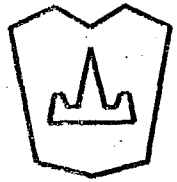


Московский государственный университет
имени М.В.Ломоносова

Учебно–научный центр
довузовского образования

В.Г.СУРДИН

АСТРОНОМИЧЕСКИЕ ОЛИМПИАДЫ

ЗАДАЧИ С РЕШЕНИЯМИ

Москва 1995

УДК 373
ББК 22.6 я 72
С 90

90 **Сурдин В.Г. Астрономические олимпиады. Задачи с решениями.** М., 1995, 320 с.

Книга написана на основе материалов Московской астрономической олимпиады для школьников, проводимой ежегодно с 1947 г. Представлено более 450 оригинальных задач с подробными решениями, большинство из которых никогда ранее не публиковалось. Тематика задач охватывает многие разделы астрономии, астрофизики, планетологии, космической физики и космонавтики.

Задачи могут быть использованы при проведении олимпиад и конкурсов по астрономии, физике и географии. Уровень сложности задач весьма различен: они будут полезны как для любителей астрономии, так и для преподавателей средней школы и даже ВУЗа. Решения некоторых задачь представляют материал для углубленного изучения астрономии и космической физики.

Рецензенты: доктор физ.-мат. наук, профессор А.В.Засов,
кандидат физ.-мат. наук, доцент Э.В.Кононович.

ISBN 5–888000–009–4

© В.Г.Сурдин, 1995 г.
© Учебно-научный центр довузовского образования МГУ, 1995

ОГЛАВЛЕНИЕ

	Задачи	Решения
Предисловие	4	
Московская астрономическая олимпиада	6	
1. Звездное небо	9	86
2. Земля: координаты, форма, движение	15	96
3. Луна. Затмения Солнца и Луны	20	110
4. Видимое движение небесных светил	26	128
5. Время и календарь	32	144
6. Координаты светил	36	154
7. Блеск, светимость, расстояние	38	161
8. Астрономические приборы и наблюдения	47	190
9. Движение космических тел	56	219
10. Космические экспедиции и природа планет	64	250
11. Астрофизика	70	265
12. Астрономическая викторина	77	293
13. Задачи Старика Хоттабыча	81	298
Справочные данные	306	

ПРЕДИСЛОВИЕ

Проведение естественно-научных олимпиад для школьников преследует ясную цель: стимулировать их интерес к науке, выявить наиболее талантливых и подготовленных ребят, чтобы привлечь их в ВУЗы. В этом смысле астрономам, казалось бы, не о чем беспокоиться: в лучшие годы конкурс на вступительных экзаменах в МГУ по отделению астрономии составлял 13 чел/место. И даже сейчас, при общем снижении интереса к естественно-научному образованию, конкурс по астрономии умещился до 3 чел/место, тогда как на других отделениях с трудом набирают запланированное число учащихся. Значит астрономия по-прежнему остается популярным предметом для будущих учеников, и за приток новых кадров в нее, казалось бы, можно не волноваться.

Действительно, в нашей стране сейчас около 2000 профессиональных астрономов и около 40 тыс любителей астрономии, в основном юных, желающих учиться в университетах. Однако большой конкурс на вступительных экзаменах еще не означает высокого качества абитуриентов. Характерная черта многих любителей астрономии в том, что они увлечены созерцательной стороной науки о звездах и пренебрегают ее аналитическим аппаратом и физическим содержанием. Поэтому истинные фанатики астрономии при поступлении в университет часто не выдерживают экзаменов.

Итак, перед руководителями астрономических кружков, школьными педагогами и учеными, желающими подготовить себе достойную смену, стоит задача переориентировать любителей астрономии от незадумчивого чтения фантастики и легкой научно-популярной литературы, от созерцания небес к углубленному изучению астрономии и физики, к проведению систематических наблюдений.

Одним из важнейших средств для этого служат астрономические викторины, конкурсы и олимпиады, возбуждающие любознательность, поощряющие талантливых, работоспособных ребят. Большой опыт таких олимпиад накоплен в Москве, где они регулярно проводятся уже полстолетия. Весной 1994 г. прошла Российская астроолимпиада в г. Ярославле; в 1995 г. проведены 1-я Подмосковная и 2-я Российская в г. Рязани. Эти олимпиады стимулировали проведение школьных астрономических состязаний во многих городах нашей страны. Надеемся, что эта книга будет полезна при проведении подобных состязаний, а также на занятиях в школе, в астрономических кружках и клубах.

Мы обращаемся ко всем руководителям астрономических кружков, к организаторам олимпиад и любителям астрономии. Если у вас есть интересные астрономические задачи любого уровня сложности, но с "изюминкой", не держите их в столе, - публикуйте! По-настоящему хороших задач не так уж много. Хорошие задачи должны работать!

Кроме задач, использованных в Московской олимпиаде, в этот сборник вошли также задачи, составленные В.Г.Сурдиным для различных викторин, конкурсов и олимпиад, проводившихся в период 1972–1994 гг. Мы надеемся, что они также окажутся полезными нашим читателям.

В отличие от большинства других научных олимпиад, у Московской астрономической никогда не было одного "хозяина": она дитя московских астрономов из различных учреждений столицы. Но все же основной базой для нее всегда служит МГУ - его сотрудники и аудитории. Мы благодарны родному Университету за возможность издания этих задач, осуществленную Центром астрономического образования МГУ.

Московская астрономическая олимпиада

Астрономическая олимпиада для московских школьников проводится в феврале-марте ежегодно уже полвека. Если в первых олимпиадах участвовало несколько десятков ребят, то в последующие годы она собирала до 200 учащихся школ и технических училищ Москвы, Московской области и даже гостей из других городов. Олимпиада проходит в 2 тура за которыми следует третья встреча всех участников для разбора задач и награждения победителей. В первые годы на каждом туре продолжительностью в 2 часа требовалось решить по 3 задачи. В последние два десятилетия каждый тур продолжается 3 часа, а число задач увеличилось до 4-х.

Если на первых олимпиадах требования к знаниям учащихся не превышали содержания школьного учебника по астрономии, то теперь составители задач ориентируются на реальные знания юных астрономов, которые значительно превышают школьный минимум. Если в первые годы проведения Олимпиады в ней участвовали только ученики выпускного 10-го класса, в котором изучалась астрономия, то теперь Олимпиада проходит по трем возрастным категориям: 10–11 классы, 8–9 классы и от 7 класса и младше. Причем в младшей группе нередко участвуют ребята из 3–4 классов и показывают очень неплохие результаты. Ясно, что ориентироваться при этом на школьный учебник стало уже невозможно.

А начиналось это так. В 1947 г. усилиями Московского отделения Всесоюзного астрономо-геодезического общества (МОВАГО), астрономического отделения механико-математического факультета МГУ, Московского планетария и ГорОНО была проведена первая астрономическая олимпиада. В ее первом туре приняли участие 32 чел. из 10-ти школ Москвы. Ко второму туру было допущено 10 чел, из которых 7 были премированы книгами по астрономии, а лучшая школа (425-ая мужская средняя школа

Сталинского района, преподаватель П.Е.Полуботко) была награждена телескопом системы Максутова.

Во второй Олимпиаде участвовало уже 43 ученика из 21 школы. При награждении победителей перед ними выступили с лекциями ведущие московские астрономы тех лет: зав. астрономическим отделением МГУ проф. П.П.Паренаго, проф. Б.А.Воронцов-Вельяминов, известный популяризатор Ф.Ю.Зигель. В последующие годы выступление ученых перед участниками Олимпиады стало традицией. Обычно это происходит в Государственном астрономическом институте им.П.К.Штернберга (ГАИШ) и завершается экскурсией по институту и обсерватории МГУ.

Еще одной традицией является подбор задач Олимпиады. При составлении задач и оценке их решения мы стремимся выявлять не только теоретически подготовленных ребят, но также имеющих опыт самостоятельных наблюдений. Важно, чтобы участники Олимпиады не только платонически любили астрономию, читая популярные книжки, но и сами наблюдали небо, проводили расчеты. Поэтому мы непременно используем в заданиях Олимпиады немые карты звездного неба и Луны, проверяем знание учащимися текущей астрономической ситуации, задаем вопросы по практическому использованию инструментов. Поскольку многие любители астрономии регулярно участвуют в Олимпиаде, эти задачи в определенной мере формируют их интересы, влияют на выбор конкретного направления в науке. А нужно заметить, что многие из участников и, в особенности, из победителей нашей олимпиады стали профессиональными астрономами.

Последние три десятилетия организацией Олимпиады занимаются астрономы ГАИШ, Московского государственного педагогического университета, Московского городского Дворца творчества детей и юношества на Ленинских горах. Им помогали Московский планетарий и МОВАГО. Особенно много потрудились для организации Олимпиады В.А.Шишаков, Н.В.Козлова, Н.Н.Андреева, К.А.Куликов, А.В.Засов, К.В.Куимов, Б.Г.Шпени-

чнер, В.М.Чаругин, В.В.Чичмарь, В.А.Ромейко, А.Н.Колокольников, М.Г.Гаврилов. Немало задач для Олимпиады предложили С.И. Блинников, М.Ю.Шевченко, С.В.Широков, В.В. Чичмарь. Последние 15 лет составлением задач в основном занимались В.Г.Сурдин и В.М.Чаругин. Разумеется, невозможно перечислить всех, кто за прошедшие полвека придумывал задачи для Олимпиады. Всем им большое спасибо!

К сожалению, не все задачи сохранились. Содержание первых девяти Олимпиад было опубликовано полностью [1-3]. Затем публиковались отдельные задачи [4-5]. Но большая их часть осталась неопубликованной. Неоценимую помощь в розыске задач оказала нам Нина Владимировна Козлова, много лет возглавлявшая оргкомитет Олимпиады. Мы обращаемся ко всем организаторам и участникам Олимпиады прошлых лет: если вы помните задачи и обстоятельства ее проведения, пожалуйста, поделитесь с нами. Мы будем признательны всем читателям, приславшим свои советы и замечания по адресу:

Россия, 119899, Москва, В-234, Университетский пр-т, 13
Гос. астрономический институт им.П.К.Штернберга
В.Г.Сурдину.

Литература

1. В.А.Шишаков. Вторая астрономическая олимпиада московских школьников. Бюллетень ВАГО, No 5, 1949, с. 37-38.
2. 1-6 Московские астрономические олимпиады (1947-1952). Изво Московского университета, 1953.
3. Олимпиады и конкурсы по математике, физике, истории, географии и астрономии. (Методическое письмо). М., Гос. уч.-пед. издат. Мин. прос. РСФСР, 1956.
4. *"Земля и Вселенная"*, 1967, No 1.
5. *"Квант"*, 1982, No 7 и 8; 1994, No 6.

1. ЗВЕЗДНОЕ НЕБО

ЗАДАЧИ

— ◇ —

1.1. Какое созвездие дважды встречается на карте звездного неба? Видно ли оно вечером в марте?

1.2. Полное затмение Солнца происходит во второй половине июня около местного полудня. Нарисовать наблюдаемую картину расположения видимых при этом планет и наиболее ярких звезд, учитывая, что Венера находится в наибольшей западной элонгации, Меркурий в нижнем соединении, Марс в противостоянии.

1.3. Почему, чем ближе к Млечному Пути, тем больше видно звезд и меньше - далеких галактик?

1.4. Какую из звезд - Бетельгейзе или Денеб, можно дольше непрерывно наблюдать на московском небе?

1.5. Какие способы ориентировки по звездам (кроме Полярной) вы знаете?

1.6. Что вы знаете о созвездиях Скорпиона и Змееносца?

1.7. Что вы знаете о созвездиях Андромеды, Пегаса и Кассиопеи? (Задач, подобных двум последним, можно предложить множество, выбирая более или менее известные созвездия в зависимости от подготовки ребят.)

1.8. Указать ориентировочно местонахождение созвездий Щита, Лисички, Стрелы, Малого Коня, Зайца, Ворона, Рыси.

1.9. Описать вид звездного неба во время полного солнечного затмения 30 июня 1954 г., указав положение Солнца?

1.10. Как наблюдаются в конце марта текущего года рано вечером созвездия Б.Медведицы, Льва, Возничего и Ориона, а также доступные невооруженому глазу планеты и Луна?

1.11. Какие из созвездий носят названия физических приборов?

1.12. Перечислите 7 самых ярких небесных объектов.

1.13. В каком незодиакальном созвездии и когда бывает Солнце?

1.14. Что такое зодиакальный свет? В какое время суток его можно наблюдать и где на Земле условия для его наблюдения наилучшие?

1.15. Опишите вид звездного неба с поверхности Марса.

1.16. Опишите вид звездного неба с поверхности Ио, находящейся на расстоянии около 6 радиусов Юпитера от него.

1.17. Сколько нужно дисков Луны, чтобы покрыть ими все небо?

1.18. Когда на небе видно Солнце? Луна? Звезды?

1.19. Перед вами неоконченное стихотворение А.С.Пушкина:

Надо мной в лазури ясной
Светит звездочка одна -
Справа запад темно-красный,
Слева близкая Луна.

Определите:
а) к какой стороне горизонта поэт был повернут лицом,
б) какое было время суток,
в) в какой фазе была Луна,
г) почему Луна названа "близкой",
д) что за "звездочка" могла светить поэту?

1.20. Какими родственными связями объединены мифологические герои, имена которых носят планеты?

1.21. Некоторая планета находится на угловом расстоянии 100 от Солнца. Какая это планета - верхняя или нижняя?

1.22. Почему метеорные потоки Леонид и Квадрантид носят такие названия?

1.23. Можно ли наблюдать Марс в созвездии Эридана?

1.24. Луна находится в созвездии Стрельца. В каком созвездии будет находиться Земля для наблюдателя на Луне?

1.25. Назовите объекты Солнечной системы в порядке уменьшения их размера (хвосты комет можно не упоминать).

1.26. Объясните, почему с полуночи до рассвета наблюдается больше метеоров, чем с вечера до полуночи?

1.27. Оцените, как часто происходят покрытия Луной звезд, видимых невооруженным глазом.

1.28. Венера находится в западной элонгации. В какое время суток удобнее ее наблюдать?

1.29. Охотник осенью идет ночью в лес по направлению на Полярную звезду. Сразу после восхода Солнца он возвращается обратно. Как должен ориентироваться охотник по положению Солнца?

Рис. 1.1. Немая карта созвездия.

1.30. Почему многие наблюдатели утверждают, что искусственные спутники Земли движутся по небу маленькими зигзагами?

1.31. "Все звезды, видимые простым глазом, и многие из телескопических уже давно сосчитаны, зарегистрированы и занесены на карты", - говорится в Курсе общей астрономии И.Ф.Полака. Почему же в таком случае число звезд, видимых невооруженным глазом, никогда не указывается точно, а только приблизительно?

1.32. Каков может быть максимальный угол между Полярной звездой и Северным полюсом мира в результате прецессии земной оси? Когда это было последний раз? Заходила ли при этом Полярная за горизонт на широте Москвы?

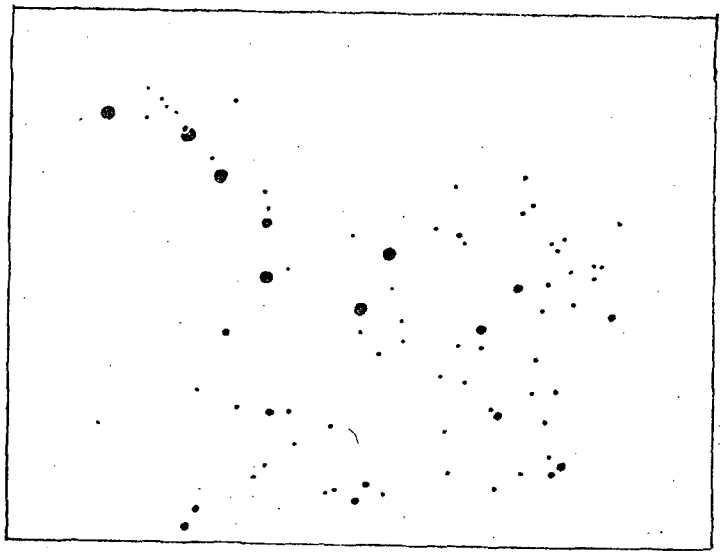


Рис. 1.2. Немая карта созвездия.

1.33. Если вы решили наблюдать Луну за неделю до затмения, то в каком месте небосвода вам следует искать ее сразу после захода Солнца?

1.34. Используя немые карты созвездий, примеры которых приведены на рисунках 1.1 – 1.3, выполните следующие задания:
1) напишите русское и латинское названия созвездия, название самой яркой его звезды, ее буквенное обозначение и звездную величину;
2) соедините звезды контурами так, чтобы очертание созвездия соответствовало его названию;
3) в какое время года это созвездие лучше всего видно на широте Москвы?
4) Какие интересные объекты в нем вы знаете? Укажите их положение на карте.

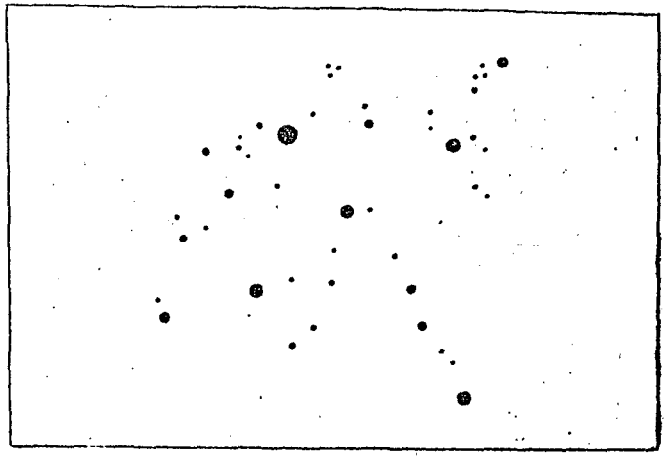


Рис. 1.3. Немая карта созвездия.

~~~ ? ~~~

2. ЗЕМЛЯ: КООРДИНАТЫ, ФОРМА, ДВИЖЕНИЕ

ЗАДАЧИ

—◇—

2.1. Кто из людей и где более всего приближался к центру Земли?

2.2. 21 марта в истинный полдень тень вертикально стоящего столба равнялась его высоте. На какой широте это было?

2.3. Найти ширину метеорного потока в километрах, метеоры которого наблюдались с 16 июля по 24 августа. Предполагается, что движение Земли перпендикулярно к оси потока.

2.4. Зимой Земля ближе к Солнцу, чем летом, на несколько миллионов километров. Почему же зимой холоднее, чем летом?

2.5. Чему равен период вращения Земли вокруг своей оси?

2.6. Два путешественника, выйдя из одной точки на экваторе, отправились с одинаковой скоростью в кругосветное путешествие: один - вдоль экватора, а другой - по меридиану. Одновременно ли они достигнут исходной точки в конце путешествия?

2.7. Орбиты двух комет лежат в плоскости эклиптики. Кометы имеют перигелийные расстояния 0,5 а.е. и 1,5 а.е. Длины их хвостов в перигелии превышают 100 млн км. Может ли Земля пройти через хвосты этих комет?
~~~

2.8. Максимальный угловой радиус Солнца $\theta_{max} = 16'17,53''$ наблюдается 4 января, а минимальный $\theta_{min} = 15'45,34''$ наблюдается 5 июля. В каких точках орбиты в эти моменты находится Земля? На сколько километров различаются в них расстояния Земли от Солнца?

2.9. Если бы Земля вращалась с периодом 12 часа, то сколько бы наблюдалось лунных приливов в сутки?

2.10. Для французского путешественника Жана Этьена, отправившегося летом 1986 г. в одиночку от берегов Канады к Северному полюсу, одной швейцарской фирмой были изготовлены специальные часы, стрелка которых обходит циферблат не за 12, а за 24 часа. Зачем ему понадобились такие часы? (Публикуя это сообщение, газета "Известия" от 7 июля 1986 г., к сожалению, не напомнила, что задолго до этого точно такие же часы были изготовлены в Москве для исследователей Антарктиды.)

2.11. Наблюдатель, находящийся на земном экваторе, все время видит ИСЗ у себя над головой. На каком расстоянии от земной поверхности находится этот спутник и с какой линейной скоростью он обращается вокруг Земли?

