

# Azbuka i kodovi

- *Konačna azbuka*  $V$  – konačan neprazni skup proizvoljnih simbola
- *slova* ili *simboli* – elementi skupa  $V$
- *reči* – konačne niske slova iz  $V$ .
- *Prazna reč*, u oznaci  $\lambda$  – reč koja ne sadrži slova.
- $V^*$  – skup svih reči nad  $V$
- $\lambda \in V^*$ , za svako  $V$ .  
 $V^+ = V^* \setminus \{\lambda\}$
- *jezik*  $L$  – proizvoljan skup reči iz  $V^*$ .
- *dužina reči*  $|P|$  – broj slova u reči  $P$ . Važi  $|\lambda| = 0$ .
- $P^i, i > 0$  označava  $i$  puta dopisanu reč  $P$ . Po definiciji,  $P^0 = \lambda$ .
- Broj reči dužine  $d$  u azbuci koja ima  $n$  znakova je  $n^d$ .

### Primeri azbuk i jezika nad njima

- Za azbuku  $V_1 = \{a, b\}$  možemo da definišemo sledeće jezike:
  - $L_1 = \{a, b, \lambda\}$  – jezik sa rečima dužine  $\leq 1$
  - $L_2 = \{a^i b^i \mid i \in \{0, 1\}\}$  – jezik sa rečima dužine  $\leq 2$
  - ...
- Za azbuku  $V_2 = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$  reči nad  $V_2^+$  su brojevi u dekadnom brojčanom sistemu (sa eventualnim vodećim nulama)
- Za azbuku  $V_3 = \{0, 1\}$  reči nad  $V_3^+$  su brojevi u binarnom brojčanom sistemu (sa eventualnim vodećim nulama)

## Kodovi

Neka su date azbuke

$$V_1 = \{ a_1, a_2, \dots, a_m \}, m \geq 1,$$

$$V_2 = \{ b_1, b_2, \dots, b_n \}, n \geq 2$$

i jezici

$$L_1 \subset V_1^*, L_1 = \{ p_1, p_2, \dots, p_r \}, r \geq 1, i$$

$$L_2 \subset V_2^*, L_2 = \{ q_1, q_2, \dots, q_s \}, s \geq 1.$$

Tada možemo da uvedemo sledeće definicije:

1. **Funkcija kodiranja** je svaka funkcija  $f$  definisana sa  $f : L_1 \rightarrow L_2$ .
2. **Funkcija dekodiranja** je funkcija  $g : L_2 \rightarrow L_1$ ,  $g = f^{-1}$ , ako  $f^{-1}$  postoji.
3. *Kod jezika  $L_1$  u azbuci  $V_2$  je skup vrednosti  $K \subseteq L_2, K = \{ q_j \mid \exists i : f(p_i) = q_j \}$ . Kodiranje predstavlja izračunavanje vrednosti  $f(p_i)$ . Dekodiranje predstavlja izračunavanje vrednosti  $g(q_j)$ .*
4. Kod je *jednoznačan* akko je funkcija  $f$  1-1. U suprotnom je kod *višeznačan*.
5. Broj simbola u azbuci  $V_2$  se naziva *osnova koda*. Reč  $q_j$  iz jezika  $L_2$  se naziva *kodna reč*.
6. Kod je *potpun* kada obuhvata sve reči određene dužine u jeziku  $L_2$ .
7. Kod je *ravnomeran* ako  $\exists l \forall j : |q_j| = l$ , tj. ako je dužina svih kodnih reči u jeziku  $L_2$  ista. U suprotnom, kod je *neravnomeran*. Da bi kod dužine  $d$  reči  $P$  bio ravnomeran mora da važi  $|P| \leq n^d$  gde je  $n$  broj simbola u azbuci  $V_2$ . Ako važi  $|P| = n^d$  tada je u pitanju *potpun ravnomeran kod*. Dužina reči ravnomernog koda se naziva *mesnost koda*.

Primeri:

1. Neka azbuka  $V_1 = \{ +, -, *, / \}$  sadrži oznake elementarnih aritmetičkih operacija. Za kodiranje odgovarajućeg jezika  $L_1 = \{ +, -, *, / \}$  u binarnoj azbuci dovoljno je uzeti reči dužine 2. Neka moguća kodiranja su prikazana u narednoj tabeli. Svi prikazani kodovi su ravnomerni i potpuni.

| Reč u jeziku | Kod 1 | Kod 2 | Kod 3 | Kod 4 | Kod 5 | Kod 6 |
|--------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| +            | 00    | 00    | 00    | 00    | 00    | 00    |
| -            | 01    | 01    | 10    | 10    | 11    | 11    |
| *            | 10    | 11    | 01    | 11    | 01    | 10    |
| /            | 11    | 10    | 11    | 01    | 10    | 01    |

2. Neka azbuka  $V_1$  sadrži sledeće simbole:  $V_1 = \{ \triangleleft, \triangleright, \oplus, \ominus, \otimes, \oslash \}$ . Za kodiranje odgovarajućeg jezika  $L_1 = \{ \triangleleft, \triangleright, \oplus, \ominus, \otimes, \oslash \}$  u binarnoj azbuci dovoljno je uzeti reči dužine 3. Jedno moguće kodiranje je prikazano u narednoj tabeli. Dobijeni kod, bez obzira na izbor funkcije, nije potpun.

| Reč u jeziku     | Kod |
|------------------|-----|
| $\triangleleft$  | 000 |
| $\triangleright$ | 001 |
| $\oplus$         | 010 |
| $\ominus$        | 011 |
| $\otimes$        | 100 |
| $\oslash$        | 101 |

3. Ukoliko želimo da zapišemo reči živog jezika tada za azbuku  $V_1$  moramo da uzmemo sve znake pisma (velika i mala slova, cifre, interpunkcijske i specijalne znake). Dužina kodnih reči će zavistiti od broja simbola u azbuci, odnosno broja reči u odgovarajućem (formalnom) jeziku  $L_1$ . U ranijem periodu razvoja računarstva postojalo je više različitih kodova, ali se danas koriste kodovi sa dužinom reči 7, 8 ili 16.