

Типови задатака за први кратки тест* (решења)

1. Дат је квадар $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Заокружити тачан одговор:

- а) Вектори $\overrightarrow{D_1 C}$ и \overrightarrow{BD} су колинеарни; ДА **НЕ**
 б) Вектори $\overrightarrow{A_1 D_1}$ и \overrightarrow{CB} су колинеарни; **ДА** НЕ
 в) Вектори $\overrightarrow{AC_1}$, $\overrightarrow{AB_1}$ и $\overrightarrow{A_1 D}$ су копланарни; ДА **НЕ**
 г) Вектори \overrightarrow{DB} , $\overrightarrow{AA_1}$ и $\overrightarrow{A_1 C_1}$ су копланарни; ДА **НЕ**
 д) Вектори $\overrightarrow{DC_1}$, \overrightarrow{BC} и $\overrightarrow{CB_1}$ су копланарни. ДА **НЕ**

2. Дат је паралелограм $ABCD$. Нека су P, Q, R, S редом средишта ивица AB, BC, CD, DA , и T је пресек дијагонала паралелограма. Изразити:

- а) $\overrightarrow{AT} + \overrightarrow{RQ} = \boxed{2} \overrightarrow{ST} + \boxed{0} \overrightarrow{DP}$
 б) $\overrightarrow{CQ} + \overrightarrow{PS} = \boxed{-1} \overrightarrow{DT} + \boxed{-\frac{1}{2}} \overrightarrow{BC}$
 в) $2\overrightarrow{BR} + \overrightarrow{DQ} = \boxed{0} \overrightarrow{TC} + \boxed{3} \overrightarrow{TR}$

3. Дат је паралелограм $ABCD$. Нека су P, Q, R, S редом средишта ивица AB, BC, CD, DA . Ако је $\vec{e}_1 = \overrightarrow{RA}$ и $\vec{e}_2 = \overrightarrow{RQ}$, одредити координате следећих вектора у бази $e = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$:

- а) $[\overrightarrow{CS}]_e = \left(\boxed{1}, \boxed{-1} \right)$
 б) $[\overrightarrow{DA}]_e = \left(\boxed{\frac{2}{3}}, \boxed{\frac{2}{3}} \right)$

4. Дат је паралелограм $ABCD$. Нека су P, Q, R, S редом средишта ивица AB, BC, CD, DA . Ако је $\vec{e}_1 = \overrightarrow{PQ}$ и $\vec{e}_2 = \overrightarrow{PS}$, одредити координате следећих тачака у реперу $Pe, e = (\vec{e}_1, \vec{e}_2)$:

- а) $[R]_{Pe} = \left(\boxed{1}, \boxed{1} \right)$
 б) $[B]_{Pe} = \left(\boxed{\frac{1}{2}}, \boxed{-\frac{1}{2}} \right)$
 в) $[D]_{Pe} = \left(\boxed{\frac{1}{2}}, \boxed{\frac{3}{2}} \right)$

5. Дате су тачке са масама $A(2), B(2)$ и $C(3)$. Одредити у ком односу центар маса T дели тежишне дужи:

- а) $|AT| : |TA_1| = \boxed{5} : \boxed{2}$
 б) $|BT| : |TB_1| = \boxed{5} : \boxed{2}$
 в) $|CT| : |TC_1| = \boxed{4} : \boxed{3}$

6. Дате су тачке $A(2, 3), B(-1, 4)$ и $C(0, 1)$ у ортонормираном реперу. Одредити:

$$\overrightarrow{BA} \circ \overrightarrow{CB} = \boxed{-6} \quad \angle CBA = \arccos \boxed{\frac{3}{5}}$$

7. Израчунати косинус угла између вектора $\vec{u} = (1, 1, -2)$ и $\vec{v} = (3, 0, -3)$.

Решење: $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \boxed{\frac{\sqrt{3}}{2}}$

*На тесту ће бити највише 3 задатка који се раде 10 минута

8. Дате су тачке $A(2, 1)$, $B(0, 3)$ и $C(3, -1)$.

