

Типови задатака за други кратки тест* (решења)

1. Одредити формуле афиног пресликавања f равни које тачке $O(0,0)$, $A(0,1)$, $B(1,0)$ пресликава редом у тачке $O'(-1,3)$, $A'(2,5)$, $B'(1,-1)$. Одредити координате тежишта T троугла OAB и његове слике T' .

Решење:

$$\begin{aligned} x' &= \boxed{2} x + \boxed{3} y + \boxed{-1} & T &= \left(\boxed{\frac{1}{3}}, \boxed{\frac{1}{3}} \right) \\ y' &= \boxed{-4} x + \boxed{2} y + \boxed{3} & T' &= \left(\boxed{\frac{2}{3}}, \boxed{\frac{7}{3}} \right) \end{aligned}$$

2. Одредити формуле афиног пресликавања f равни које тачке $P(1,2)$, $Q(0,0)$, $R(2,2)$ пресликава редом у тачке $P'(-1,0)$, $Q'(2,3)$, $R'(1,-1)$. Да ли пресликавање чува оријентацију?

Решење:

$$\begin{aligned} x' &= \boxed{2} x + \boxed{-\frac{5}{2}} y + \boxed{2} \\ y' &= \boxed{-1} x + \boxed{-1} y + \boxed{3} \end{aligned}$$

Одговор: ДА НЕ

3. Шта може бити слика једнакокраког трапеза при афином пресликавању f ?

Заокружити тачне одговоре:

КВАДРАТ РОМБ ПРАВОУГЛИ ТРАПЕЗ ПАРАЛЕЛОГРАМ ТРОУГАО ДЕЛТОИД

4. Нека су S и Q произвољне тачке ($S \neq Q$). Проверити тачност идентитета:

- а) $\mathcal{T}_{\vec{SQ}} \circ \mathcal{R}_{Q,\phi} = \mathcal{R}_{Q,\phi} \circ \mathcal{T}_{\vec{SQ}}$ ДА НЕ
 б) $\mathcal{R}_{Q,\phi} \circ \mathcal{R}_{Q,\theta} = \mathcal{R}_{Q,\phi+\theta}$ ДА НЕ
 в) $\mathcal{R}_{S,\phi} \circ \mathcal{R}_{Q,\phi} = \mathcal{R}_{Q,\phi} \circ \mathcal{R}_{S,\phi}$ ДА НЕ
 г) $\mathcal{T}_{\vec{QS}} \circ \mathcal{R}_{Q,\phi} \circ \mathcal{T}_{\vec{SQ}} = \mathcal{R}_{S,\phi}$ ДА НЕ

5. Одредити 3×3 матрицу ротације око тачке $S(1,1)$ за угао $\frac{5\pi}{4}$. У коју тачку се пресликава тачка $M\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$?

Одговор:

$$\left(\begin{array}{ccc} \boxed{-\frac{1}{\sqrt{2}}} & \boxed{\frac{1}{\sqrt{2}}} & \boxed{1} \\ \boxed{-\frac{1}{\sqrt{2}}} & \boxed{-\frac{1}{\sqrt{2}}} & \boxed{1+\sqrt{2}} \\ \boxed{0} & \boxed{0} & \boxed{1} \end{array} \right), \quad M' = \left(\boxed{1+\frac{1}{\sqrt{2}}}, \boxed{1} \right)$$

6. Дате су тачке $A(1,3)$ и $S(1,2)$. Нека је f композиција ротације око тачке S за угао $\frac{\pi}{3}$ и translације за вектор $\vec{v} = (-2,3)$.

а) Шта је слика круга описаног око квадрата чије је једно теме тачка A , а тачка S је пресек њених дијагонала при пресликавању f ? (заокружити тачан одговор)

КРУГ ЕЛИПСА ПАРАБОЛА ДУЖ ХИПЕРБОЛА ТАЧКА

б) Површина слике круга при том пресликавању је: $P = \boxed{\pi}$.

