

ЛА\_б – питања за II колоквијум, 22. 1. 2008.

Дефинисати детреминанте

Детерминанта транспоноване матрице

Написати особине: детерминанта је адитивна и хомогена по свакој врсти (колони), детерминанта је алтернирајућа форма

Написати како ЕЕТ на врстама (или колонама) утичу на вредност детреминанте

Детреминанта производа матрица (Binet-Cauchy-јева теорема)

Детерминанта троугаоне и квазитроугаоне матрице

Написати развој детерминанте по  $i$ -тој врсти и  $j$ -ој колони

Примена развоја детерминанте на рачунање инверза матрице: адјунгована матрица

Примена развоја на решавање система линеарних једначина: Крамерова теорема

Детерминантни ранг: дефиниција и веза са рангом матрице

Алгебра  $R[A]$ : дефиниција, база и димензија ( $A$  је квадратна матрица)

Дефинисати минимални и карактеристични полином квадратне матрице  $A$

Лема о језгрима

Кејли-Хамилтонова теорема

Ако је  $\mathcal{A}$  линеарни оператор дефинисати  $\mathcal{A}$ -инваријантне потпросторе

Дефинисати сопствене вредности и сопствене векторе линеарног оператора  $\mathcal{A}$

Дефинисати  $V_{\alpha, \mathcal{A}}$  и доказати да је то (сопствени) потпростор простора  $V$

Описати како се рачунају сопствене вредности и сопствени вектори оператора  $\mathcal{A}$

Да ли су сопствене вредности нуле минималног полинома?

Ако су  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  међусобно различите сопствене вредности доказати да је сума одговарајућих сопствених потпростора директна и да су сопствени вектори који редом одговарају овим сопственим вредностима линеарно независни

Дефинисати операторе дијагоналног типа

Теорема о дијагонализацији линеарног оператора

Теорема о дијагонализацији матрице

Да ли је свака комплексна матрица слична троугаоној?

Нека је реална  $A$  квадратна матрица реда 3. Да ли је она слична дијагоналној ако:

1)  $\mu_A(x) = (x-1)(x-2)$ ,

2)  $\mu_A(x) = x^3$ ,

3)  $\mu_A(x) = x^2 + 1$  ?

Дефинисати симетричне билинеарне и квадратне функције на векторском простору

Матрица и промена матрице билинеарне и квадратне функције

Класификација квадратних функција над пољем чија карактеристика није 2

Класификација комплексних квадратних функција

Класификација реалних квадратних функција

Потребан и довољан услов за позитивну дефинитност реалне квадратне функције у терминима водећих минора

Дефинисати скаларни производ (навести аксиоме)

Дефинисати еуклидски векторски простор

Дефинисати норму вектора и растојање између два вектора

Да ли је скаларни производ по апсолутној вредности једнак или мањи од производа норми? Дефинисати угао између два вектора

Неједнакост троугла (Минковског) за норму и за растојање

Питагорина теорема

Ортогоналност: дефинисати међусобну ортогоналност вектора и скупова

Ортогоналност: дефинисати ортогонални комплемент и ортогонални скуп

Грам-Шмитова ортогонализација, последица:  $U+U^\perp=V$  и ова сума је директна

Ортогонална пројекција вектора на потпростор

Растојања вектора од потпростора и афиног потпростора: дефиниције и ставови

Дефинисати ортогоналне матрице; какве су њихове врсте (колоне)?

Одредити ком скупу припада детерминанта ортогоналне матрице

Описати све ортогоналне матрице реда 2

Дефинисати симетричне операторе еуклидских векторских простора (е.в.п.)

Шта се може рећи о матрицама симетричних оператора е.в.п.?

Какве су нуле карактеристичног полинома симетричног оператора е.в.п.?

Какав је угао између сопствених вектора симетричног оператора е.в.п. који одговарају међусобно различитим сопственим вредностима?

Ако је потпростор  $U$  ортогонални комплемент сопственог вектора симетричног оператора  $\mathcal{A}$ , да ли је  $\mathcal{A}(U)=U$ ? Да ли је нула оператор симетричан?

Теорема о дијагонализацији симетричног оператора е.в.п.

Дефинисати ортогоналне операторе еуклидских векторских простора (е.в.п.)

Шта чувају ортогонални оператори? Провери.

Шта се може рећи о матрицама ортогоналних оператора е.в.п.?

Какве су нуле карактеристичног полинома ортогоналног оператора е.в.п.?

Ако је  $\mathcal{A}$  ортогонални оператор и потпростор  $U$  је  $\mathcal{A}$  инваријантан, да ли је његов ортогонални комплемент  $\mathcal{A}$  инваријантан? Да ли је  $\mathcal{A}(U)=U$ ?

Теорема о канонској матрици ортогоналног оператора е.в.п.

Описати све ортогоналне операторе на е.в.п. димензије 2 и 3

Дефинисати изометрије

Навести примере изометрија које јесу и које нису линеарни оператори

Описати све изометрије е.в.п.

---

Детерминанта као вишелинеарна алтернирајућа функција својих врста (колоне) која на јединичној матрици има вредност 1: примена на доказ Бине-Кошијеве теореме и на рачунање детерминанте квазитроугаоне матрице

Нилпотентни оператори

Жорданова матрица

Теорема о Жордановој матрици линеарног оператора