а) Површина $\triangle ABC$ је: .

б) Троугао ABC је **ПОЗИТИВНЕ** НЕГАТИВНЕ оријентације (заокружити тачан одговор).

9. Да ли тачка $P(-1, 1)$ припада унутрашњости $\triangle ABC$, $A(-3, -2)$, $B(1, 0)$ и $C(0, 2)$?

$$D_{ABP} = \text{input } 8 \quad D_{BCP} = \text{input } 3 \quad D_{CAP} = \text{input } -1$$

Заокружити тачан одговор: ДА **НЕ**

10. Дате су тачке $A(1, 2)$, $B(-2, 1)$, $C(0, 3)$, $D(-3, -2)$, $E(2, 4)$, $F(1, 0)$ и $G(5, 5)$. Које тачке се налазе са исте стране праве AB као и тачка G ?

Заокружити све тачне одговоре: **C** D **E** F

11. а) Користећи векторски производ, испитати да ли су тачке $A(1, 1, 2)$, $B(2, -2, 1)$ и $C(0, 3, 3)$ колинеарне.

Заокружити тачан одговор: ДА **НЕ**

б) Користећи мешовити производ, испитати да ли су тачке $A(1, 1, 2)$, $B(2, -2, 1)$, $C(0, 3, 3)$ и $D(-1, 5, 4)$ копланарне.

Заокружити тачан одговор: **ДА** НЕ

12. Одредити запремину тетраедра чија су темена тачке $A(2, 1, 0)$, $B(0, 0, 1)$, $C(3, 2, -1)$ и $D(1, 1, 1)$.

Решење: $V = \text{input } \frac{1}{6}$

13. Дата је коцка $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$. Одредити формуле преласка са базе $e = (\overrightarrow{A_1 B_1}, \overrightarrow{A_1 D_1}, \overrightarrow{A_1 A})$ на базу $f = (\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$. Да ли су базе e и f исте оријентације?

Решење:

$$\begin{aligned} x &= \text{input } -1 x' + \text{input } -1 y' + \text{input } 0 z' \\ y &= \text{input } 1 x' + \text{input } 0 y' + \text{input } 1 z' \\ z &= \text{input } 0 x' + \text{input } 0 y' + \text{input } -1 z' \end{aligned}$$

Заокружити тачан одговор: ДА **НЕ**

14. Дат је паралелограм $ABCD$. Нека је E средиште ивице AD и S средиште паралелограма. Одредити везу између координата (x, y) у реперу Ce и координате (x', y') у реперу Bf ако је $e = (\overrightarrow{CD}, \overrightarrow{CE})$ и $f = (\overrightarrow{BS}, \overrightarrow{BA})$.

Решење:

$$\begin{aligned} x &= \text{input } \frac{3}{2} x' + \text{input } 1 y' + \text{input } -2 \\ y &= \text{input } -1 x' + \text{input } 0 y' + \text{input } 2 \end{aligned}$$

15. Дат је јединични квадрат $ABCD$. Одредити везу између координата (x, y) у реперу De и координате (x', y') у реперу Bf ако је $e = (\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC})$ и $f = (\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BA})$. Одредити координате темена у оба репера.

Решење:

$$\begin{aligned} x &= \text{input } -1 x' + \text{input } 0 y' + \text{input } 1 \\ y &= \text{input } 0 x' + \text{input } -1 y' + \text{input } 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} [A]_{De} &= (\text{input } 1, \text{input } 0) & [A]_{Bf} &= (\text{input } 0, \text{input } 1) \\ [B]_{De} &= (\text{input } 1, \text{input } 1) & [B]_{Bf} &= (\text{input } 0, \text{input } 0) \\ [C]_{De} &= (\text{input } 0, \text{input } 1) & [C]_{Bf} &= (\text{input } 1, \text{input } 0) \\ [D]_{De} &= (\text{input } 0, \text{input } 0) & [D]_{Bf} &= (\text{input } 1, \text{input } 1) \end{aligned}$$