2.12. Сколько геостационарных спутников необходимо, чтобы поддерживать круглосуточную связь между научными станциями на Северном и Южном полюсах?

2.13. Какой высоты телеантенну нужно установить на Южном полюсе, чтобы принимать телесигнал с геостационарного спутника?

2.14. Из какой точки на земном шаре нужно выйти, чтобы пройдя 100 км на юг, затем 100 км на восток и 100 км на север, оказаться в исходной точке?

2.15. В романе Жюля Верна "Воздушный корабль" говорится о том, что вблизи полуночи над кораблем "Альбатрос" находилось созвездие Южного Креста, "четыре звезды которого ярко блестели в самом зените", а примерно через час корабль пролетел над Южным полюсом Земли. Зная, что у четырех ярких звезд Южного Креста склонение соответственно равно $-62,6°$, $-59,2°$, $-58,2°$ и $-56,6°$, обнаружить астрономическую неточность в повествовании, найти приближенное значение географической широты, на которой находился "Альбатрос" вблизи полуночи, и скорость полета, полагая, что корабль летел по кратчайшему пути к полюсу.

2.16. Будет ли на Земле смена дня и ночи, если она перестанет вращаться вокруг своей оси?

2.17. В радиопостановке по роману Ж.Верна "Таинственный остров" в тот момент, когда путешественники обнаружили выброшенный на берег сундук с полезными вещами, один из них, вынув из сундука подзорную трубу и осмотрев в нее морскую гладь, воскликнул: "Господа, миль на 100 вокруг не видно обломков кораблекрушения!". Каково было увеличение подзорной трубы?

2.18. Почему период смены времен года (т.е. *тропический год*) приблизительно на 20 минут короче периода обращения Земли вокруг Солнца (т.е. *звездного года*)?

2.19. Как можно доказать, что Земля вращается вокруг оси и обращается вокруг Солнца?

2.20. Взрыв Тунгусского метеорита наблюдался на горизонте в городе Киренске (на реке Лене) в 350 км от места взрыва. Определите, на какой высоте произошел взрыв.

2.21. От Северного полюса Земли к Южному прорыта вертикальная шахта. Один снаряд без начальной скорости отпускают падать в шахту, а другой запускают на низкую круговую поляр-

ную орбиту (рис. 2.1). Какой из них быстрее достигнет Южного полюса?

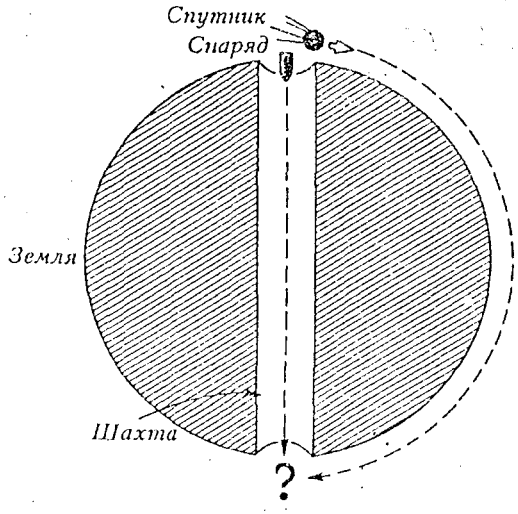


Рис. 2.1. Как быстрее добраться до антиподов? Задача 2.21.

2.22. Почему Земля и другие планеты имеют шарообразную форму, а астероиды и ядра комет - неправильную?

2.23. За сутки на Землю падает порядка 10 тыс тонн космического вещества (метеориты, пылинки, ...). Оцените, насколько это могло изменить длительность суток за время эволюции нашей планеты.

2.24. Изменится ли через несколько тысячелетий климат в Антарктиде за счет прецессии земной оси?

2.25. Спектральные наблюдения показывают, что лучевая скорость Регула (α Льва) относительно Земли изменяется от $V_1 = -27$ км/с до $V_2 = 33$ км/с с периодом в один год (знак *минус* у лучевой скорости означает приближение). Учитывая, что эта звезда находится на эклиптике, и что расстояние от Земли до

Солнца составляет $1,5 \times 10^{11}$ м, вычислить постоянную тяготения. Орбиту считать круговой, а массой Земли по сравнению с массой Солнца ($M_\odot = 2 \times 10^{30}$ кг) пренебречь.

2.26. Каков может быть максимальный угол между Полярной звездой и Северным полюсом мира в результате прецессии земной оси? Когда это было последний раз? Заходила ли при этом Полярная за горизонт на широте Москвы?

2.27. Развязка приближалась: зверь устал и встал неподвижно. В 100 м к югу от медведя появился охотник. Он прошел 150 м на восток и, повернувшись, выстрелил точно на север. Сраженный медведь упал. Вопрос: какого цвета была шкура медведя?

~~~ ? ~~~
~~~

3. ЛУНА. ЗАТМЕНИЯ СОЛНЦА И ЛУНЫ

ЗАДАЧИ

— ◇ —

3.1. Существуют ли на Луне места, где Земля восходит из-за горизонта и заходит за него?

3.2. Какой наибольшей высоты, в какой день года, в котором часу и в каком созвездии может достигать полная Луна на широте Москвы ($\varphi = 55°45'$)?

3.3. Почему в средних широтах серп "молодой" Луны весной находится высоко над горизонтом и рога его направлены кверху, а осенью так бывает со "старой" Луной?

3.4. Почему солнечные затмения чаще бывают летом, а не зимой?

3.5. Почему самые продолжительные солнечные затмения наблюдаются в тропических странах?

3.6. Можно ли наблюдать солнечное затмение на Северном полюсе?

3.7. Можно ли на самолете догнать лунную тень, движущуюся по поверхности Земли?

3.8. Можно ли наблюдать солнечное затмение с борта орбитальной станции "Мир"? Если нет, то почему? Если да, то

какова его продолжительность?

3.9. Во время солнечного затмения путешественник заметил, что ущербление диска Солнца началось прямо снизу. Где и когда это могло быть?

3.10. Наблюдатель видел, как во время солнечного затмения ущербление началось сверху. Где и когда это могло быть?

3.11. Если в каком-либо году затмение Солнца было 2 января, когда еще в этом году могут быть его затмения?

3.12. Затмение Луны происходит при склонении Солнца $+20°50'$ и склонении Луны $-21°16'$. Как Луна пройдет через земную тень?

3.13. Можно ли в момент полного лунного затмения наблюдать из одной точки на земной поверхности Луну и Солнце?

3.14. В каком случае видимый диаметр Луны больше - когда она наблюдается вблизи зенита или у горизонта?

3.15. Где кольцеобразные затмения Солнца наблюдаются чаще - в зените или у горизонта?

3.16. На какой стороне Луны - на видимой или на обратной светлее в период лунного дня? А лунной ночью?

3.17. На географическом полюсе Земли Солнце полгода находится над горизонтом и полгода - под горизонтом. А Луна?

3.18. Специалисты считают, что будущие обитатели лунных баз предпочтут не 24-часовой, а 25-часовой суточный цикл. Почему?

3.19. Считается, что ровно половина лунного шара освещена Солнцем, а вторая половина находится в тени. Так ли это?

3.20. В каких районах Земли сегодня может наблюдаться лунное затмение?

3.21. Обычно полное солнечное затмение наблюдается в полосе шириной около 200 км и протяженностью приблизительно 10 тыс км. В среднем на Земле происходит одно полное затмение в год. Оцените, через сколько лет затмение повторяется в одном и том же месте, например, в вашем городе.

3.22. Что такое **белые ночи** и почему в С.-Петербурге они бывают, а в Одессе - нет? (Географическая широта С.-Петербурга $\varphi_1 \simeq 60°$, Одессы $\varphi_2 \simeq 46,5°$.)

3.23. В какой точке Луны лучше строить солнечную обсерваторию?

3.24. В какое время года Луна в полнолуние поднимается выше над горизонтом - зимой или летом?

3.25. Бывают ли на Уране солнечные затмения?

3.26. В начале января в Москве наблюдалось полное лунное затмение. Как выглядела Луна через полчаса после первого контакта с тенью? Как она выглядела для наблюдателя в Антарктиде?

3.27. Как долго может продолжаться покрытие звезды Луной?

3.28. Артур Кларк в романе "2001: Одиссея 1" так описывает восход Солнца на Луне: "... на востоке из-за горизонта вырвалась тоненькая дуга нестерпимо яркого света. Оставался еще целый час до момента, когда Солнце полностью поднимется над горизонтом ..." (В кн.: А.Кларк "Космическая Одиссея", М., Мир, 1991, с.78) Определите, на какой широте Луны разворачивается действие романа?

3.29. Если Луна взошла в 23^h45^m во вторник, то когда произойдет ее следующий восход?

3.30. Сколько раз в течение года Луна оборачивается вокруг своей оси?

3.31. Какова продолжительность видимости Луны над горизонтом на экваторе (без учета рефракции)?

3.32. В романе Ф.Панферова "Во имя молодого" (1960 г.) сказано: "Затем были запущены ракеты в сторону Луны и заснята ее обратная, в вечном мраке, сторона, что вызвало во всех странах непревзойденный восторг". Найдите неточности.

3.33. Можно ли с Северного полюса Земли наблюдать солнечное затмение 15 ноября?

3.34. Чему равен период вращения Луны вокруг оси: синодическому или сидерическому месяцу?

3.35. За счет приливного взаимодействия с Землей Луна движется по спиралеобразной орбите, каждый год удаляясь от Земли на 3 см. Через сколько лет на Земле прекратятся полные солнечные затмения?

3.36. В системе Земля–Луна происходит парадоксальное явление: в результате приливного трения уменьшается угловая скорость вращения как Земли, так и Луны. Не противоречит ли это закону сохранения момента количества движения?

3.37. Можно ли наблюдать с поверхности Сатурна затмение Солнца Титаном, который обращается на расстоянии 1222 тыс км от центра планеты и имеет диаметр 5150 км?

3.38. Как часто восходит Земля на Луне в районе кратера Тихо?

3.39. Бывают ли солнечные затмения на Марсе и на Юпитере?

3.40. В результате приливного эффекта Луна сейчас понемногу удаляется от Земли. В прошлом радиус ее орбиты был меньше. Оцените, какова была продолжительность полных солнечных затмений, когда радиус лунной орбиты был вдвое меньше современного.

3.41. Астрономы решили наблюдать полное солнечное затмение с борта самолета, летящего на восток вдоль полосы затмения со скоростью 900 км/час. Затмение происходило вблизи полудня на широте 60° и его полная фаза на земле длилась 5 минут. Сколько минут она продолжалась на борту самолета?

3.42. В какое время суток наблюдается растущая и убывающая Луна?

3.43. Можно ли запустить стационарный спутник Луны?

3.44. Можно ли в течение одних суток наблюдать молодую и старую Луну?

3.45. Сколько раз в году Луна бывает в зените на экваторе?

3.46. Иоганн Кеплер в своем произведении "**Сон, или Посмертное сочинение о лунной астрономии**" писал: "Луна в Исландии часто бывает не видна в то самое время, когда другие народы наблюдают полнолуние" (в кн.: И.Кеплер. О шестиугольных снежинках. М., Наука, 1982, с.97). К какому времени года относится это замечание? Исландии расположена на широте от 63° до 66°.

3.47. Как можно доказать, что пепельный свет Луны вызван солнечным излучением, отраженным от Земли?

3.48. Опишите явления, которые могли бы увидеть наблюдатели на Луне во время полного солнечного затмения на Земле.

3.49. Для радиосвязи с Землей на Луне решено установить остронаправленную антенну. Нуждается ли эта антенна в системе наведения или достаточно сориентировать ее один раз при установке?

3.50. Наблюдатель находится на Луне, на границе видимого и обратного полушарий. Как для него изменяется со временем положение звезд и Земли относительно горизонта. Опишите кратко.

3.51. Если бы альбедо Луны в оптическом диапазоне было не 7%, а ровно 0%, то как бы можно было узнать о присутствии Луны рядом с Землей?

3.52. На какой стороне Луны, - на видимой или на обратной, - ночь длиннее?

3.53. В рассказе А.П.Чехова "**Аптекарша**" есть такие строки: "Неожиданно из-за отдаленного кустарника выползает большая, широколицая Луна. Она красна (вообще, Луна, вылезая из-за кустов, всегда почему-то бывает ужасно сконфужена)". Вопрос: почему Луна была красна и широколица? И важно ли, что кустарник был отдаленным?

3.54. Оцените с точки зрения астрономии куплет из песни Ю.Кима:

> А на Луне, на Луне - на голубом валуне
> Лунные люди смотрят, глаз не сводят,
> Как над Луной, над Луной шар голубой, шар земной
> Очень красиво всходит и заходит.

3.55. На какой из планет можно наблюдать полное солнечное затмение наибольшей продолжительности?

4. ВИДИМОЕ ДВИЖЕНИЕ НЕБЕСНЫХ СВЕТИЛ

ЗАДАЧИ

– o –

4.1. Как происходит видимое движение Солнца на небе Урана?

4.2. Какие видимые пути на небе должны описывать при параллактическом смещении следующие звезды: α Льва, δ Ориона, γ Дракона и Полярная?

4.3. Разъясните смысл народного суждения: *Месяц зимой ходит, как Солнце летом.*

4.4. 22 декабря во время полного затмения Луны произошло покрытие Юпитера Луной. В каком созвездии это произошло и в каком положении относительно Солнца и Земли был Юпитер?

4.5. Американский яхтсмен-одиночка Стивен Каллахэн в 1982 г. потерпел крушение в Атлантике. Он оказался на спасательном надувном плотике и определял свой курс по звездам: "Ночью я произвожу определение сразу по двум ориентирам: Полярной звезде и созвездию Южного Креста". Вопрос: приблизительно в каких широтах и в какое время года это происходило? Подсказка: координаты Южного Креста $\alpha \simeq 12,5^{\mathrm{h}}$ и $\delta \simeq 60^\circ \pm 5^\circ$.

4.6. Почему в тропических странах предпочитают ставить на окна жалюзи с вертикально расположенными планками, а в

средних широтах - с горизонтальными (рис. 4.1.)?

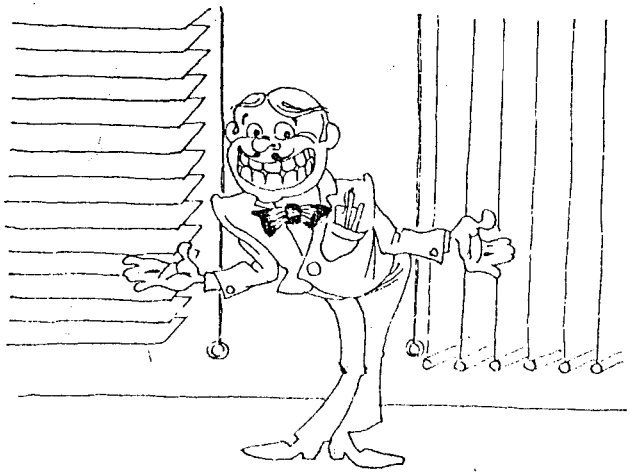


Рис. 4.1. Какие жалюзи лучше?

4.7. Может ли быть день длиннее года?

4.8. Описать движение V спутника Юпитера (Амальтея) - суточное и относительно звезд, - для наблюдателя на экваторе планеты, считая для простоты, что движение спутника происходит в плоскости экватора и орбиты планеты, совпадающей с плоскостью эклиптики. Принять период обращения спутника за 12 часов, а период вращения Юпитера за 10 часов.

4.9. Если бы ось вращения Земли была перпендикулярна эклиптике, то какова была бы продолжительность дня на широте 40° с.ш. в день летнего солнцестояния ?

4.10. На Земле солнечные сутки длиннее звездных, а на Венере - наоборот. Почему?

4.11. Через какой интервал времени у Сатурна "исчезают" кольца, т.е. поворачиваются к Земле ребром и становятся неви-

димыми?

4.12. Существует ли у Солнца годичное параллактическое смещение, как у других звезд?

4.13. Считается, что у Венеры бывает либо утренняя, либо вечерняя видимость. А можно ли наблюдать Венеру в течение одних суток и утром, и вечером?

4.14. В каких основных конфигурациях видна Земля с Меркурия и Марса, и на какое наибольшее угловое расстояние удаляется Луна от Земли при наблюдении с этих планет?

4.15. В отрывном календаре указано, что долгота дня в Москве 21 марта 1990 г. составляет 12 час 14 мин. Почему же этот день считается днем весеннего равноденствия?

4.16. Каким образом существо, живущее на обратной стороне Луны, могло бы догадаться, что Луна обращается вокруг Земли?

4.17. Фотокамера, неподвижно нацеленная в южную часть неба, ежедневно в течение года делает короткую экспозицию ровно в 12^h гражданского времени на одну и ту же фотопластинку. Какую траекторию опишет центр солнечного диска на снимке?

4.18. Почему великие противостояния Марса бывают в одно и то же время года? В какое?

4.19. Как узнать, является ли наблюдаемый объект далекой туманностью или кометой?

4.20. На какую высоту поднимается Земля над горизонтом на полюсе Марса? Угол наклона Марса к плоскости эклиптики 65°.

4.21. Объясните, почему иногда можно заметить весной узкий серп Луны после новолуния на сутки раньше, чем осенью? Как это зависит от широты места наблюдения?

4.22. В какое время и на какой высоте кульминирует Марс, находясь в противостоянии, 22 декабря в Москве ($\varphi = 56°$). В каком созвездии он при этом находится?

4.23. В какое время и на какой высоте кульминирует Юпитер в момент его противостояния в Москве ($\varphi = 56°$) 22 июня? В каком созвездии он виден?

4.24. Синодический период внешней планеты 417 суток. Каково ее среднее расстояние от Солнца? Что это за планета?

4.25. В какой фазе Луна поднимается на наибольшую высоту весной?

4.26. Звезда отстоит от полюса мира на 45°. Всегда ли ее можно видеть над горизонтом Ялты ($\varphi = 44,5°$), С.-Петербурга (60°), Архангельска (64,6°) и Ташкента (41,3°)?

4.27. На каких географических широтах незаходящие звезды могут кульминировать в зените?

4.28. При каких условиях на планете не будет происходить смены дня и ночи?

4.29. 12 знаков Зодиака имеют одинаковую протяженность по эклиптике. В каком из них Солнце находится наименьшее время?

4.30. За какое время солнечный диск пересекает линию горизонта на экваторе и на полюсе Земли?

4.31. В средних широтах лунный диск восходит из-за земного горизонта в течение трех минут. А сколько длится восход Земли на Луне?

4.32. 21 марта в 9^h00^m по местному солнечному времени на

экваторе наблюдается полное солнечное затмение. Какова высота Солнца над горизонтом в этот момент?

4.33. В романе Михаила Булгакова "**Мастер и Маргарита**", в главе 3, описан майский вечер в Москве на Патриарших прудах: "Небо над Москвой как бы выцвело, и совершенно отчетливо была видна в высоте полная Луна, но еще не золотая, а белая." Какую неточность допустил здесь писатель?

4.34. Какое астрономическое событие изображено на рис. 4.2.?

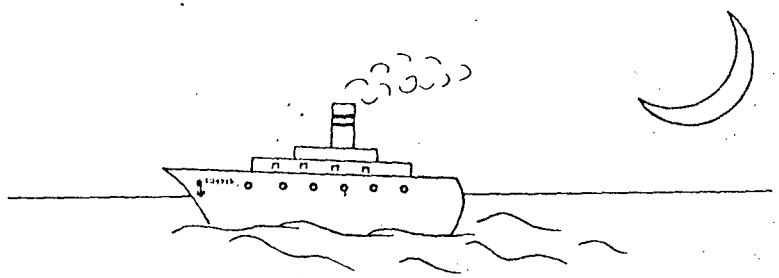


Рис. 4.2.

4.35. Наблюдается небесное тело, имеющее синодический период 1,25 года. Каков его сидерический период? Между орбитами каких планет оно движется?

4.36. Видимые солнечные сутки - это период между двумя последовательными одноименными кульминациями Солнца, например, между двумя местными полуднями. Сохраняется ли продолжительность видимых солнечных суток в течение года?