в) Да ли је пресликавање f изометрија? ДА НЕ

*На тесту ће бити највише 3 задатка који се раде 10 минута

7. Нека су p и q праве које се секу у координатном почетку и нека је r права која садржи координатни почетак и нормална је на праву p . Проверити тачност идентитета:

а) $\mathcal{S}_p \circ \mathcal{S}_q = \mathcal{R}_{2\angle(p,q)}$ ДА НЕ

б) $\mathcal{S}_p \circ \mathcal{S}_r = \mathcal{S}_r \circ \mathcal{S}_p$ ДА НЕ

в) $\mathcal{S}_p^3 = id$ ДА НЕ

г) $\mathcal{S}_p \circ \mathcal{S}_q = \mathcal{S}_r^{-1} \circ \mathcal{S}_q$ ДА НЕ

8. Написати матрицу рефлексије у односу на праву $p_0 : x + y = 0$.

Решење:

$$\begin{pmatrix} \boxed{0} & \boxed{-1} \\ \boxed{-1} & \boxed{0} \end{pmatrix}$$

9. Одредити слике тачке $M(1, 3)$ при рефлексији у односу на праву:

а) $p : x = 2$: $M' = \left(\boxed{3}, \boxed{3} \right)$;

б) $q : y = 2$: $M' = \left(\boxed{1}, \boxed{1} \right)$;

в) $r : 2x - y + 1 = 0$: $M' = \left(\boxed{1}, \boxed{3} \right)$.

10. Проверити тачност идентитета:

а) $\mathcal{H}_{1,-1} \circ \mathcal{H}_{-1,1} = \mathcal{R}_\pi$ ДА НЕ

б) $\mathcal{H}_{\lambda_1, \lambda_2} \circ \mathcal{R}_{\frac{\pi}{3}} = \mathcal{R}_{-\frac{\pi}{3}} \circ \mathcal{H}_{\lambda_1, \lambda_2}$ ДА НЕ

в) $\mathcal{H}_{\lambda_1, \lambda_2}^{-1} = \mathcal{H}_{\frac{1}{\lambda_1}, \frac{1}{\lambda_2}}$ ДА НЕ

г) $\mathcal{H}_{\lambda_1, \lambda_1}^2 = id, 0 < \lambda_1 < 1$ ДА НЕ

11. Одредити формуле хомотетије са центром у тачки $S(2, 1)$ и коефицијентом $\lambda = -2$. У коју тачку се слика координатни почетак?

Решење:

$$\begin{aligned} x' &= \boxed{-2}x + \boxed{0}y + \boxed{6} \\ y' &= \boxed{0}x + \boxed{-2}y + \boxed{3} \end{aligned} \quad O' = \left(\boxed{6}, \boxed{3} \right)$$

12. Које од следећих пресликавања равни чува однос дужине и ширине? Заокружити тачне одговоре:

СМИЦАЊЕ **ХОМОТЕТИЈА** **ТРАНСЛАЦИЈА** СКАЛИРАЊЕ **РОТАЦИЈА**

13. Које од следећих пресликавања су кретања простора?

а) Хомотетија $\mathcal{H}_{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3}$ ДА НЕ

б) Ротација око праве $\mathcal{R}_p(\phi)$ ДА НЕ

в) Транслација $\mathcal{T}_{\vec{v}}$ ДА НЕ

г) Рефлексија у односу на раван \mathcal{S}_α ДА НЕ

14. Написати матрицу ротације око x -осе за угао $\frac{\pi}{6}$.

Решење:

$$\begin{pmatrix} \boxed{1} & \boxed{0} & \boxed{0} \\ \boxed{0} & \boxed{\sqrt{3}/2} & \boxed{-1/2} \\ \boxed{0} & \boxed{1/2} & \boxed{\sqrt{3}/2} \end{pmatrix}$$

15. Одредити формуле рефлексије у односу на раван $y = -1$.

Решење:

$$\begin{aligned} x' &= \boxed{1}x + \boxed{0}y + \boxed{0}z + \boxed{0} \\ y' &= \boxed{0}x + \boxed{-1}y + \boxed{0}z + \boxed{-2} \\ z' &= \boxed{0}x + \boxed{0}y + \boxed{1}z + \boxed{0} \end{aligned}$$