

ЛААГ – питања за II колоквијум, 22. 1. 2008.

Дефинисати детреминанте

Детреминанта транспоноване матрице

Написати особине: детреминанта је адитивна и хомогена по свакој врсти (колони), детреминанта је алтернирајућа форма

Написати како ЕЕТ на врстама (или колонама) утичу на вредност детреминанте

Детреминанта производа матрица (Binet-Cauchy-јева теорема)

Детреминанта троугаоне и квазитроугаоне матрице

Написати развој детреминанте по i -тој врсти и j -ој колони

Примена развоја детреминанте на рачунање инверза матрице: адјунгована матрица

Примена развоја на решавање система линеарних једначина: Крамерова теорема

Детреминантни ранг: дефиниција и веза са рангом матрице

Алгебра $R[A]$: дефиниција, база и димензија (A је квадратна матрица)

Дефинисати минимални и карактеристични полином квадратне матрице A

Навести Кејли-Хамилтонову теорему

Дефинисати \mathcal{A} -инваријантне потпросторе

Дефинисати сопствене вредности и сопствене векторе линеарног оператора \mathcal{A}

Дефинисати $V_{\alpha, \mathcal{A}}$ и доказати да је то (сопствени) потпростор простора V

Описати како се рачунају сопствене вредности и сопствени вектори оператора \mathcal{A}

Да ли су сопствене вредности нуле минималног полинома?

Ако су $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ међусобно различите сопствене вредности доказати да је сума одговарајућих сопствених потпростора директна и да су сопствени вектори који редом одговарају овим сопственим вредностима линеарно независни

Дефинисати операторе дијагоналног типа

Навести теорему о дијагонализацији линеарног оператора

Навести теорему о дијагонализацији матрице

Да ли је свака комплексна матрица слична троугаоној?

Нека је реална A квадратна матрица реда 3. Да ли је она слична дијагоналној ако:

1) $\mu_A(x) = (x-1)(x-2)$,

2) $\mu_A(x) = x^3$,

3) $\mu_A(x) = x^2 + 1$?

Дефинисати скаларни производ (навести аксиоме)

Дефинисати еуклидски векторски простор

Дефинисати норму вектора и растојање између два вектора

Да ли је скаларни производ по апсолутној вредности једнак или мањи од производа норми? Дефинисати угао између два вектора

Навести неједнакост троугла за норму и за растојање

Ортогоналност: дефинисати међусобну ортогоналност вектора и скупова

Ортогоналност: дефинисати ортогонални комплемент и ортогонални скуп

Грам-Шмитова ортогонализација, последица: $U + U^\perp = V$ и ова сума је директна

Ортогонална пројекција вектора на потпростор

Растојања вектора од потпростора и афиног потпростора: дефиниције и ставови

Дефинисати ортогоналне матрице; какве су њихове врсте (колоне)?

Одредити ком скупу припада детреминанта ортогоналне матрице

Описати све ортогоналне матрице реда 2

Дефинисати симетричне операторе еуклидских векторских простора (е.в.п.)

Шта се може рећи о матрицама симетричних оператора е.в.п?

Какве су нуле карактеристичног полинома симетричног оператора е.в.п?
Какав је угао између сопствених вектора симетричног оператора е.в.п. који одговарају међусобно различитим сопственим вредностима?
Ако је потпростор U ортогонални комплемент сопственог вектора симетричног оператора \mathcal{A} , да ли је $\mathcal{A}(U)=U$? Да ли је нула оператор симетричан?
Навести теорему о дијагонализацији симетричног оператора е.в.п.
Дефинисати ортогоналне операторе еуклидских векторских простора (е.в.п.)
Шта чувају ортогонални оператори? Провери.
Шта се може рећи о матрицама ортогоналних оператора е.в.п?
Какве су нуле карактеристичног полинома ортогоналног оператора е.в.п?
Ако је \mathcal{A} ортогонални оператор и потпростор U је \mathcal{A} инваријантан, да ли је његов ортогонални комплемент \mathcal{A} инваријантан? Да ли је $\mathcal{A}(U)=U$?
Навести теорему о канонској матрици ортогоналног оператора е.в.п.
Описати све ортогоналне операторе на е.в.п. димензије 2 и 3
Дефинисати изометрије
Навести примере изометрија које јесу и које нису линеарни оператори
Описати све изометрије е.в.п.