4.37. Как выглядят суточное и годичное движения Солнца

для наблюдателя, находящегося на Южном полюсе Земли?

4.38. 22 июня вы ехали по ровной дороге на север. Вдруг вас ослепил солнечный блик от ветрового стекла идущего навстречу автомобиля. Это было ровное стекло, наклоненное под углом 30° к вертикали. В какое время суток это случилось? Какова была высота солнца? И на какой приблизительно широте это произошло?

4.39. Следующие города имеют указанную широту:

1. Гринвич (Англия): 51° с.ш.
2. Сент-Луис (США) : 38° с.ш.
3. Калькутта (Индия): 23° с.ш.
4. Мбандака (Заир) : 0°
5. Рио-де-Жанейро (Бразилия): 23° ю.ш.

В каких из них:

а) Солнце вблизи зенита 21 июня?
б) Солнце вблизи зенита 21 декабря?
в) Полярная звезда у горизонта?
г) Звезды со склонением +67° не заходят?
д) Полярная звезда не видна?
е) Звезды со склонением +51° проходят через зенит?

Ответ запишите в форме:
буквы вопросов - а б в г д е
цифры ответов - . . . . . .

4.40. Каков часовой угол звезды в момент ее нижней кульминации?

5. ВРЕМЯ И КАЛЕНДАРЬ

ЗАДАЧИ

— ◇ —

5.1. Где и когда полярный день длиннее - на Северном ил на Южном полюсе?

5.2. Верно ли, что 21 марта и 23 сентября день на Земл всюду равен ночи?

5.3. Что надо знать, чтобы по солнечным часам проверит городские часы?

5.4. 20 марта в 18 часов по московскому декретному време ни происходит покрытие Луной звезд Плеяд. Расскажите, ка наблюдалось бы это явление в Москве (II часовой пояс), в Ека теринбурге (IV пояс), в Комсомольске-на-Амуре (IX пояс).

5.5. Где может находиться наблюдатель, для которого в ден летнего солнцестояния Солнце восходит в 6 часов гринвичско времени?

5.6. В котором часу по московскому времени 11 апреля буде кульминировать Алголь ($\alpha = 3^h05^m$)?

5.7. На какой географической долготе наступил местны средний полдень в момент приема шестой точки радиосигнал московского времени, переданного в 10 час дня?

5.8. Какова была бы продолжительность лунного месяца, сли бы Луна находилась от нас на расстоянии вчетверо боль шем нынешнего? Возможно ли это на самом деле?

5.9. Вега в верхней кульминации в $20^h00^m00^s$. В какое время роизойдет ее верхняя кульминация через 8 дней?

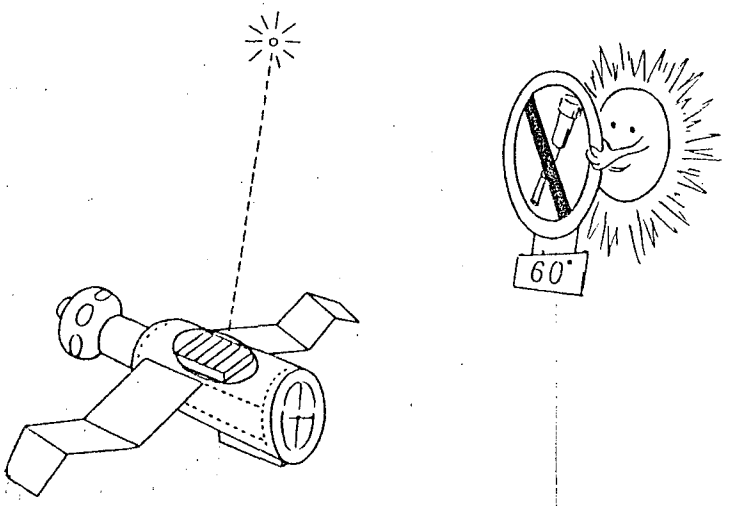


Рис. 5.1. На Солнце не смотреть! Задача 5.11.

5.10. Известно, что спутники Магеллана, вернувшиеся из кругосветного путешествия, потеряли в счете дней один день. Чем это объясняется? Как избегают эту неприятность в насто ящее время? Если космонавт стартовал 10 мая в 10 час утра и совершил один оборот вокруг Земли за 1,5 часа, то какого числа и в какое время он вернулся на Землю?

5.11. Рентгеновский телескоп, установленный на орбиталь ной станции "Салют-7", во избежание порчи аппаратуры не на-

блюдал объекты, находящиеся на угловом расстоянии менее 60° от Солнца (рис. 5.1). Какова должна была быть минимальная продолжительность экспедиции на "Салюте-7", в течение которой можно было исследовать в рентгеновских лучах все небо?

5.12. Астрономическая весна 1983 г. началась 21 марта в 4^h39^m по гринвичскому времени. Во сколько она началась по московскому времени? Чему равно звездное время 21 марта в полдень в Москве?

5.13. В 22 часа московского времени звездные часы показали $8^h56^m03^s$. Что покажут звездные часы в 22 часа московского времени на следующий день?

5.14. "В середине полярной ночи самолет доставил нас на Северный полюс. Лишь узенький серпик Луны освещал бесконечную ледовую равнину." В каком году автор этих строк побывал на Северном полюсе?

5.15. Одинакова ли продолжительность дня на видимой и обратной сторонах Луны, если считать, что день начинается, когда верхний край Солнца показывается над горизонтом в центре данного полушария?

5.16. 21 марта в 9^h по местному истинному солнечному времени на экваторе наблюдается полное солнечное затмение. Во сколько в этот день зайдет Луна?

5.17. В году 365,24 средних солнечных суток. Как изменилось бы это число, если бы вращение Земли вокруг оси происходило с прежним периодом, но в обратном направлении?

5.18. В канун Нового года по круговой экваториальной орбите с периодом в 1,5 часа движется орбитальная станция. Какова вероятность того, что космонавты пролетят над каким-либо районом Земли как раз в момент наступления там нового года? Сколько раз за сутки может повториться эта ситуация?

5.19. В каком месте горизонта восходит и заходит точка весеннего равноденствия 22 июня и 22 сентября на широте $\varphi = 56°$? Чему равно звездное время в момент ее восхода и захода?

5.20. Путник наклонился над колодцем и увидел в воде отражение Капеллы ($\alpha = 5^h13^m$, $\delta = +45°57'$). На какой географической широте находился путник и чему было равно звездное время?

5.21. Если первое января - понедельник, то каким днем недели закончится простой и високосный год?

5.22. Сколько дней будет в феврале 2100 года?

5.23. Когда начнется 21 век?

5.24. Точка весеннего равноденствия взошла час назад (по звездному времени). Каково сейчас местное звездное время?

5.25. Самолет, летящий из Сан-Франциско в Токио, приближается к линии перемены дат. На его борту точное поясное время 16^h22^m и дата 31 декабря. Через 5 мин он пересек линию перемены дат. Какими стали поясное время и дата сразу после этого?

5.26. С какой скоростью и в каком направлении должен лететь самолет в районе экватора, чтобы местное солнечное время для пассажиров самолета остановилось?

~~~ ? ~~~
~~~

6. КООРДИНАТЫ СВЕТИЛ

ЗАДАЧИ

— ◇ —

Эта глава невелика, ибо задачи на определение координат опубликованы в большом количестве и, как правило, носят рутинный характер. Решив не перегружать ими книгу, мы отобрали лишь несколько оригинальных. Но это не означает, что умение решать подобные задачи мы считаем второстепенным. Скорее наоборот: это основа наблюдательной астрономии, азбука, без которой нельзя углубляться в науку. В каждом туре нашей олимпиады непременно есть такие задачи.

6.1. 22 сентября 1985 г. комета Галлея имела координаты: $\alpha = 6^h13^m$ и $\delta = +19°45'$. Определите, когда по московскому времени и на какой высоте кульминировала в этот день комета в Москве ($\varphi = 56°$, $\lambda = 38°$)?

6.2. Как называются точки пересечения альмукантарата с горизонтом?

6.3. В пункте с широтой $+49°$ Луна в возрасте около 22 суток кульминировала 22 июня на высоте $46°$. Определить долготу восходящего узла лунной орбиты.

6.4. Две слабые звезды с координатами $\alpha_1 = 18^h$, $\delta_1 = +40°$ и $\alpha_2 = 6^h$, $\delta_2 = +10°$ наблюдались одновременно на одном альмукантарате, одна – в верхней кульминации, а другая – в нижней. На какой широте, в какой момент звездного времени и в какое время года это было?

6.5. Можно ли в Москве ($\varphi = 56°$) наблюдать в верхней и нижней кульминациях в течение одних суток следующие звезды: Денеб ($\alpha = 20^h40^m$, $\delta = +45°$) и Бетельгейзе ($\alpha = 6^h$, $\delta = +7°$).

6.6. В каких из перечисленных ниже городов диск Луны может ни разу не скрыться за линией горизонта в течение суток: Москва ($\varphi = 55°45'$), С.-Петербург ($\varphi = 59°56'$), Выборг ($\varphi = 60°43'$), Якутск ($\varphi = 62°02'$).

6.7. В течение ночи дважды наблюдалась кульминация звезды: в верхней кульминации ее высота была $h_B = 80°$, а в нижней – $h_H = 60°$. Определите широту места и сезон наблюдения.

6.8. Вычислить высоту, азимут и часовой угол звезды β UMi ($\alpha = 14^h51^m$; $\delta = +74,5°$) в моменты верхней и нижней кульминации в пункте, расположенном на Северном полярном круге. Является ли звезда заходящей в этом пункте? Чему равно звездное время в моменты ее кульминаций?

6.9. Измерения полуденной высоты Солнца 22 июня дали $h_1 = 57°$, а 22 декабря $h_2 = 10°$. Определите широту места наблюдения и склонение Солнца в эти дни.

6.10. Солнце на Северном полюсе взошло на московском меридиане. Где оно взойдет следующий раз?

6.11. Как должен быть выставлен телескоп на экваториальной монтировке для наблюдения звезды с координатами $\alpha = 13^h52^m$ и $\delta = 30°$, если звездное время $t_S = 12^h19^m$? Если часовой механизм выключен, то как долго эта звезда будет пересекать поле зрения телескопа диаметром $45'$?

6.12. Каково склонение звезд, которые во всех местах Земли могут быть на горизонте?

7. БЛЕСК, СВЕТИМОСТЬ, РАССТОЯНИЕ

ЗАДАЧИ

— ◇ —

7.1. Расстояние до Сириуса (2,7 пк) уменьшается на 8 км ежесекундно. Через сколько лет блеск Сириуса возрастет вдвое?

7.2. Чему равно отношение радиусов звезд в системе затменно-переменной типа Алголя (рис. 7.1.), если затмение центральное, спутник темный, а отношение блеска в максимуме и минимуме равно n?

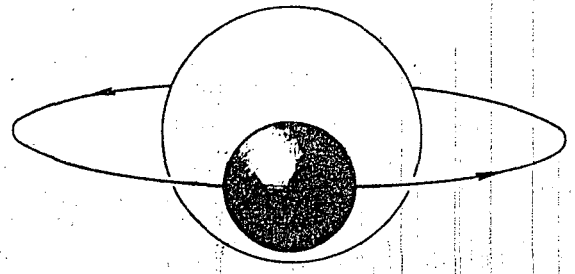


Рис. 7.1.

7.3. Во сколько раз изменяется радиус цефеиды, если амплитуда изменения ее блеска равна $1,5^m$, а яркость единицы поверхности остается постоянной?

7.4. Определить диаметр звезды *o* Cet (Омикрон Кита) в километрах при видимом угловом ее диаметре $0,065''$ и параллаксе $0,024''$.

7.5. Сколько времени прошло от соединения до противостояния планеты, если ее блеск изменился за это время на 1^m ?

7.6. В максимуме затменная переменная звезда имеет блеск 6^m, а в минимуме 8^m. Считая затмение центральным и спутник темным, найти отношение обьемов компонентов этой пары.

7.7. Параллакс Солнца $8,80''$, параллакс звезды $0,44''$. Во сколько раз эта звезда дальше Солнца?

7.8. Каковы угловой диаметр и звездная величина Солнца для наблюдателя на Плутоне и во сколько раз освещение этой планеты Солнцем отличается от освещения Земли полной Луной? Исходные данные: угловой диаметр Солнца для наблюдателя на Земле $32'$, расстояние Плутона от Солнца 40 а.е., видимая звездная величина Солнца $m_\odot = -26,7$ и Луны $m_C = -12,6$.

7.9. Шаровое скопление (рис. 7.2) содержит миллион звезд *главной последовательности*, каждая из которых имеет абсолютную звездную величину $M_{ms} = 6$, а также 10 тыс красных гигантов с величинами $M_{rg} = 1$. Можно ли увидеть это скопление невооруженным глазом с расстояния в 10 кпк?

7.10. На поверхности Марса в момент противостояния в телескоп видны детали размером не менее 100 км. Какого размера детали будут видны на Марсе в тот же телескоп вблизи соединения?

7.11. В 1885 г. в Туманности Андромеды наблюдалась вспышка сверхновой звезды (S And). Учитывая, что расстояние до этой галактики 690 кпк, оцените, когда взорвалась звезда.

7.12. В 1987 г. в Большом Магеллановом Облаке зарегистрирована вспышка сверхновой. Сколько лет назад произошел этот взрыв, если расстояние до БМО составляет 55 кпк?

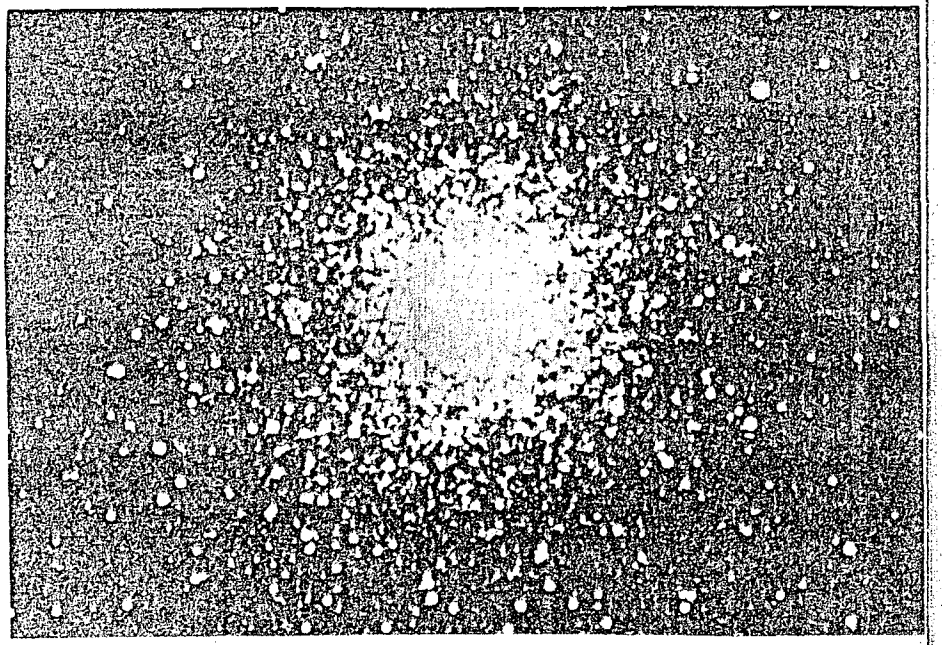


Рис. 7.2. Шаровое звездное скопление. Задача 7.9.

7.13. Какая из двух звезд ярче на земном небе: звезда видимой величины $m = 2$ или звезда с абсолютной величиной $M = -5$, находящаяся на расстоянии 100 пк от Земли?

7.14. Комета Галлея проходит в перигелии на расстоянии 0,6 а.е. от Солнца. Во сколько раз сильнее Солнце освещает ее поверхность в перигелии, чем в афелии?

7.15. Как в эпоху до космических полетов астрономы могли определить отражательную способность (*альбедо*) Земли?

7.16. Оцените видимую звездную величину ядра кометы, находящейся на расстоянии 40 а.е. от Солнца, если радиус ядра 5 км, а его альбедо 0,4.

7.17. В октябре 1982 г., в момент первого обнаружения, комета Галлея имела блеск 24^m и находилась на расстоянии 11 а.е. от Земли и от Солнца. Оцените размер ядра кометы, предположив, что оно отражает 40% падающего света.

7.18. Что ярче освещает Землю: Сириус ($-1,5^m$) или все звезды от 5^m до 6^m, которых на полусфере ночного неба около 1600?

7.19. Звезд от 3^m до 4^m на небе около 400, а от 4^m до 5^m - около 1100. Какие из них в сумме ярче освещают Землю?

7.20. Во сколько раз лунной ночью светлее, чем безлунной?

7.21. С Марса наблюдают Землю. Каков выглядит она и Луна?

7.22. Венера в наибольшей элонгации имеет блеск $-4,1^m$. Каков наибольший блеск Земли для наблюдателя, находящегося на искусственном спутнике Венеры? Принять альбедо Венеры 0,8, а Земли 0,4.

7.23. На фотографиях Луны рядом с Землей, полученных с борта межпланетных станций, Земля выглядит очень яркой, а Луна - довольно темной. Почему?

7.24. Почему по мере подъема звезды над горизонтом она становится ярче?

7.25. Почему связь между светимостью цефеид и периодом изменения их блеска была открыта по наблюдениям звезд в Большом Магеллановом Облаке, а не в нашей Галактике?

7.26. Объясните, почему точность измерения расстояний до

далеких галактик зависит от того, с какой точностью нам известно расстояние до Солнца?

7.27. Сверхновая в максимуме блеска достигает абсолютной звездной величины $M = -21$. Как часто будут регистрироваться вспышки сверхновых, если ведется патрулирование по всему небу до предельной величины $m = 14$? Считать, что в типичной галактике сверхновая вспыхивает в среднем один раз за 100 лет, а сами галактики распределены в пространстве с плотностью одна галактика на 10 Мпк^3.

Рис. 7.3. Зеркальный шар – астрономический прибор. Задача 7.28.

7.28. За вашей спиной полная Луна, а перед вами отполированный металлический шарик, в котором она отражается (рис. 7.3). Оцените звездную величину лунного изображения, если расстояние до шарика $L = 2$ м, его радиус $R = 0,5$ см, коэффициент отражения поверхности шарика $k = 0,7$, а яркость Луны $m_\subset = -12,7$.

7.29. Одно из полушарий Ио постоянно обращено к Юпитеру. Сможет ли там космонавт читать книгу без фонаря в тот момент, когда тень от Ио движется по поверхности Юпитера?

7.30. Сколько слабых звезд 6^m может заменить по блеску Венеру?

7.31. Блеск Марса при среднем противостоянии около -2^m. Каков будет блеск Земли, наблюдаемой от Венеры, при нижнем соединении Венеры с Солнцем? (Альбедо Марса 0,16; альбедо Земли 0,36)

7.32. Угловой диаметр солнечного пятна округлой формы, наблюдаемого невдалеке от центра диска Солнца, составляет $17''$. Каковы его действительные размеры?

7.33. В окрестности Солнца, проходя расстояние в 10 пк, свет звезды ослабляется на 1% в результате поглощения межзвездной пылью. Если считать пылинки непрозрачными шариками радиусом $r = 2 \times 10^{-5}$ см, то каково среднее расстояние между пылинками?

7.34. Луна отражает около 7% солнечного света, падающего на ее поверхность. Почему же тогда яркость ее поверхности в сотни тысяч раз меньше, чем солнечной? (Нетривиальный вариант вопроса: почему же тогда она освещает Землю в сотни тысяч раз слабее Солнца?)

7.35. Шаровое скопление М 92 в Геркулесе имеет угловой диаметр $\alpha = 8'$ и видимый блеск $m \simeq 6$, а расстояние до него $r = 10$ кпк. Найти абсолютную звездную величину скопления и его линейный диаметр. Полагая, что скопление состоит из звезд типа Солнца, найти число звезд в скоплении, их среднюю пространственную плотность и среднее расстояние между ними.

7.36. Галактика, находящаяся от нас в момент наблюдения

на расстоянии 330 Мпк, имеет скорость $V = 30$ тыс км/с. На каком расстоянии она находилась в момент излучения света?

