}, \boxed{7}\right), \left(\boxed{3}, \boxed{13}\right)$.

12. Повећати степен Безијерове криве чије су контролне тачке $P_0(1,2)$, $P_1(7,7)$, $P_2(4,2)$ за један, без промене облика криве.

    Нове контролне тачке су:

$$Q_0 = \left(\boxed{1}, \boxed{-2}\right), \ Q_1 = \left(\boxed{5}, \boxed{4}\right),$$
$$Q_2 = \left(\boxed{6}, \boxed{4}\right), \ Q_3 = \left(\boxed{4}, \boxed{-2}\right).$$