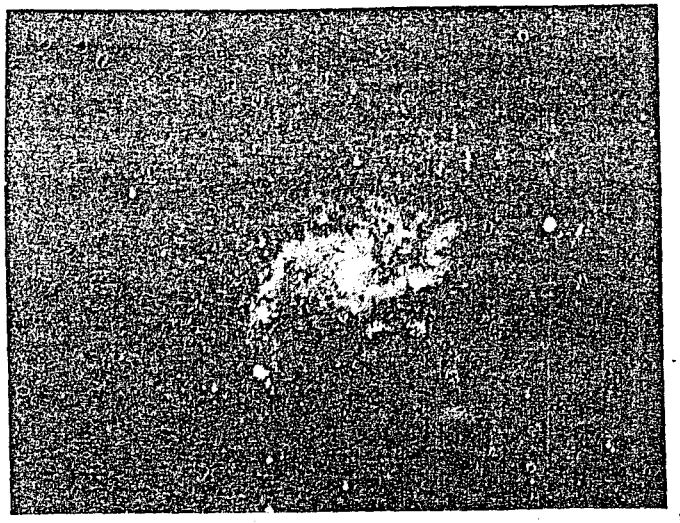


Рис. 7.4. Галактика.

7.37. Сириус превосходит Солнце по светимости в 22 раза. На каком расстоянии от Солнца наблюдатель, летящий к Сириусу, сможет отметить, что Солнце и Сириус имеют одинаковый блеск? (Параллакс Сириуса $\pi = 0,373''$.)

7.38. Астроном увидел в зените метеор. Этот же метеор увидел с орбиты космонавт в направлении на центр Земли. Оцените высоту полета космического корабля, если блеск метеора для космонавта оказался на $1,5^m$ слабее, чем для астронома.

7.39. Американский художник Артур Вудс предлагает создать на околоземной орбите "Скульптуру мира" - надувной тор из тонкой алюминированной пленки, отражающей 70% света. Диаметр тора предполагается 800 м, а толщина 50 м. Оцените блеск этой скульптуры, считая, что она движется по солнечно-синхронной орбите высотой 1000 км.

7.40. Г.Галилей в книге "Пробирных дел мастер" (М., Наука, 1987, с.178) пишет: "На...вопрос о том, почему Луна не гладкая и не скользкая, я отвечу, что Луна и все другие планеты внутри темны и сверкают, только когда их освещает Солнце. Следовательно, их поверхность должна быть шероховатой, ибо если бы она была гладкой и скользкой, как зеркало, то отраженный от них свет не достигал бы нас, и они остались бы невидимы". Прав ли Галилей?

7.41. Можно ли заметить невооруженным глазом геостационарный спутник диаметром 3 метра?

7.42. Для космонавта, находящегося вблизи Проксимы Центавра, какая звезда (кроме самой Проксимы) будет ярчайшей на небе?

7.43. На каком расстоянии глаз способен заметить звезды, подобные Солнцу?

7.44. Некоторая звезда находится от Солнца на расстоянии 5,6 световых лет и приближается к Солнцу по прямой, проходящей через него, со скоростью 111 км/с. Через сколько лет эта звезда будет казаться вдвое ярче?

7.45. Вычислить размер плоского зеркала, которое нужно установить на Луне, чтобы отраженный им солнечный свет наблюдался с Земли как звезда 3^m. Видимая звездная величина Солнца $= -27^m$, расстояние до Луны 384 тыс км, коэффициент отражения зеркала 100%.

7.46. Если предположить, что альбедо у Фобоса такое же, как у Марса (14%), то вычисленный по визуальному блеску радиус спутника составит 7 км. Однако, изображения Фобоса, полученные с близкого расстояния межпланетными аппаратами, показали, что в действительности радиус этого спутника около 10 км. Каково же его альбедо?

7.47. Измеряя параллаксы звезд по всему небу, астрономы определили, что у 165 звезд величина параллакса превышает $0,100''$. Оцените, у скольких звезд параллаксы превысят $0,025''$.

7.48. На какое расстояние нужно удалиться от Солнечной системы, чтобы Солнце представлялось как звезда 18^m в случае, если:
а) нет межзвездного поглощения света;
б) поглощение составляет 3^m на 1 кпк ?
Считать абсолютную величину Солнца $M = +5^m$.

7.49. Телескопу доступны звезды до 19^m. Можно ли с его помощью зарегистрировать шаровое скопление из миллиона звезд, подобных Солнцу, находящееся в соседней галактике на расстоянии 10 Мпк от нас?

7.50. Если бы на месте Луны было такого же размера плоское идеальное зеркало, то как была бы освещена Земля?

7.51. Подозревают, что за орбитой Плутона движется множество крупных астероидов и ядер комет (пояс Койпера). Можно ли обнаружить астероид диаметром 350 км, имеющий альбедо около 7%, на расстоянии 100 а.е. от Солнца с помощью наземного телескопа, обладающего предельной чувствительностью 24^m?

~~~ ? ~~~

8. АСТРОНОМИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ И НАБЛЮДЕНИЯ

ЗАДАЧИ

— ◇ —

8.1. Муха села на объектив телескопа. Как изменился вид солнечной поверхности, наблюдаемой в этот телескоп?

8.2. Как изменится на фотографии вид полной Луны, если закрыть правую половину объектива телескопа?

8.3. Почему до конца XIX века на обсерваториях устанавливались, в основном, телескопы-рефракторы, а в XX веке — рефлекторы?

8.4. Какие системы телескопов-рефлекторов вам известны? Нарисуйте ход лучей в них. Для чего у крупных телескопов предусмотрена возможность изменения оптической системы?

8.5. Какой вид имеет спектр быстро вращающейся планеты, если щель спектрографа направлена вдоль ее экватора?

8.6. Как, в принципе, А.А.Белопольский смог при помощи спектроскопа установить метеоритное строение кольца Сатурна?

8.7. По спектру некоторой звезды, находящейся вблизи точки летнего солнцестояния, в двадцатых числах марта была опреде-
~~~

лена ее лучевая скорость 70 км/с. Через полгода лучевая скорость была определена в 130 км/с. Определить на этом основании, как это было впервые предложено академиком А.А.Белопольским, расстояние от Земли до Солнца.

8.8. Какие интересные обьекты видны сегодня ночью в телескоп диаметром 60 мм с увеличением в 40 раз?

8.9. У некоторых солнечных телескопов из трубы выкачан воздух. Зачем это сделано?

8.10. Видны ли звезды днем из глубокого колодца?

8.11. Что такое число Вольфа (W)? Наблюдения показали, что W = 200, а число пятен на Солнце = 100, что можно сказать о распределении пятен по диску Солнца?

8.12. Разрешающая способность человеческого глаза около $100''$, качество изображения на лучших обсерваториях мира около $1''$. Казалось бы, нет необходимости при визуальных наблюдениях делать увеличение телескопа более $100 \div 150$ крат. Почему же часто применяют $(300 \div 600)$-кратное увеличение?

8.13. Почему телескопы в XVIII в. имели очень большую длину?

8.14. С какой максимальной экспозицией нужно фотографировать поверхность Земли, чтобы различить детали размером 10 м, если фотоаппарат неподвижно закреплен на спутнике, орбита которого проходит на высоте 300 км от земной поверхности?

8.15. Наблюдения показали, что угловой размер Крабовидной туманности увеличивается на $0,4''$ в год. В то же время линии в спектре туманности раздвоены на величину $\Delta\lambda/\lambda = 0,008$. Почему вместо одной смещенной линии видна раздвоенная линия? Оцените расстояние до туманности.

8.16. Наблюдения покрытия Луной Крабовидной туманности в рентгеновском диапазоне показали, что покрытие половины туманности длится около 1 мин. Оцените диаметр области туманности, излучающей в рентгеновском диапазоне, считая расстояние до нее 1,7 кпк.

8.17. Космический телескоп способен зарегистрировать значительно менее яркие звезды, чем наземный телескоп такого же диаметра. Почему?

8.18. Расстояние между компонентами двойной звезды Капеллы $0,054''$. Какие окуляры нужно применять, чтобы наблюдать ее раздельно в телескоп диаметром $D = 1$ м и фокусом $F = 10$ м и телескоп с $D = 5$ м и $F = 30$ м ?

8.19. Почему изображение звезды на фотопластинке имеет заметный диаметр, причем, чем ярче звезда - тем больше диаметр?

8.20. Недавно на Гавайских о-вах начал работу 10-метровый рефлектор им. У.Кек. Оцените его предельную звездную величину при наблюдении глазом. Какое увеличение при этом нужно использовать?

8.21. Какой телескоп больше подходит для изучения мелких деталей на Луне: наземный диаметром 4 м или космический диаметром 2 м?

8.22. Почему изменяется видимый блеск ИСЗ? Какой инструмент для наблюдения ИСЗ вы выберете: бинокль с диаметром объективов 80 мм и увеличением 12 крат или телескоп с диаметром объектива 50 мм и увеличением 50 крат.

8.23. Можно ли с помощью космического телескопа, работающего на околоземной орбите, измерить диаметр ядра кометы Галлея, которая пройдет на расстоянии 0,5 а.е. от Земли? Оце-

ните параметры такого телескопа.

8.24. Прав ли Артур Кларк, написавший в романе "2001: Космическая Одиссея", что как только на Луне начался день и появились первые лучи Солнца, "звезды погасли"? (А.Кларк "Космическая Одиссея", М., Мир, 1991, с.78)

8.25. В 1991 г. один американский инженер опубликовал сенсационную книгу, в которой утверждалось, что в 1969-72 гг. американские астронавты не совершали путешествий на Луну, а все фото- и телесъемки были сделаны в специальном павильоне на Земле. Одним из главных аргументов было то, что на представленных астронавтами фотографиях лунных экспедиций на черном небе не было видно звезд. Сможете ли вы объяснить, в чем тут дело?

8.26. Почему почти все башни телескопов белые?

8.27. Почему у молодой Луны хорошо видна неосвещенная Солнцем поверхность (пепельный свет Луны), а в момент солнечного затмения она не видна? И, кстати, а почему у пиратов были черные паруса?

8.28. Из письма Плиния Младшего, очевидца знаменитого извержения вулкана Везувий 24 августа 79 г.: "Оглянувшись (в сторону вулкана - В.С.), я увидел, как на нас надвигается густой мрак - не такой,как в безлунную или облачную ночь, а такой, какой бывает в закрытом помещении, когда огни потушены" (цит. по кн.: Зенон Косидовский "Когда Солнце было богом", М.,Наука,1968, с.220). Вопрос: чем и почему мрак безлунной или облачной ночи отличается от мрака закрытого помещения?

8.29. При наблюдении звезды в зените поглощение света в фотографической области спектра составляет $0,45^m$. Каким будет поглощение у горизонта?

8.30. Почему мы говорим: **спектральные линии**, а не "спектральные *квадраты, круги, дуги*" или, скажем, какие-нибудь "спектральные *загогулинки*"?

8.31. Если наши "братья по разуму" с соседней звезды измеряют лучевую скорость Солнца с точностью 10 м/с, то смогут ли они заметить существование у Солнца планетной системы?

8.32. Какой из двух телескопов с диаметром объектива D и фокусным расстояние F нужно использовать для фотографирования двойной звезды с расстоянием между компонентами $0,8''$, если размер зерна фотоэмульсии 30 мкм:
а) $D = 35$ см, $F = 4$ м,
б) $D = 10$ см, $F = 12$ м?

8.33. Если жители планеты у звезды α Кентавра систематически измеряют положение Солнца с точностью $0,01''$, то смогут ли они заметить колебания в движении Солнца, вызванные обращением вокруг него планет Солнечной системы? Параллакс α Cen $\pi = 0,751''$.

8.34. Описать качественно, как меняются видимые размер и форма солнечного диска вследствии атмосферной рефракции.

8.35. На фотографиях многих шаровых скоплений изображения звезд в центре скопления сливаются в единое сияние. Означает ли это, что звезды там расположены так плотно, что действительно касаются друг друга?

8.36. Любители астрономи иногда предлагают для повышения увеличения телескопа рассматривать изображение объекта не в окуляр, а в микроскоп. Целесообразно ли это делать?

8.37. Как отличить солнечное пятно от проекции диска планеты?

8.38. Насколько изменится предельная звездная величина

при фотографировании на фотопластинку на Луне, где фон неба вдвое меньше, чем на Земле?

8.39. Вследствие прецессии полюс мира движется вокруг полюса эклиптики по кругу радиусом $23,5°$, совершая один оборот за 26 тыс лет. Как часто нужно подправлять направление полярной оси в экваториальной установке телескопа, чтобы угол между полярной осью и осью мира не превышал $0,1°$?

8.40. Можно ли сфотографировать солнечное пятно диаметром $2'$ с помощью камеры-обскуры?

8.41. Можно ли изготовить телескоп для визуальных наблюдений из одной линзы? Если да, то каковы должны быть параметры этой линзы, чтобы получить увеличение в 50 раз при поле зрения в $10'$?

8.42. При наблюдении с Земли солнечное пятно имеет угловой размер $1'$. Можно ли заметить это пятно невооруженным глазом с поверхности Меркурия? Венеры? Марса?

8.43. Астроном-теоретик, придя утром в свой кабинет, услышал, что начинается солнечное затмение. А у него под руками нет ничего, кроме плотного листа бумаги и карандаша. Посоветуйте астроному, как наблюдать частные фазы затмения.

8.44. От звезды 0^m на 1 см^2 земной поверхности падает около 1 млн фотонов в секунду. Сколько фотонов попадет на фотопластинку от звезды 20^m за 1 час, если диаметр объектива телескопа 1 м?

8.45. Используя условие предыдущей задачи, оцените квантовую эффективность человеческого глаза, учтя, что в особо благоприятных условиях (например, в высокогорьи после длительной адаптации) глаз видит звезды до 8^m, а время накопления света сетчаткой около 0,1 с.

8.46. Доказать, что при наблюдении протяженного объекта в телескоп освещенность изображения на сетчатке глаза не больше, чем при наблюдении того же объекта невооруженным глазом.

8.47. Почему при фотографировании планет никогда не удается зарегистрировать такие же мелкие детали на их дисках, какие заметны при визуальных наблюдениях в телескоп?

8.48. В кратной системе ε Гидры дальний компонент D имеет блеск $12,5^m$. Он удален на $20''$ от ярчайшего компонента системы A, имеющего блеск $3,7^m$. Телескоп с объективом какого диаметра нужно использовать для наблюдения этих звезд?

8.49. В 1975 г. с помощью радиотелескопа в Аресибо (Пуэрто-Рико) диаметром $D = 305$ м на волне $\lambda = 21$ см был послан сигнал в сторону одного их шаровых звездных скоплений. Была ли при этом необходимость учитывать перемещение скопления за время распространения сигнала, т.е. посылать сигнал с упреждением по углу?

8.50. Если величины $A = 112$ и $B = 102$ измерены с точностью в 1%, то с какой точностью вычислена величина $(A - B)$?

8.51. Если положение спектральной линии на фотопластинке измеряется с точностью в 0,02 мм, то с какой точностью можно определить лучевую скорость звезды по ее спектру, снятому с дисперсией 1) 200Å/мм и 2) 1Å/мм ?

8.52. Во сколько раз увеличится число звезд на фотопластинке при увеличении экспозиции в 2,5 раза?

8.53. Для увеличения угловой разрешающей способности наблюдений астрономы иногда используют метод покрытия источников Луной. Оцените, какая часть небесной сферы, в принципе, доступна для наблюдений этим методом с поверхности Земли.

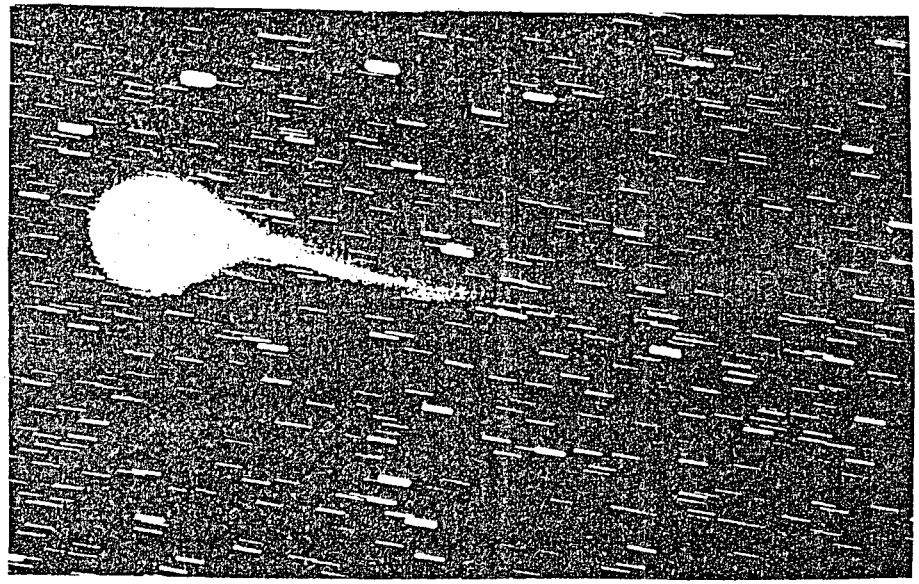


Рис. 8.1. Комета Галлея.

8.54. На фотографии кометы Галлея (рис. 8.1.), полученной в декабре 1985 г. в Крымской астрофизической обсерватории, видны короткие черточки – следы перемещения по фотопластинке изображений звезд. Корреспондент газеты, опубликовавшей этот снимок, написал о нем так: "Время экспозиции – целый час, поэтому из-за вращения Земли звезды превратились в черточки." А вы как думаете?

8.55. В 1991 г. японский любитель астрономии, снимая видеокамерой Луну, зафиксировал темную точку, которая в течение нескольких секунд пересекла лунную поверхность. Газеты преподнесли это как сенсацию, утверждая, что произошло открытие гигантского НЛО на окололунной орбите: "НЛО имеет диаметр 20 км и движется со скоростью 200 км/с". А вы как думаете: что зафиксировала любительская камера?

8.56. Туманность Ориона при визуальном наблюдении в телескоп кажется бесцветной, но на цветных фотографиях она имеет разноцветную окраску. Почему?

8.57. В обсерватории работал телескоп с объективом диаметром 2 м. При экспозиции 20 мин он мог фотографировать звезды до 21^m. Затем соорудили новый многозеркальный телескоп, имеющий объектив из 6 зеркал по 3 м диаметром каждое. С какой экспозицией теперь можно сфотографировать эти же звезды?

8.58. Почему днем можно проводить радиоастрономические наблюдения, а в оптическом диапазоне нельзя наблюдать ничего, кроме Солнца?

~~~ ? ~~~
~~~

9. ДВИЖЕНИЕ КОСМИЧЕСКИХ ТЕЛ

ЗАДАЧИ

— ◇ —

9.1. Космический корабль опустился на астероид диаметром 1 км и средней плотностью 2,5 г/см^3. Космонавты решили объехать астероид по экватору на вездеходе за 2 часа. Смогут ли они это сделать?

9.2. Космонавты высадились на астероид и связь с ними прервалась. Запасов кислорода должно им хватить на 2 часа. Могут ли их товарищи на космическом корабле облететь астероид за это время в поисках своих друзей, если плотность астероида 2,5 г/см^3 ?

9.3. Определите высоту орбиты спутника связи, неподвижно висящего в зените над Москвой.

9.4. Может ли комета в течение ночи находиться вблизи меридиана наблюдателя?

9.5. Комета Галлея обращается вокруг Солнца за 76 лет, а планета Нептун за 165 лет. Кто из них более удален от Солнца в точке афелия своей орбиты?

9.6. В романе Жюля Верна "Гектор Сервадак" описывается комета *Галлия* с расстоянием от Солнца в афелии 820 млн км и

с периодом обращения 2 года. Могла ли быть такая комета?

9.7. Как зависит скорость орбитального движения планеты от радиуса ее орбиты?

9.8. Научная база на поверхности астероида. Космонавты играют в футбол и, ударив по мячу слишком сильно, сообщают ему скорость чуть больше первой космической для этого астероида. Станет ли мяч искусственным спутником астероида?

9.9. Каков был бы период суточного вращения Меркурия, если бы его орбита была совершенно круглой?

9.10. Почему Плутон вращается синхронно с обращением своего спутника Харона, а период вращения Земли существенно короче лунного месяца?

9.11. Почему при наблюдении с Земли астрономы не смогли точно определить массу Венеры таким же способом, как они определяли массы большинства других планет?

9.12. Для обьяснения того, сколь велико расстояние от Земли до Солнца, поэт Гебель в своей "Сокровищнице" воспользовался таким примером: "Артиллерист, находясь на Солнце, направляет орудийный снаряд как раз на тебя. Ты в испуге убегаешь. Но не волнуйся: тебе нечего спешить, ты имеешь еще много времени, чтобы избежать снаряда" (В. Литцман "Великаны и карлики в мире чисел", М., Физматлит, 1959, с.17). Определите, за какое время снаряд, пущенный с поверхности Солнца со скоростью 5000 км/час, преодолеет этот путь?

9.13. Определить массу Луны в единицах массы Земли, если первый искусственный спутник Луны *Луна-10* обращался вокруг нее с периодом 2^h58^m в пределах высоты над ее поверхностью от 361 до 1007 км. Принять радиус Луны $R_C = 1737$ км.

9.14. Решено направить ракету из Солнечной системы к цен-

тру Галактики. С какой скоростью и в каком направлении ее нужно запустить?

9.15. В связи с катастрофой американского космического корабля *Челленджер*, случившейся в начале 1986 г., намеченные на май 1986 г. запуски автоматических станций *Галилео* к Юпитеру и *Улис* к полярным областям Солнца были отодвинуты на 13 месяцев. Почему именно на 13?

9.16. При взрыве сверхновой звезда сбросила оболочку, масса которой составляла 70% ее массы до взрыва. Сохранится ли планетная система вокруг остатка этой звезды?

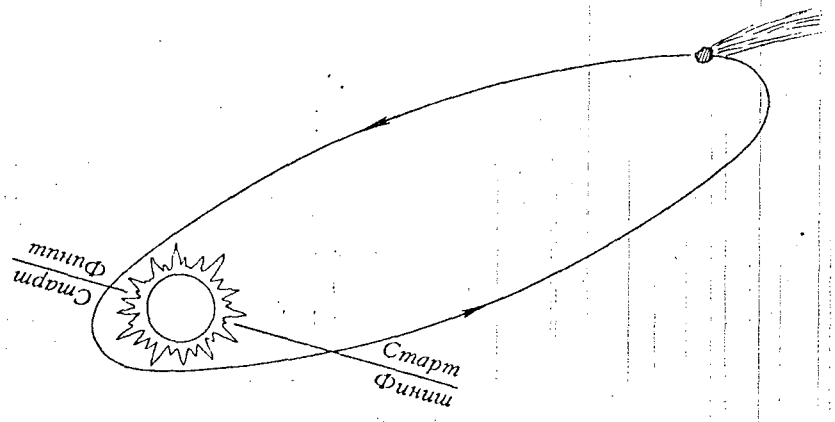


Рис. 9.1. Равноправны ли половинки орбиты? Задача 9.19.

9.17. Луна своим приливным влиянием тормозит суточное вращение Земли. Через несколько миллиардов лет их вращение синхронизуется и Земля будет постоянно повернута к Луне одной своей стороной (так же, как Луна сейчас смотрит на Землю). При этом сидерический лунный месяц станет равен нынешним 36 суткам. А какова будет при этом продолжительность солнечных суток на Земле?

9.18. Предположим, что вокруг каждой из звезд обращается планета с такой же массой и орбитальным периодом, как у Юпитера. Определите, у звезд какой массы легче обнаружить присутствие этой планеты, если измерять:

а) угловое перемещение звезды на небе,

б) изменение лучевой скорости звезды.

9.19. Эллиптическую орбиту кометы разделили на две части прямой линией, проходящей через Солнце (рис. 9.1.). Докажите, что комета получает равное количество солнечного тепла за время движения по каждой из этих двух частей траектории.

9.20. Как изменится продолжительность года на Земле, когда Солнце превратится в белый карлик с массой $M_{WD} = 0,6M_{\odot}$?

9.21. Три звезды одинаковой массы образуют равносторонний треугольник со стороной L и движутся вокруг общего центра масс по круговой орбите с периодом P (рис. 9.2.). Найти массы звезд.

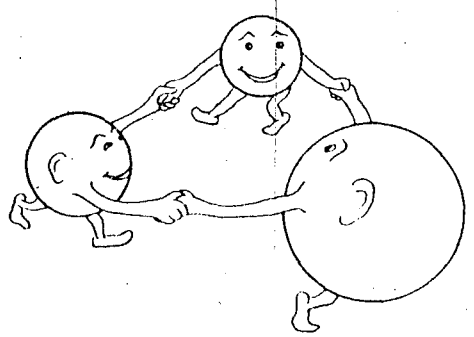


Рис. 9.2. Определите массы звезд. Задача 9.21.

9.22. У Альтаира (α Орла) годичный параллакс $\pi = 0,198''$, собственное движение $\mu = 0,658''$, лучевая скорость $V_r = -26$

км/с и блеск $m \doteq 0,89$. Когда и на какое наименьшее расстояние Альтаир сблизится с Солнцем и каким будет тогда его блеск?

9.23. Как можно доказать, что Солнце вместе с окружающими звездами обращается вокруг центра Галактики?

9.24. Определить скорость возможного столкновения космического корабля, летящего к Юпитеру, с метеоритным телом в поясе астероидов. Считать, что корабль летит по прямой от Земли к Юпитеру с выключенным двигателем.

9.25. Пусть Солнце обращается вокруг центра Галактики по круговой орбите радиуса $R_\odot = 10$ кпк со скоростью $V_\odot = 250$ км/с. Полагая всю массу Галактики (M_G) сосредоточенной в ее центре, определить значение M_G, а также найти длину **галактического года** (т.е. период обращения Солнца) и минимальную скорость, которую нужно сообщить ракете, чтобы она могла покинуть Галактику.

9.26. С какой стороны Земли - с дневной или ночной, энергетически выгодно запускать ракету к Меркурию?

9.27. Космический корабль запущен таким образом, что, освободившись от земного притяжения, он начал свободно падать на Солнце практически по прямой линии. Сколько дней продлится это падение?

9.28. Три звезды с одинаковыми массами M находятся на одной прямой и движутся так, что одна из них находится в центре окружности, по которой движутся две другие. Определить период обращения.

9.29. С какой скоростью и в каком направлении должна стартовать с Земли ракета, чтобы упасть на Солнце?

9.30. В фантастическом романе А.Рындберга "**Путешествие на Землю**" (Алма-Ата, "Казахстан", 1987) король планеты Люнкс

говорит побежденным соперникам с планеты Рикэт: "Я дарую вам мир только на том условии, что каждый девятый год Рикэт будет посылать семь благородных дев и семь благородных юношей на Люнкс ... Этих дев и юношей я намерен приносить в жертву Таурусу... Каждое полнолуние одна юная жизнь благородного рикэтянина будет приноситься в жертву чудовищу на растерзание." Вопрос: может ли в действительности продолжительность лунного месяца быть так связана с продолжительностью года, как на планете Люнкс?

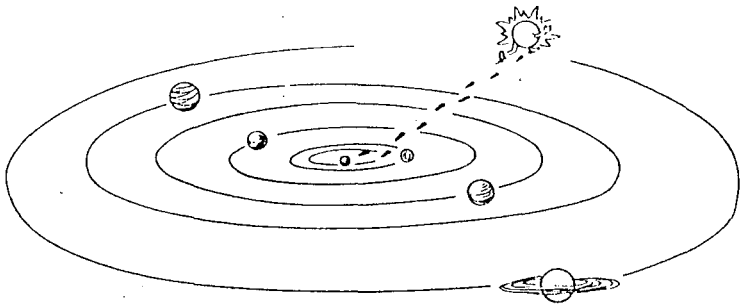


Рис. 9.3. Что станет с Солнечной системой?

9.31. Если бы Солнце вдруг исчезло (рис. 9.3.), то что произошло бы с Солнечной системой?

9.32. Можно ли выстрелом из пушки с поверхности Земли послать аппарат на Луну? На Марс? На орбиту ИСЗ? На Солнце?

9.33. В каком случае затраты энергии меньше: при запуске космического аппарата с помощью ракеты или из пушки?

9.34. Наблюдая комету вблизи Солнца, астрономы определили, что ее орбита - гипербола. Должна ли эта комета навсегда покинуть Солнечную систему?

9.35. Вспомните "Маленького принца" А. де Сент-Экзюпери. Когда Принц посещал разные удивительные планеты, он побывал и на планете Фонарщика, которая "делает полный оборот за одну минуту". Оцените плотность этой планеты. Какому классу небесных объектов она может принадлежать?

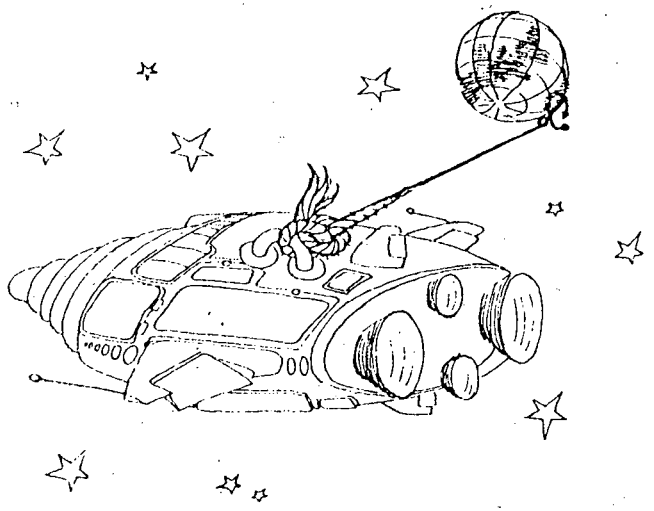


Рис. 9.4. Что произойдет со спутником? Задача 9.40.

9.36. Вычислите, на каком расстоянии от Земли находится точка, в которой притяжение Земли и Луны одинаковы. Примите расстояние между ними равным 60 радиусам Земли, а отношение масс 1:81. Может ли космический корабль зависнуть в этой точке без движения?

9.37. С какой скоростью вращалось бы Солнце, если бы в нем был заключен весь момент импульса Солнечной системы?

9.38. Насколько сильно изменилась бы форма Солнца, если бы произошло то, что описано в предыдущей задаче?

9.39. Если бы метеориты всегда только догоняли Землю в ее движении по орбите, то наблюдалось бы явление метеоров во второй половине ночи?

9.40. С борта ИСЗ, обращающегося по круговой экваториальной орбите, протянули на Землю невесомый канат и закрепили его конец на экваторе (рис. 9.4:). Какова будет после этого судьба спутника?

9.41. Оцените масимальную и минимальную скорости входа метеорита в атмосферу Земли. На сколько звездных величин может различаться яркость метеоров от частиц одинаковой массы, влетающих с такими скоростями?

9.42. ИСЗ запущен на полярную орбиту. Возможно ли, чтобы его орбита совсем не освещалась Солнцем, освещалась наполовину или полностью?

9.43. Мицар имеет радиальную скорость -9 км/с, собственное движение $0,13''$/год и параллакс $0,038''$. Какова его пространственная скорость? Через какое время он удалится на 1° от Алькора?

9.44. Вы неподвижно висите в центре сферической орбитальной станции диаметром 20 м, а в руках у вас резиновый мяч, масса которого в 1000 раз меньше вашей собственной массы. За какое минимальное время с его помощью вы можете достичь стенки станции, если скорость вышего броска 10 м/с ?

9.45. Искусственный спутник обращался по геостационарной орбите. Затем его перевели на круговую экваториальную орбиту вдвое большего радиуса. Как часто он теперь пересекает меридиан неподвижного земного наблюдателя?

9.46. В двойной звезде каждый компонент имеет массу $2M_\odot$, и они движутся по круговой орбите на расстоянии 1 а. е. друг от друга. Какова максимальная разность их лучевых скоростей для наблюдателя на Земле, если наклонение орбитальной плоскости этой системы (i) равно: а) 0°, б) 90°, в) 45°?

10. КОСМИЧЕСКИЕ ЭКСПЕДИЦИИ И ПРИРОДА ПЛАНЕТ

ЗАДАЧИ

10.1. Космический корабль покинул Солнечную систему со скоростью 30 км/с в направлении на центр Галактики. Через сколько лет он достигнет галактического центра?

10.2. Вокруг Земли движется много выведших из строя ИСЗ, которые представляют опасность для функционирующих спутников и космонавтов. Предложите способ удаления с орбиты мертвых ИСЗ.

10.3. Какую высоту мог бы преодолеть прыгун с шестом на Луне?

10.4. Американские астронавты, работавшие на орбитальной станции *Скайлэб* (1973 г.), занимались бегом по внутренней поверхности станции, представлявшей цилиндр, диаметром около 6 м. С какой скоростью нужно бежать в таких условиях, чтобы ощутить земную силу тяжести? Как при этом должна быть ориентирована станция?

10.5. Сколько времени надо затратить космическому кораблю, летящему со скоростью 30 км/с, чтобы достичь ближайшей к Солнцу звезды Проксима Кентавра, параллакс которой $0,76''$?

10.6. Подлетев к незнакомой планете, космический корабль перешел на низкую круговую орбиту. Смогут ли космонавты, пользуясь только часами, определить среднюю плотность вещества планеты (рис. 10.1)?

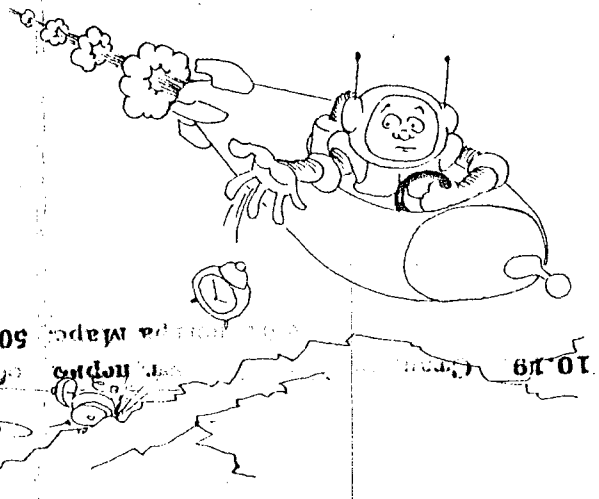


Рис. 10.1. Как измерить плотность с помощью часов?

10.7. Почему плотность числа кратеров на поверхности галилеевых спутников Юпитера монотонно возрастает от Ио к Каллисто?

10.8. Можно ли наблюдать метеоры на Меркурии? А удастся ли обнаружить на его поверхности метеориты?

10.9. На каких телах Солнечной системы обнаружена вулканическая деятельность?

10.10. Почему первое время после приземления космонавты спят без подушек?

10.11. Американские астронавты на орбитальной станции *Скайлэб* в часы отдыха пытались развлекаться бросанием в мишень оперенных дротиков с присоской, но из этого ничего не вышло. Почему?

10.12. На Земле достаточно небольшой искры, чтобы газ метан вспыхнул и быстро сгорел. Почему же на Титане, где происходят мощные электрические разряды, метан в атмосфере существует и не сгорает?

10.13. Космонавты на Марсе решили согреться у костра. У них есть ведро керосина, термитный пакет, деревянные ящики. Что вы посоветуете им использовать в качестве топлива?

10.14. На Венере столь плотная облачность, что с поверхности никогда не видны звезды и Солнце. Как же отличить день от ночи?

10.15. Укажите кратко, какие новые возможности дает астрономии применение ИСЗ и межпланетных кораблей.

10.16. Где человеку легче плавать в воде: на Земле или на Луне?

10.17. На Земле свеча горит 2 часа. Сколько часов она же будет гореть на борту ИСЗ?

10.18. По одной круговой орбите на некотором расстоянии друг от друга движутся два пилотируемых ИСЗ. Что должен предпринять пилот заднего аппарата, чтобы догнать передний? Каково минимальное число коррекций?

10.19. Станция *Марс-3* имеет период обращения 12 сут и минимальное расстояние от центра Марса 5000 км. Чему равно

наибольшее удаление станции от поверхности Марса?

10.20. Двигатель ракеты может развивать тягу, в точности равную весу ракеты. Можно ли запустить такую ракету в космос?

10.21. По современным представлениям вода на Марсе, если она там вообще есть, сосредоточена в слое вечной мерзлоты и в полярных шапках. Почему же на Марсе нет открытых водоемов с жидкой водой даже в тропических областях, где температура поднимается выше 0°С?

10.22. 12 апреля 1961 г. Ю.А.Гагарин стартовал с космодрома Байконур на корабле *Восток*. Корабль двигался по орбите ИСЗ с периодом 1,5 часа и, совершив один оборот, приземлился. В каком месте он совершил посадку по отношению к Байконуру?

10.23. Представте себя на космическом корабле, обращающемся вокруг неизвестной планеты над линией терминатора. Как, имея часы и оптические инструменты, определить период обращения корабля?

10.24. Как жители Венеры в условиях *сплошной облачности* могли бы определить продолжительность года?

10.25. Как ориентироваться на Венере по сторонам света?

10.26. Межпланетный космический корабль выведен на промежуточную орбиту вокруг Земли. В какой точке орбиты выгоднее включить двигатели для разгона до второй космической скорости?

10.27. Сквозь земной шар прорыта шахта. Как, используя эту шахту, можно запускать ракеты в космос? Какова при этом экономия топлива? Какую форму должна иметь шахта, если ее построили между:

1) Северным и Южным полюсами;
2) диаметрально противоположными точками на экваторе?

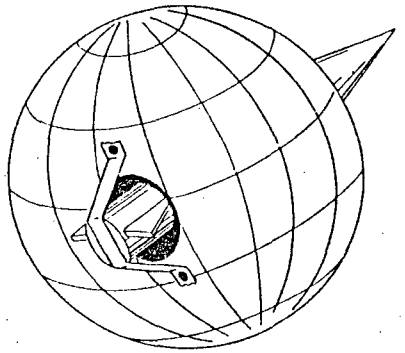


Рис. 10.2. Сквозь шахту – в космос!

10.28. Какова должна была бы быть длина пушки в романе Жюля Верна "Из пушки на Луну", чтобы путешественники испытали при выстреле ускорение не более $10g$? Во сколько раз увеличится вес человека во время выстрела?

10.29. Решено превратить нашу Землю в гигантский космический корабль. Можно ли использовать для этой цели современные химические ракетные двигатели?

10.30. Почему ракетное топливо должно иметь как можно большую теплоту сгорания?

10.31. Предполагается в качестве горючего для ракеты использовать воду: сначала электротоком разлагать ее на водород и кислород, а затем смешивать полученные газы и образовавшуюся "гремучую смесь" поджигать в ракетном двигателе. Оцените этот проект.

10.32. Трое одинаковых маятниковых часов поместили:
а) на Земле;
б) на Луна в воздушной среде;
в) на Луне в вакууме.
Какие из них будут идти быстрее, а какие - медленнее остальных?

10.33. Астрономы, осуществляющие солнечный патруль на Земле, видят вспышку на Солнце одновременно с космонавтами, наблюдающими за солнечной поверхностью. В чем же тогда смысл службы солнечных вспышек, созданной специально для предупреждения космонавтов об опасности?

10.34. Ракета вертикально удаляется от Земли с постоянным ускорением $g = 9,8$ м/с^2. Как меняется вес тел в ракете по мере удаления ее от Земли?

10.35. Предположим, свойства земной атмосферы изменились так, что она стала отражать видимый свет и свободно пропускать инфракрасное излучение. Как изменилась бы при этом температура земной поверхности? Где и когда на Земле возникают подобные условия?

~~~ ? ~~~
~~~

11. АСТРОФИЗИКА

ЗАДАЧИ

— ◇ —

11.1. Астрономам известны кометы, пролетавшие на расстоянии 1-2 радиуса Солнца от его поверхности. Почему же они не испарились в солнечной короне, температура которой превышает миллион градусов?

11.2. Предполагают, что, как и Земля, Луна имела когда-то атмосферу. Чем объяснить, что Луна потеряла атмосферу, а Земля - нет?

11.3. На месте взрыва сверхновой 1987 г. в Большом Магеллановом Облаке был обнаружен оптический пульсар с периодом 0,002 с. Полагая, что невозможно движение со скоростью больше скорости света, оцените размер пульсара. К какому классу звезд принадлежит этот компактный объект?

Замечание: эта задача была предложена на олимпиаде 1989 г., когда у астрофизиков была полная уверенность в сделанном открытии. Однако позже открытие новорожденного пульсара не подтвердилось: причина переменности оптического сигнала обнаружилась в высокочастотных наводках на электронные блоки телескопа. Однако в середине 1994 г. вновь появились сообщения, подтверждающие сделанное ранее открытие. Но большинство специалистов относится к этим сообщениям с сомнением и считает, что никаких признаков компактного объекта на месте взрыва сверхновой в БМО пока найти не удалось. Вероятно, в ближайшее время этот вопрос разрешится результатами новых наблюдений.

Тем не менее, предложенная задача имеет смысл, и решение ее вполне корректно. Более того, столь быстрые пульсары действительно существуют и представляют огромный интерес для астрофизиков.

11.4. При наблюдении радиопульсаров обнаружили, что интервалы между их импульсами периодически изменяются, причем для всех пульсаров этот период одинаков и в точности равен одному звездному году. Объясните это явление. Оцените, насколько меняется интервал между импульсами у пульсара в Крабовидной туманности ($P_\circ = 0,033$ с). В каком месяце у этого пульсара период минимален?

11.5. Пульсар, излучающий импульсы со строго одинаковой периодичностью, движется равномерно и прямолинейно относительно наблюдателя. Докажите, что наблюдаемый интервал между его импульсами будет либо возрастать со временем, либо оставаться постоянным независимо от того, с какой скоростью и в каком направлении движется пульсар. Движение Земли в Солнечной системе не учитывать.

11.6. Существует предположение, что периодичность активности Солнца связана с приливным воздействием на него планет. Наибольшее приливное влияние Солнце испытывает со стороны Юпитера и Венеры. Определите, через какой промежуток времени на солнечной поверхности повторяются приливы максимальной высоты. Близок ли этот промежуток времени к продолжительности цикла солнечной активности?

11.7. Плотное облачко межзвездного газа испускает переменное мазерное излучение молекулы гидроксила (OH) на волне $\lambda = 18$ см. Оцените максимальную протяженность области излучения, если его вариации происходят с характерным временем 5 мин.

11.8. Почему для наблюдения межзвездных линий поглощения большинства химических элементов нужен ультрафиолетовый космический телескоп, тогда как линии поглощения этих же элементов, но находящихся в атмосферах звезд, можно изучать при помощи обычного оптического наземного телескопа?

11.9. Как астрономы различают горячие звезды, покрасневшие в результате межзвездного поглощения света, и действительно красные холодные звезды?

11.10. В спектрах нормальных звезд видны линии **поглощения**, потому что относительно холодный газ атмосферы звезды экранирует ее более горячие недра. А что в таком случае можно сказать о строении звезд, в спектрах которых видны *эмиссионные* линии, т.е. линии **излучения**?

11.11. Предположим, что химические элементы железо и кальций имеют спектральную линию с совпадающей длиной волны. Как вы определите, какой из этих элементов присутствует в атмосфере звезды, если обнаружите в ее спектре эту линию?

11.12. Две галактики, похожие на нашу, столкнулись со скоростью 1000 км/с. Оцените, сколько звезд при этом столкнется друг с другом?

11.13. "Двор соседа всегда зеленее" - гласит английская пословица. Справедливо ли это наблюдение, и если да, то какие причины, помимо обыкновенной зависти, могли бы его объяснить? С каким явлением на поверхности Солнца вы видете аналогию?

11.14. Наблюдения указывают, что свет звезды, покрытой кольцом Сатурна, ослабевает примерно на 1^m, а толщина колец не превышает 3 км. Оцените по этим данным как часто и с какой скоростью сталкиваются между собой частицы кольца?

11.15. Как доказать, что звезды светятся сами, а планеты светят отраженным светом?

11.16. Блеск новой звезды, вспыхнувшей в созвездии Лебедя 29 августа 1975 г., увеличился с 21^m до 2^m. В спектре этой звезды линия водорода с длиной волны 4861Å была смещена к синему концу спектра на 41Å. Определить, во сколько раз увеличилась при вспышке светимость звезды и с какой скоростью была сброшена оболочка.

11.17. Существует ли связь между планетарными туманностями и планетами?

11.18. Астероид движется по орбите вокруг Солнца и вращается вокруг своей оси в том же направлении. Как изменяется радиус его орбиты под действием электромагнитного излучения, падающего на поверхность астероида и покидающего ее?

11.19. Температура в центре Солнца 15 млн К и там протекают термоядерные реакции. Почему же у белого карлика Сириус В, температура внутри которого оценивается в 40 млн К, эти реакции не протекают?

11.20. В нашей Галактике звезда спектрального класса В рождается в среднем раз в 50 лет. Сколько таких звезд сейчас в Галактике, если продолжительность жизни подобной звезды около 10 лет?

11.21. Солнечный ветер состоит из протонов, летящих со скоростью 300 км/с и заполняющих в районе земной орбиты межпланетное пространство в количестве 10 частиц на 1 $см^3$. С какой силой давит этот "ветер" на Луну? Масса протона $m_p = 1,6 \times 10^{-24}$ г.

11.22. Какие наблюдательные данные противоречат утверждению о том, что источником энергии звезд является распад

радиоактивных элементов?

11.23. У какой из двух звезд одинакового спектрального класса больше температура поверхности - у гиганта или у карлика?

11.24. Угловой размер эллиптической галактики $d = 3'$, а линия поглощения водорода H_β в ее спектре имеет длину волны $\lambda = 4866$Å и ширину $\sigma = 3$ Å. Оцените массу галактики. Лабораторная длина волны линии H_β равна $\lambda_\circ = 4861$ Å.

11.25. Во сколько раз изменится светимость Солнца, если половина площади его поверхности покроется пятнами?

11.26. Из ядра далекой галактики вылетают два радиоисточника в противоположных направлениях вдоль одной прямой, ориентированной под углом 60° к лучу зрения, и движутся с одинаковой постоянной скоростью $V = 2C/3$. Во сколько раз один источник будет казаться нам ближе к центру галактики, чем другой?

11.27. Почему звезда с большой массой живет меньше, чем звезда с малой массой?

11.28. Из ядра квазара происходит выброс радиоисточника с околосветовой скоростью в сторону наблюдателя под углом 30° к лучу зрения. Чему будет равна кажущаяся скорость удаления источника от квазара, если наблюдатель может измерять только угловое перемещение источника?

11.29. Эффективная температура фотосферы Солнца около 5800 К, а солнечного пятна (в среднем в пределах границы полутени) 4500 К. Во сколько раз яркость пятна меньше, чем яркость фотосферы?

11.30. Как известно, энергия может передаваться с помощью теплопроводности, конвекции и излучения. Каким образом

энергия от ядерного источника в центре Солнца передается в его фотосферу?

11.31. Для Земли сила притяжения к Солнцу в 6×10^{10} раз превосходит силу давления на нее солнечного излучения. Определите радиус сферических частиц, которые будут двигаться вблизи Солнца прямолинейно в любом направлении, считая, что их плотность и коэффициент поглощения света такие же, как у Земли.

11.32. Какова средняя плотность белого карлика, имеющего массу, равную солнечной, светимость - в тысячу раз меньше солнечной, а температуру поверхности - вдвое больше солнечной?

11.33. Искусственную планету перевели с орбиты Земли на орбиту Марса и покрасили в черный цвет. При этом ее температура не изменилась. Какую долю света планета отражала первоначально?

11.34. В конце своей эволюции Солнце начнет расширяться и превратится в красный гигант. В результате температура его поверхности понизится вдвое, а светимость увеличится в 400 раз. Поглотит ли Солнце при этом какие-либо из планет?

11.35. Как будет выглядеть звездное небо для наблюдателя, летящего на субсветовом звездолете (т.е. со скоростью, близкой к скорости света)?

11.36. Что произойдет с каплей воды, моментально попавшей в открытый космос?

11.37. Объясните, почему Титан - спутник Сатурна, смог сохранить свою атмосферу, а Меркурий - нет?

11.38. Почему водородная бомба взрывается, а Солнце - нет, хотя и в том, и в другом случае энергия выделяется за счет термоядерной реакции превращения водорода в гелий?

11.39. Сферическая галактика в созвездии Скульптора имеет массу 4×10^{39} г и удалена от центра нашей Галактики на расстояние $R = 85$ кпк. Масса Галактики $M = 2 \times 10^{44}$ г. Определить, каков может быть максимальный радиус (r) галактики в Скульпторе, чтобы она не была разрушена приливными силами притяжения нашей Галактики.

11.40. Перечислите и кратко поясните методы, с помощью которых определяют диаметры звезд.

11.41. Большая полуось орбиты астероида 10 а.е., эксцентриситет 0,85 и альбедо его поверхности 0,14. Вычислите максимальную и минимальную температуру поверхности астероида в течение его орбитального периода, используя тот факт, что Луна имеет альбедо 0,07 и среднюю температуру 0°C.

11.42. Белый карлик с массой $0,9M_\odot$ и радиусом 6000 км приближается к Солнцу со скоростью 60 км/с. В какую сторону сдвинуты линии в его спектре: в красную или голубую?

~~~ ? ~~~

12. АСТРОНОМИЧЕСКАЯ ВИКТОРИНА

ЗАДАЧИ

— ◇ —

В этой главе помещены простые вопросы, не требующие подробного расчета, а скорее - интуиции, опыта и чувства юмора. Они могут оказаться полезными для вечеров занимательной науки и других подобных дел.

12.1. Июль, 12 часов дня. Видны ли на небе звезды?

12.2. Астроном наблюдает в телескоп полную Луну. Шалун закрывает рукой правую от астронома половину объектива. Нарисуйте, как изменился вид Луны в телескоп.

12.3. Космонавт оттолкнулся от орбитальной станции, обращающейся на высоте 400 км, и полетел в сторону Земли со скоростью 4 м/с. Как скоро он достигнет Земли?

12.4. Можно ли получать новогодние подарки 4 раза в год?

12.5. XXI век. Обсерватория на Марсе измерила параллакс звезды, который оказался равен $0,1''$. Каково расстояние до звезды?

12.6. Астроном регулярно измерял лучевую скорость звезды по положению линий в ее спектре. Полгода назад скорость была
~~~

100 км/с, а сегодня только 20 км/с. Что бы это значило?

12.7. Первое изображение астероида с близкого расстояния было получено в 1991 г. Как же астрономы задолго до этого узнали, что астероиды имеют неправильную форму?

12.8. Предположим, что орбитальное движение Земли вдруг прекратилось. Через какое время она упадет на Солнце?

Угадай число!

Следующие несколько задач на интуицию. Во время викторины победит тот, кто быстро назовет ближайшее к правильному ответу число.

12.9. Как известно, муравей сильнее слона, поскольку он поднимает вес, в несколько раз больше собственного, а слон этого сделать не может. И бегает муравей быстрее: он пробегает длину своего тела, за меньшее время, чем слон. Посмотрим с этой точки зрения на космические тела.
а) За какое время Земля в движении вокруг Солнца проходит расстояние, равное своему диаметру?
б) За какое время Солнце, двигаясь по орбите вокруг центра Галактики, проходит расстояние, равное своему диаметру?

12.10. С каким ускорением движется Солнце в Галактике?

12.11. Сколько нейтрино пролетает через кончик Вашего носа каждую секунду, если вся энергия Солнца вырабатывается в реакции превращения водорода в гелий?

12.12. Сколько антивещества в недрах Солнца?

12.13. На какой из планет Солнце освещает поверхность так же ярко, как настольная лампа освещает страницу Вашей книги?

12.14. Можно ли при полной Луне заниматься выжиганием в фокусе 10-м телескопа так же, как это делают с помощью лупы в солнечный день?

Задачи Капитана Врунгеля

(с выбором ответа)

12.15. Капитан Врунгель на яхте *"Беда"*, путешествуя по северным морям, зашел в фиорд и причалил к берегу в узком проливе. А ночью был отлив, вода сошла и яхта, заклинившись между берегами, повисла в воздухе. "Под килем - пропасть в сорок футов!" - пишет Врунгель. Вы ему верите?

ВАРИАНТЫ: **ДА** **НЕТ**

Какой высоты приливы достигают в открытом море?

ВАРИАНТЫ: **1 см** **10 см** **50 см** **3 м** **10 м** **15 м**

Какова максимальная высота прилива у берега?

ВАРИАНТЫ: **1 см** **10 см** **50 см** **3 м** **10 м** **15 м**

12.16. Выходя из Санкт-Петербургского порта, капитан Врунгель правильно установил хронометр по местному времени. Но в плаваньи, как рассказывает Врунгель, случилось вот что: "спускаюсь в каюту, достаю свой хронометр и обнаруживаю странную перемену в его характере: был прибор, как я говорил, ручной, а тут, знаете, полежал без присмотра, без ухода, и одичал совершенно, черт знает что показывает: солнце всходит, а на нем полдень, солнце на полдень, а на нем шесть часов...". Сможете

ли вы определить, в каком океане в это время находилась яхта *"Беда"*?

ВАРИАНТЫ: **Тихий** **Индийский** **Атлантический**

12.17. Помните, как капитан Врунгель плавал "по петушкам"? Выйдя из Англии, он взял с собой двух молодых петушков, купленных в Гринвиче. Как только прокричат петушки, так Врунгель проводит наблюдения с секстантом. В чем заключалась роль петушков?

ВАРИАНТЫ:

а - крик петушков отмечал одно и то же всемирное время, которое нужно было знать Врунгелю для определения координат яхты;

б - петушки будили капитана в момент восхода солнца, который необходимо наблюдать для определения координат яхты;

в - петушки кричат только в ясную погоду, когда видны звезды, которые Врунгель наблюдал для определения координат.

~~~ ? ~~~

13. ЗАДАЧИ СТАРИКА ХОТТАБЫЧА

— ◇ —

В этой главе собрано несколько задач, родившихся при чтении сказочной повести Л.И.Лагина "Старик Хоттабыч". Приключения старого джинна и его юных друзей - Вольки и Жени, - знакомы всем школьникам. Но многие ли помнят, что Волька Костыльков был большим любителем астрономии, действительным членом астрономического кружка при Московском планетарии и даже его старостой? Вероятно поэтому в повести можно встретить немало эпизодов, заставляющих задуматься каждого любителя астрономии.

Возможно, пример "Старика Хоттабыча" подтолкнет вас к научному анализу и других сказочных и фантастических книг. Нередко их содержание оказывается значительно богаче, чем это кажется с первого взгляда. Быть может вам захочется подготовить школьный вечер "Волшебство и наука" или "Конкурс колдунов", на котором ребята могли бы обсудить и дать научную оценку чудесам, совершенным книжными героями. А может быть кто-то сможет сам совершить чудо? Знакомство с наукой поможет вам в этом!

13.1. Помните, каким был первый подарок Хоттабыча Вольке? Это были наручные часы. Сначала - из цельного куска золота и без всякого механизма внутри. Они, разумеется, не показывали время. "- А разве там что-то должно быть, внутри?-
~~~

забеспокоился старый джинн. Вместо ответа Волька молча отстегнул часы и вернул их Хоттабычу.
- Хорошо,- кротко согласился тот.- Я тебе подарю такие часы, которые не должны иметь ничего внутри.

Золотые часики снова оказались на Волькиной руке, но сейчас они стали тоненькими, плоскими. Стекло на них исчезло, а вместо минутной, секундной и часовой стрелок возник небольшой вертикальный золотой шпенечек в середине циферблата с великолепными, чистейшей воды изумрудами, расположенными там, где полагалось быть часовым отметкам.
- Никогда и ни у кого, даже у богатейших султанов вселенной, не было наручных солнечных часов! - снова расхвастался старик. - Были солнечные часы на городских площадях, были на рынках, в садах, во дворцах, и все они сооружались из камня. А вот такие я только что сам придумал. Правда, неплохо!

Действительно, оказаться первым и единственным во всем мире обладателем наручных солнечных часов было довольно заманчиво".

Итак, можно ли сделать наручные солнечные часы? Если да, то почему же таких часов не было даже у султанов?

13.2. "- Благословенный Волька, - сказал после завтрака Хоттабыч, блаженно греясь на солнышке, - все время я делаю тебе подарки, по моему разумению - ценные, и каждый раз они тебе оказываются не по сердцу. Может быть сделаем так: ты мне сам скажешь, что тебе ... угодно было бы от меня получить в дар, и я почел бы за счастье... немедленно доставить желаемое.
- Подари мне, в таком случае, большой морской бинокль,- ответил Волька не задумываясь".

Почему Волька выбрал себе именно такой подарок?

13.3. Волька и Хоттабыч отправились на ковре-самолете выручать Женю из рабства: "Вечерняя темнота окутала город, а здесь, наверху, еще виден был багровый солнечный диск, медленно оседавший за горизонт.

- Интересно... - промолвил Волька задумчиво, - интересно, на какой мы сейчас высоте?
- Локтей шестьсот - семьсот, - отвечал Хоттабыч, продолжая что-то высчитывать на пальцах".

Правильно ли Хоттабыч определил высоту полета, если для наземного наблюдателя Солнце уже зашло, а с ковра-самолета оно было видно почти целиком? Напомним, что локоть составляет около полуметра.

13.4. Полет продолжался. "Стемнело. Теперь на ковре-самолете стало особенно неуютно, и Волька предложил Хоттабычу подняться локтей на пятьсот выше.
- Тогда мы снова увидим солнце.
Хоттабыч глубоко сомневался, можно ли до завтрашнего утра увидеть уже закатившееся дневное светило, но спорить с Волькой не стал.

Можете себе представить, как он удивился и насколько вырос в его глазах Волькин авторитет, когда, поднявшись повыше, они действительно снова увидели солнце, которое как ни в чем не бывало снова только-только касалось своим багровым краем черной линии далекого горизонта.
- Если бы, подчиняясь твоей скромности, о Волька, не дал я тебе обещания, ничто не удержало бы меня от того, чтобы назвать тебя величайшей в мире балдой! - восхищенно произнес Хоттабыч...".

Воспользовавшись решением предыдущей задачи, вы без труда сможете сказать, верно ли Волька рассчитал необходимую высоту и действи- тельно ли он достоин звания "величайшей в мире балды"? Если Солнце только что перестало быть видимым на высоте 600-700 локтей, то можно ли было целиком увидеть солнечный диск, поднявшись еще на 500 локтей? И, кстати, насколько далек был от путешественников горизонт?

13.5. Вы помните, как сварливый брат Хоттабыча Омар Юсуф решил слетать на Луну. Волька предупреждал его:
" - Ты должен вылететь с Земли со скоростью не меньше, чем одиннадцать километров в секунду. В противном случае ты, уверяю тебя, никогда не доберешся до Луны.
- С радостью и удовольствием! - Омар Юсуф поджал свои тонкие губы.
- А сколь велик километр? Скажите, ибо я не знаю такой меры длины.
- Ну, как тебе обьяснить... - призадумался Волька. - Ну вот: километр - это примерно тысяча четыреста шагов.
- Твоих шагов? - спросил джинн.- Значит моих шагов в километре не больше тысячи двухсот, даже немного меньше.

Омар Юсуф был преувеличенного мнения о своем росте. Он был не выше Вольки".

Догадайтесь, с какой скоростью джинн вылетел с Земли и на какое расстояние от нее он смог удалиться? Если же он вышел на круговую орбиту, то каков был ее радиус?

13.6. А помните, как Старик Хоттабыч описывал свой полет в космос? Сначала он превратился в спутника Земли, чтобы встретиться на орбите со своим братом.
"- А потом, когда я увидел, что мне пора возвращаться на Землю, я обратился лицом в ее сторону и придал своему телу как раз такую скорость, какая требовалась для преодоления силы, которая вращала меня вокруг земного шара."
Описание этого космического маневра можно понять так: Хоттабыч двигался по круговой орбите, а затем сообщил себе добавочную скорость, равную первой космической и направленную к центру Земли. Мог ли Хоттабыч после такого маневра вернуться на Землю?

13.7. Находясь в высоких северных широтах, ледокольный пароход *"Ладога"*, на котором путешествовал Хоттабыч со своими юными спутниками, сел на мель, наскочив на подводную банку - местное возвышение дна. Чтобы корабль мог продолжить плавание, Хоттабыч решил уничтожить мель. А дальше произошло вот что: "*Ладога* вдруг вздрогнула и быстро завертелась в глубоком водовороте, образовавшемся на месте провалившейся банки". Вопрос: в каком направлении и почему закрутился водоворот? Могло ли такое явление произойти в районе экватора?

* * *

Последняя задача оказалась ближе к физике, чем к астрономии. Знайте же, о юные физики, что Старик Хоттабыч и для вас приготовил немало увлекательных проблем. Например, такие:

13.8. Собираясь подсказывать Вольке на экзамене по географии, джинн обещал: "Никто моей подсказки не заметит... То, что я буду иметь счастье тебе подсказывать, пойдет прямо из моих почтительных уст в твои высокочтимые уши". Почему для направленной передачи звука нужны были магические способности Хоттабыча, тогда как направленную передачу света может осуществить любой из нас, например, с помощью карманного фонарика?

13.9. Вы помните, что нужно было Хоттабычу для колдовства? Ну конечно же, - сухой волосок из бороды. И горе, если борода промокнет - она теряет свою волшебную силу. Как же сохранить бороду сухой во время всевозможных приключений? Друзья решили помочь джинну:
" - Придумал! - возбужденно вскочил на ноги Женя. - Ей-богу, придумал!.. Нужно смазать бороду каким-нибудь жиром.
- Ну и что тогда? - пожал плечами старик.
- Тогда она не промокнет даже под водопадом, вот что тогда!..
- Я достаточно сведущ в науках, - обиделся Хоттабыч, - но не знаю, какая это наука учит смазкой предохранять от порчи волшебную бороду". Обьясните старому джинну, почему смазанная жиром борода не промокает.

1. ЗВЕЗДНОЕ НЕБО

РЕШЕНИЯ

* * * ⊙ * * *

1.1. Это созвездие Змеи, прерываемое Змееносцем. В марте западная часть созвездия восходит около полуночи, а восточная – под утро.

1.2. Во второй половине июня Солнце находится близ точки летнего солнцестояния. Значит во время затмения должны быть видны яркие звезды, расположенные вокруг этой точки: Кастор и Поллукс в созвездии Близнецов, Процион в созвездии Малого Пса, Сириус в созвездии Большого Пса, Альдебаран в созвездии Тельца, Капелла в созвездии Возничего, яркие звезды Ориона. Все эти звезды находятся в южной стороне неба. (Меркурий в стороне Солнца и не виден. Венера приблизительно на 47° к западу от Солнца в созвездии Тельца. Марс не виден, так как находится близ точки зимнего солнцестояния под горизонтом) - эта часть ответа изменяется в соответствии с текущей ситуацией.

1.3. Наблюдая Млечный Путь, мы видим звезды нашей Галактики, сконцентрированные в ее диске. Особенно много вдоль Млечного Пути молодых горячих ярких звезд, которые рождаются из уплотненного в галактической плоскости межзвездного вещества. Однако это же вещество, точнее - его пылевая составляющая, поглощает свет далеких галактических и всех внегалактических обьектов. Поэтому внешние галактики практически

не видны в полосе шириной от 10° до 15° вдоль средней линии Млечного Пути, названной за это **зоной избегания**.

1.4. Бетельгейзе находится в созвездии Ориона вблизи небесного экватора и поэтому не может быть видна более 12 часов; несмотря на то, что Орион – зимнее созвездие, а зимняя ночь длится дольше 12 часов. Денеб расположен в "летнем" созвездии Лебедя, но это незаходящее в Москве созвездие и зимними ночами Денеб можно наблюдать низко у горизонта в течение всей 15-часовой ночи.

1.5. Следует указать, какие наиболее интересные звезды и в какие эпохи находятся в верхней кульминации. Например, Сириус кульминирует в полночь в южной стороне около 1 января, Арктур во второй половине апреля, Вега в начале, а Денеб в конце июля, созвездие Ориона в середине декабря и т.д. Желательно упомянуть звезду δ Ориона, находящуюся близ небесного экватора, вследствие чего она восходит в точке востока, а заходит около точки запада. Зная положение Солнца среди зодиакальных созвездий и приблизительно время наблюдения, можно сообразить, какое из них в данный момент находится на юге.

1.6. Созвездие Скорпиона – зодиакальное, хотя эклиптика проходит лишь через небольшую его часть (около 10°) – через северную "клешню" Скорпиона. На старинных картах неба его звезды соединялись в фигуру ядовитого паукообразного существа с изгибающимся хвостом-жалом. Ярчайшая звезда – Антарес (α Скорпиона) имеет красноватый оттенок. Марс в своем движении по небу раз в 678 суток (1,88 года) проходит в очень близком видимом соседстве с этой яркой звездой, и, таким образом, Антарес выглядит как бы двойником Марса, откуда и название этой звезды – *противник Ареса*, а у римлян – *Марса*. Можно упомянуть и наиболее известные двойные звезды - ν и β Скорпиона. В этом созвездии наблюдаются очень яркие облака Млечного Пути.

Хотя Змееносец и не относится к зодиакальным созвездиям,

но Солнце находится в южной части этого созвездия почти месяц: с конца ноября до второй половины декабря. Змееносец делит созвездие Змеи на две части: западную (бóльшую) и восточную (меньшую). В созвездии Змееносца также видны яркие облака Млечного Пути и темные туманности. В Скорпионе, Змееносце и Стрельце находятся наиболее южные части эклиптики.

1.7. В созвездии Андромеды нужно отметить три ярких звезды: α, β, γ, - расположенных вдоль одной прямой почти на равном расстоянии друг от друга. Ярчайшая из них – α, находится в левом верхнем углу Большого Квадрата, остальные три звезды которого принадлежат Пегасу. Гамма Андромеды - интересная двойная звезда с различно окрашенными компонентами. В созвездии Андромеды находится ближайшая крупная спиральная галактика - Туманность Андромеды (Мессье 31).

Яркие звезды Кассиопеи образуют фигуру, напоминающую букву **W** или **M** (в зависимости от времени года). Созвездие расположено в Млечном Пути. В нашей стране это незаходящее созвездие. В 1572 г. в нем вспыхнула сверхновая звезда, описанная Тихо Браге.

1.8. Щит – между Орлом, Стрельцом и Змеей; Лисичка – южнее Лебедя; еще южнее (севернее Орла) – Стрела; Малый Конь – между Пегасом, Водолеем и Дельфином; Заяц – южнее Ориона; Ворон – южнее Девы; Рысь – севернее Близнецов и Рака.

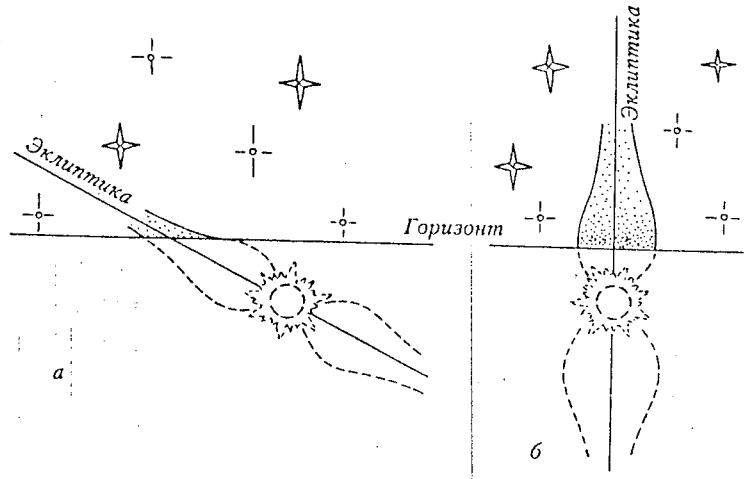
1.9. Солнце находится близ точки летнего солнцестояния, у западной границы созвездия Близнецов. В стороне Солнца находятся созвездия Ориона, Тельца, Б.Пса и М.Пса, наиболее яркие из звезд которых, – Бетельгейзе, Ригель, Альдебаран, Сириус, Процион, а также Кастор, Поллукс и Капелла, – должны быть заметны на потемневшем небе.

1.10. Б.Медведица высоко на северо-востоке приближается к небесному меридиану, Лев ниже ее, Орион в юго-западной стороне неба склоняется к горизонту. Возничий высоко над Орионом. Фаза и положение Луны, а также блеск, положение и приблизительный момент восхода/захода планет указывается в соответствии с годом.

1.11. Созвездия: Весы, Телескоп, Секстант, Октант, Микроскоп, Насос, Компас, Часы.

1.12. Солнце, Луна, Венера, Юпитер, Марс, Меркурий, Сириус. Далее следуют – Канопус, Арктур, Вега, α Кентавра, Капелла, Ригель, Сатурн.

1.13. Созвездие Змееносца своей южной частью пересекает эклиптику в области прямого восхождения $17^h - 18^h$. Солнце бывает в этой области в конце ноября.



Фиг. 1.1. Зодиакальный свет в высоких (а) и низких (б) широтах.

1.14. Зодиакальный свет - это солнечное излучение, рассеянное межпланетной пылью, сосредоточенной в плоскости эклиптики, в основном внутри орбиты Земли. Наибольшую яркость зодиакальный свет имеет на небольшом угловом расстоянии от

Солнца, так как плотность пыли и интенсивность солнечного света там выше. Поэтому зодиакальный свет наблюдается после захода или перед восходом Солнца. В высоких и средних широтах зодиакальный свет практически не виден, поскольку околосолнечные области эклиптики в темное время суток не поднимаются над горизонтом (фиг. 1.1а). Лучшие места для наблюдений зодиакального света находятся в экваториальной области Земли, где эклиптика видна высоко над горизонтом и быстро заканчиваются сумерки (фиг. 1.1б).

1.15. Вид ночного неба практически такой же, как на Земле. Отличие в том, что значительно ярче стал Юпитер, заметно ярче – Сатурн, в несколько раз ослаб блеск Венеры и Меркурия, а также видна яркая Земля с соседкой-Луной. Быстро движутся два спутника Марса: Фобос и Деймос, причем Фобос восходит на западе, а заходит на востоке и за ночь может дважды пересечь небосвод.

День на Марсе существенно отличается от земного. Диаметр солнечного диска в полтора раза меньше привычного нам. Из-за разреженной атмосферы небо днем довольно темное, видны яркие звезды, планеты и спутники Марса.

1.16. Диаметр Юпитера на небе Ио около 20°. Целиком Юпитер виден лишь из одного полушария, постоянно обращенного к нему. Он практически неподвижен, так же как Земля на небе Луны. Ио завершает "облет" Юпитера за 18,5 часа: планета демонстрирует за это время все фазы, а также солнечное затмение. Суточный период на Ио тоже равен 18,5 часа. Днем в затененных местах видны звезды, а на открытых местах – маленькое Солнце диаметром всего 6′. Созвездия те же, что и на Земле, но кроме звезд видны многочисленные спутники Юпитера, яркий Сатурн, а также Уран и Нептун. На обратной стороне Ио вдоль границы с видимой с Юпитера стороной есть зона, где Юпитер находится чуть ниже горизонта: там должно быть видно его кольцо.

1.17. Если иметь в виду площадь или, точнее, телесный угол, то у лунного диска, ввиду малости его углового радиуса ($R_☾$), он может быть записан как

$$S_☾ = \pi R_☾^2 = \pi(0,26°)^2 \approx 0,21□°.$$

А площадь всей небесной сферы, как известно, составляет 4π стерадиан. Вспоминая, что 1 радиан $= 180°/\pi \simeq 57,3°$, находим, что 1 стерадиан $= (57,3°)^2$. Значит площадь всей небесной сферы

$$S_⊙ \simeq 4\pi(57,3°)^2 \approx 4,13 \cdot 10^4□°.$$

Отношение $S_⊙/S_☾ \simeq 2 \times 10^5$. Если подразумевать под "небом" его видимую полусферу, то для полного покрытия его площади необходимо 100 тысяч лунных дисков.

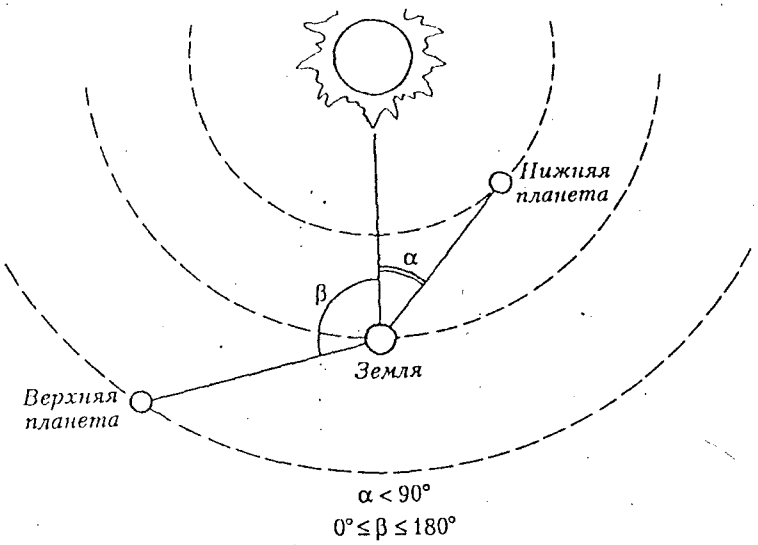
1.18. Солнце видно днем, звезды – ночью, а Луна – и днем, и ночью.

1.19. Для знатоков неба очевидно, что:
а) Поэт стоял лицом к югу;
б) были вечерние сумерки;
в) Луна была вблизи полнолуния;
г) невысоко над горизонтом Луна кажется больше, следовательно, – ближе;
д) раз "одна", значит яркая звезда, появившаяся раньше других; раз "надо мной", значит не планета или Сириус, которые в средних широтах высоко не поднимаются; скорее всего это была Вега, а наблюдение происходило летом или осенью.

1.20. Между "астрономическими" богами тесные родственные связи:
Меркурий – сын Юпитера (Зевса);
Венера (Афродита) – дочь Юпитера;
Земля (Гея) – прародительница богов (Урана, ...);
Марс – сын Юпитера (Зевса);

Юпитер – сын Сатурна, брат Нептуна и Плутона;
Сатурн – сын Урана и Геи;
Уран – сын Геи, затем стал ее супругом и отцом Сатурна;
Нептун и Плутон – сыновья Сатурна (Кроноса);
Луна (Селена, Диана, Артемида) – дочь Юпитера.

1.21. Только верхняя планета, радиус орбиты которой превышает радиус орбиты Земли, может находиться на угловом расстоянии более 90° от Солнца (Фиг. 1.2).



Фиг. 1.2. Конфигурации планет.

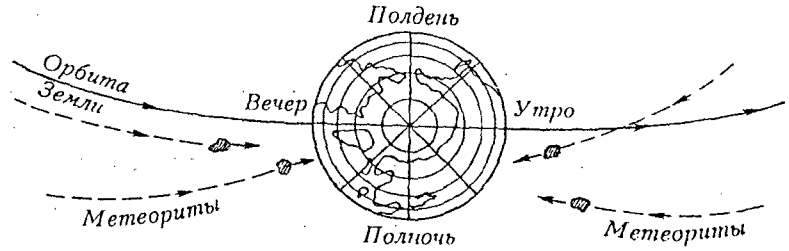
1.22. Обычно метеорные потоки носят название того созвездия, в котором наблюдается их радиант. У потока Леониды радиант лежит в созвездии Льва ($\alpha = 10,2^h, \delta = +22,3°$). Максимум этого потока наблюдается в середине ноября и связан он с кометой Темпля–Туттля. Этот поток известен уже около 4 тыс лет. Обычно он не очень богат, но раз в 33 года приносит обильные звездные дожди.

Поток Квадрантиды наблюдается в первых числах января и отличается стабильностью и богатством. Его радиант имеет координаты $\alpha = 15,5^h$ и $\delta = +51°$. Здесь сходятся границы трех созвездий: Волопаса, Геркулеса и Дракона. Но одно время в этом месте располагалось созвездие Стенной Квадрант, введенное в 1795 г. Жозефом Лаландом в честь своего любимого астрономического инструмента. Это нововведение не привилось, но память о нем осталась в названии метеорного потока.

1.23. Эридан – не зодиакальное созвездие, поэтому Марс в него не попадает.

1.24. Земля будет находиться в противоположной части эклиптики, в созвездии Близнецов.

1.25. Солнце, Юпитер, Сатурн, Уран, Нептун, Земля, Венера, Марс, Ганимед, Титан, Меркурий, Каллисто, Ио, Луна, Европа, Тритон, Плутон,...



Фиг. 1.3. "Утренние" метеориты движутся к Земле быстрее.

1.26. В "утреннее" полушарие Земли попадают метеориты, летящие преимущественно навстречу Земле, а в "вечернее" - вдогон (Фиг. 1.3). Поэтому послеполуночные метеориты влетают в атмосферу с большей скоростью и, сгорая, вспыхивают ярче, чем дополуночные метеориты. Вот почему после полуночи наш глаз

замечает метеоры от таких мелких космических пылинок, которые до полуночи сгорают в атмосфере слабо и незаметно.

1.27. Будем считать, что глаз видит звезды до 6^m включительно, которых на всем небе около 6000. Как известно, площадь небесной сферы 41253□° (см. решение задачи 1.17). Следовательно, средняя плотность звезд на единицу телесного угла небесной сферы равна $6000/41253 = 0,15$зв/□°. Луна имеет видимый диаметр 0,5° и за сутки проходит относительно звезд путь в 13°, следовательно, она покрывает $13° \times 0,5° = 6,5$□°/сут. Теперь легко определить, что Луна покрывает в среднем $6,5$□°/сут $\times$ $0,15$зв/□° $= 1$ звезду в сутки.

Если учесть, что наблюдать это явление, в принципе, можно лишь в ночное время, которое составляет менее половины суток, то окажется, что увидеть покрытие звезды Луной можно один раз в 2-3 ночи. Но и это еще не все. При фазах Луны, близких к полнолунию, блеск ее так велик, что слабые звезды, составляющие большинство на небе, вблизи Луны не видны. Поэтому в действительности можно наблюдать в период от новолуния до первой четверти покрытие звезд темным восточным краем Луны, а в период от последней четверти до новолуния – появление звезд из-за темного западного края Луны. Поскольку эти периоды длятся лишь 2 недели, и Луна в этих фазах имеет короткую видимость по вечерам и под утро, реально можно наблюдать невооруженным глазом покрытие звезд Луной не чаще одного раза в месяц, да и это сопряжено с немалыми трудностями.

1.28. Венера видна перед восходом Солнца, на востоке.

1.29. Возвращаясь, охотник должен двигаться на юг. Поскольку осенью Солнце вблизи равноденствия, оно восходит недалеко от точки востока. Значит нужно идти так, чтобы Солнце было слева.

1.30. На фотографиях никаких зигзагов траектория спутника

не имеет. По-видимому, явление, о котором сообщают наблюдатели, обусловлено некоторыми физиологическими особенностями зрения, например, незаметными непроизвольными движениями глаз.

1.31. Потому что, во-первых, острота зрения у различных людей неодинакова и, во-вторых, условия наблюдения (яркость неба и прозрачность атмосферы) могут сильно различаться.

1.32. Земная ось прецессирует по конусу с углом 23,5° и периодом около 26 тыс лет. Значит 13 тыс лет назад Полярная была на расстоянии 47° от Северного полюса мира. Его высота над горизонтом в Москве $\varphi = 56°$. Значит Полярная была незаходящей.

1.33. Если предстоит солнечное затмение, которое случается в новолуние, то сейчас Луна в последней четверти, т.е. по вечерам вообще не видна. Если же ожидается лунное затмение, то до полнолуния осталась неделя и после захода Солнца молодая Луна будет в южной части неба.

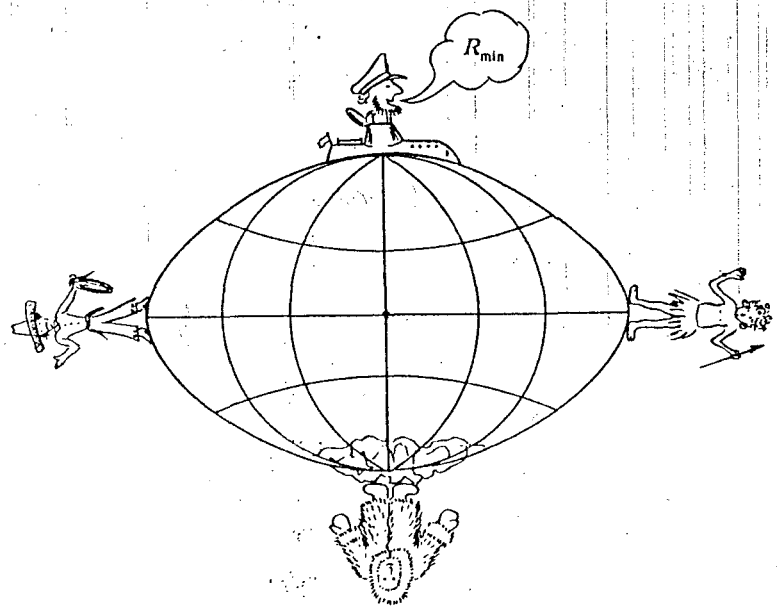
1.34. На рисунках изображены созвездия Б.Медведицы, Лебедя и Ориона.

~~~ ★ ~~~
~~~

2. ЗЕМЛЯ: КООРДИНАТЫ, ФОРМА, ДВИЖЕНИЕ

РЕШЕНИЯ

* * * ⊙ * * *



Фиг. 2.1. Кто ближе к центру Земли?

2.1. Ближе всех к центру Земли оказывались путешественники к Северному полюсу. Вследствие вращения Земля сплюснута: ее полярный радиус (6356,8 км) короче экваториального (6378,2 км) на 21,4 км. Поэтому самые близкие к центру Земли точки - это полюса планеты. Даже дно Марианской впадины, где на глубине 11 км от поверхности океана побывало несколько исследователей, находится дальше от центра Земли, чем морская поверхность в районе полюсов. Однако на Южном полюсе исследователи подняты над уровнем моря материком и ледяным куполом Антарктиды, а в Арктике они гуляют буквально на уровне моря. При этом среди всех исследователей Арктики самыми близкими к центру Земли были участники походов на подводных лодках (Фиг. 2.1).

2.2. 21 марта - день весеннего равноденствия. Солнце находится на пересечении небесного экватора с эклиптикой и может в полдень подняться над горизонтом на такую высоту, на которую при данной широте места поднимается небесный экватор ($h = 90° - \varphi$). Тень столба равнялась его высоте, откуда следует, что высота Солнца составляла 45°. Следовательно, широта места наблюдения $\varphi = 45°$ (как северная, так, возможно, и южная).

2.3. Земля пересекала поток в течение 40 суток. Пренебрегая разницей между длиной дуги, пройденной Землей за это время, и длиной хорды, стягивающей эту дугу, и вычислив, что за сутки Земля с орбитальной скоростью 30 км/с проходит путь около 2,6 млн км, заключаем, что метеорный поток имел ширину около 100 млн км.

2.4. Разумеется, речь в задаче идет о сезонах северного полушария. Изменение температуры от сезона к сезону в подавляющей степени связано с наклоном земной оси к плоскости орбиты (к эклиптике) и вытекающей из этого различной высоте Солнца над горизонтом зимой и летом. Небольшое изменение расстояния от Солнца, вызванное эксцентричностью земной орбиты, слегка

сглаживает сезонные колебания температуры в северном полушарии и усиливает их в южном.

2.5. $23^h56^m04^s$ – звездные сутки.

2.6. По причине сплюснутости земного шара меридиан является эллипсом, тогда как экватор – почти идеальной окружностью с радиусом, равным большой полуоси эллипса меридиана. Значит, длина окружности меридиана меньше, чем экватора, и второй путешественник вернется раньше.

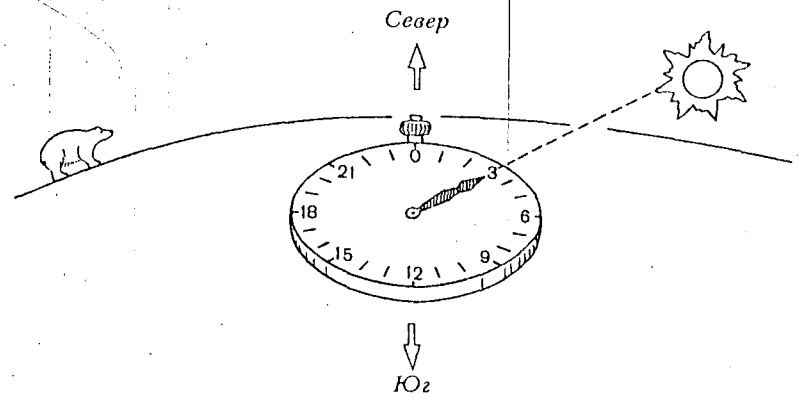
2.7. В первом случае Земля может пройти через хвост кометы. Действительно, 0,5 а.е. составляет 75 млн км. Хвост же кометы, направленный в сторону от Солнца, имеет длину более 100 млн км. Во втором случае Земля не может пройти через хвост кометы, ибо вся орбита Земли целиком лежит внутри орбиты кометы, хвост же кометы направлен от Солнца.

2.8. Земля находится в точках перигелия (4 января) и афелия (5 июля). Для малых углов можно записать расстояние Земли от Солнца так: $a = R_\odot/\theta_\odot$, где $R_\odot = 7\times10^8$ м – радиус Солнца, а $\theta_\odot$ – угол, под которым он виден с Земли. Тогда $\Delta a = R_\odot\Delta\theta/\theta_{\text{ср}}^2 = a_{\text{ср}}\Delta\theta/\theta_{\text{ср}}$, где Δa – разность большой и малой полуосей орбиты, $a_{\text{ср}}$ – их среднее значение, $\Delta\theta = \theta_{\max} - \theta_{\min}$ и $\theta_{\text{ср}} = (\theta_{\max} + \theta_{\min})/2$. Подставив числовые значения, получим $\Delta a = 5$ млн км. Именно настолько различаются расстояния Земли от Солнца в афелии и перигелии.

2.9. По-прежнему наблюдалось бы 2 прилива и 2 отлива, но период между приливами стал бы около 6 час, а не около 12 час, как сейчас.

2.10. В высоких широтах в ясную погоду такие часы могут служить компасом: достаточно сориентировать их так, чтобы часовая стрелка указывала на Солнце, тогда в направлении "12 ч" будет юг (фиг. 2.2). Разумеется, часы должны идти по мест-

ному солнечному времени, а для этого путешественник должен знать свою долготу. Во время похода к Северному полюсу обычно движутся вдоль меридиана, поэтому достаточно знать долготу места старта и там верно установить часы. Для путешественника, отправившегося из Канады, такой способ ориентации особенно актуален, поскольку он движется в окрестности Северного магнитного полюса ($\varphi = 78,5°$, $\lambda = 70°$ з. д.), где магнитный компас непригоден.



Фиг. 2.2. Часы-компас. Задача 2.10.

Кроме того, в условиях полярного дня трудно различать по циферблату обычных часов биологические день и ночь, т.е. отличать 12 час дня от 12 час ночи. Поэтому 24-часовой циферблат помогает путешественнику избежать этой психологической трудности.

2.11. Такой спутник называется геостационарным. Он движется в плоскости земного экватора по круговой орбите радиуса $r_c = R_{\oplus э} + h$, где $R_{\oplus э} = 6378$ км – экваториальный радиус Земли, h – высота орбиты над экватором. Для периода обращения

по круговой орбите из Третьего закона Кеплера имеем:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{r_c^3}{GM_\oplus}}.$$

Период геостационарного спутника должен быть равен звездным суткам Земли: $T = 23^h56^m04^s = 86164^s$. Тогда

$$r_c = \sqrt[3]{GM_\oplus\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2} = 42166 \text{ км},$$

откуда высота $h = 42166 - 6378 = 35788$ км. Скорость спутника на стационарной орбите $V = 2\pi r_c/T = 3{,}07$ км/с.

2.12. Максимальную широту, на которой геостационарные спутники еще видны, определим из условия видимости объекта на горизонте (фиг. 2.3): $|\varphi| = 90° - \arcsin(R_\oplus/r_c)$, где $r_c = 42166$ км – радиус орбиты стационарного спутника (см. **2.11**). Приняв Землю за шар и взяв $R_\oplus = 6371$ км, получим $|\varphi| = 90° - 8{,}7° \simeq 81°$. На более высоких широтах, а следовательно, на полюсах Земли геостационарные спутники не видны с уровня моря. Значит, и связь с их помощью невозможна.

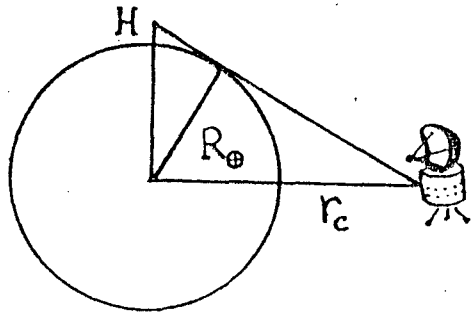
2.13. Пусть H – высота антенны, $r_c = 42166$ км – радиус орбиты стационарного спутника (см. **2.12**). Считая Землю шаром (фиг. 2.3), получим из теоремы Пифагора и подобия треугольников уравнение для H:

$$\frac{H + R_\oplus}{r_c} = \frac{R_\oplus}{\sqrt{r_c^2 - R_\oplus^2}},$$

откуда

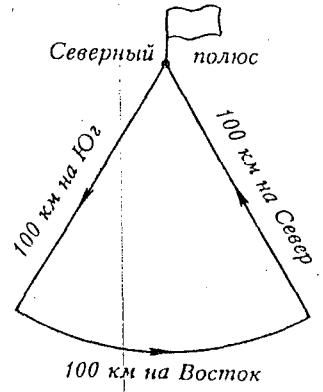
$$H = \frac{R_\oplus}{\sqrt{1 - (R_\oplus/r_c)^2}} - R_\oplus \approx \frac{R_\oplus^3}{2r_c^2} = 73 \text{ км}.$$

Учитывая, что высота ледяного купола Антарктиды на Южном полюсе около 3 км, антенну пришлось бы поднять над его поверхностью на 70 км, что вряд ли возможно.



Фиг. 2.3. Откуда виден геостационарный спутник?

2.14. Задача кажется очень легкой: искомая точка – Северный полюс (фиг. 2.4). Но не торопитесь: существуют и другие решения. Если вы не найдете их сами, то загляните в решение 2.14* в конце этой главы.



Фиг. 2.4. Вернулись в исходную точку.

2.15. Высота светила в верхней кульминации $h = 90° - \varphi + \delta$, где φ - географическая широта места, δ – склонение светила.

Поскольку в зените $h = 90°$, то $\varphi = \delta$, т.е. в зените может быть только светило, склонение которого равно географической широте места. Поэтому четыре звезды с различным склонением не могли быть в самом зените. Ж.Верну следовало бы написать "вблизи зенита".

Взяв среднее арифметическое из значений склонения четырех ярких звезд Южного Креста, найдем:

$$\delta_{\text{ср}} = \frac{-62,6° - 59,2° - 58,2° - 56,6°}{4} = -59,2°.$$

Значит, вблизи полуночи корабль находился в районе с широтой $\varphi \simeq -59°$, а через час он оказался над Южным полюсом ($\varphi = -90°$), пролетев дугу в 31°. Поскольку длина земного меридиана близка к 40 тыс км, корабль пролетел $40000 \times (31°/360°) \simeq 3440$ км, имея скорость 3400 км/3600 с = 960 м/с. Это почти втрое выше скорости звука в атмосфере! Вероятно этот эпизод Жюль Верн продумал не достаточно внимательно.

2.16. Будет, поскольку орбитальное движение Земли приводит к кажущемуся обращению Солнца вокруг нее с периодом в 1 год.

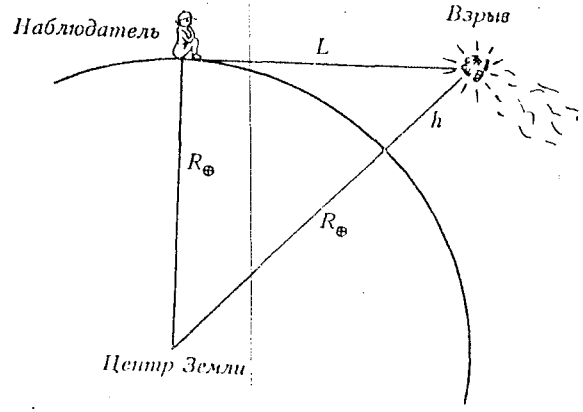
2.17. Поскольку действие происходило практически на уровне моря, в трубу с любым увеличением поверхность моря видна не далее чем на 5-6 миль. На этом расстоянии проходит линия горизонта.

Правильно решив эту задачу, один из участников Московской олимпиады, однако, заметил: "Вероятно автор радиопостановки имел в виду квадратные мили поверхности океана, доступной обзору". Действительно, площадь океана до линии горизонта составляет

$$S = \pi R^2 = \pi(5,5 \text{ мили})^2 \simeq 100 \text{ кв. миль}.$$

2.18. Разница в продолжительности тропического и звездного года связана с явлением прецессии. Смена времен года определяется положением Солнца относительно земной оси. Поэтому тропический год – это период между последовательными прохождениями Солнца через точку весеннего равноденствия. Если бы земная ось имела постоянную ориентацию в пространстве, то этот период совпадал бы с орбитальным периодом Земли. Но поворот земной оси с периодом 26 тысяч лет приводит к ежегодному смещению начала тропического года на 1/26000 долю года, т.е. на 20^{m}.

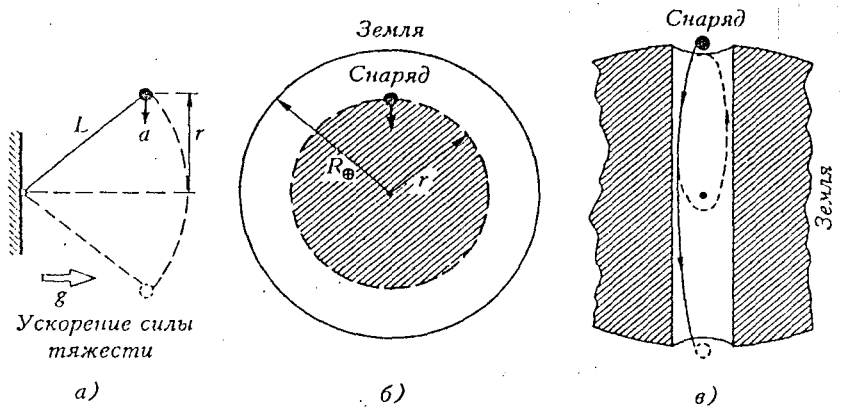
2.19. Вращение Земли вокруг оси наиболее убедительно доказывается с помощью маятника Фуко, а вращение вокруг Солнца – по наличию годичного параллакса звезд.



Фиг. 2.5. Откуда был виден Тунгусский метеорит?

2.20. Изображенный на фиг. 2.5 треугольник со сторонами L, $R_\oplus$ и $R_\oplus + h$ прямоугольный, поскольку взрыв был виден у горизонта, а атмосферной рефракцией мы пренебрегаем. Следовательно, можно записать $L^2 + R_\oplus^2 = (R_\oplus + h)^2$, откуда $2R_\oplus h + h^2 = L^2$. Поскольку радиус Земли $R_\oplus = 6371$ км и расстояние до точки взрыва $L = 350$ км известны, это квадратное урав-

нение нетрудно разрешить относительно высоты взрыва h. Но можно поступить проще. Поскольку $h \ll R_\oplus$, можно упростить уравнение: $2R_\oplus h \simeq L^2$, откуда $h \simeq L^2/2R_\oplus = 9,6$ км. Значит, взрыв произошел на высоте около 10 км. Учет рефракции уменьшил бы это значение, но в данном случае нет нужды стремиться к высокой точности, поскольку трудно предположить, что наблюдаемый горизонт в г.Киренске совпадает с линией математического горизонта.



Фиг. 2.6. Полет через центр Земли. Задача 2.21.

2.21. Пусть $M_\oplus$ – масса Земли и $R_\oplus$ – радиус Земли. Полет спутника по низкой орбите от одного полюса к другому займет половину его орбитального периода:

$$T_1 = 0,5P = \pi\sqrt{\frac{R_\oplus^3}{GM_\oplus}}.$$

Теперь определим продолжительность полета снаряда через шахту. Поскольку распределение плотности вещества внутри Земли имеет довольно сложный вид, мы рассмотрим два крайних случая:

а) Пусть Земля - однородный шар (фиг. 2.6б). На расстоянии r от центра Земли снаряд испытывает притяжение только от внутренней части планеты радиусом r и массой $M(r) = M_\oplus(r/R_\oplus)^3$. Следовательно, он движется с ускорением $a = -GM(r)/r^2 = -GM_\oplus r/R_\oplus^3$ (знак *минус* говорит здесь о том, что направления векторов **r** и **a** противоположны). Как видим, это уравнение простых гармонических колебаний, возникающих в том случае, когда возвращающая сила пропорциональна отклонению тела от точки равновесия. В нашем случае эта точка – центр Земли.

Решить это уравнение можно по аналогии с уравнением малых колебаний маятника (фиг. 2.6а): $a = -gr/L$, где g – ускорение свободного падения, L – длина маятника, r – его отклонение. Как известно, период колебания маятника составляет

$$P = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}.$$

Значит, период колебания снаряда в шахте (независимо от амплитуды колебания) составит

$$P = 2\pi\sqrt{\frac{R_\oplus^3}{GM_\oplus}}.$$

А полет между полюсами будет длиться

$$T_{2a} = 0,5P = \pi\sqrt{\frac{R_\oplus^3}{GM_\oplus}}.$$

Таким образом, в случае однородной Земли снаряды прибудут к »жному полюсу одновременно ($T_1 = T_{2a}$).

Однако известно, что к центру Земли плотность увеличивается, поэтому рассмотрим другой крайний случай.

б) Пусть вся масса Земли сосредоточена в ее центре. Тогда ускорение снаряда $a = GM_\oplus/r^2$. Такое же уравнение движения имеют тела Солнечной системы. Движение нашего снаряда

по радиальной орбите можно представить как движение по вырожденному эллипсу с эксцентриситетом практически равным единице (фиг. 2.6в). Тогда большая полуось этого эллипса равна $R_\oplus/2$, а орбитальный период

$$T_{2б} = 2\pi\sqrt{\frac{(R_\oplus/2)^3}{GM_\oplus}} = \pi\sqrt{\frac{R_\oplus^3}{2GM_\oplus}}.$$

Как видим, это в $\sqrt{2}$ раз меньше, чем T_1 или $T_{2а}$. Очевидно, что истинное значение времени полета снаряда через шахту (T_2) удовлетворяет неравенству $T_{2а} > T_2 > T_{2б}$. Следовательно, $T_2 < T_1$, т.е. снаряд, отпущенный падать в шахту, достигнет противоположной точки Земли быстрее, чем снаряд, выведенный на орбиту. Очень удобный вид межконтинентального транспорта и, к тому же, совершенно бесплатный (если не считать затрат на создание шахты!).

Задача решена. А теперь попробуйте рассмотреть третий вариант распределения плотности Земли – совершенно невероятный: пусть вся масса планеты сосредоточена в ее бесконечно тонкой оболочке, а внутри – пусто. Желаю успеха!

2.22. У крупных массивных тел сила тяжести преобладает над силой упругости и "топит" любую выступающую часть планеты. Только у шара все точки поверхности находится в одинаковом положении и нет выступающих частей. Если планета вращается, то центробежная сила оттягивает вдоль экватора небольшое "вздутие" и форма планеты становится эллипсоидальной (особенно это заметно у Сатурна).

На астероидах и ядрах комет сила тяжести ничтожна, и их форма определяется процессами соударения, слипания и разрушения. Поэтому она может быть весьма разнообразной.

2.23. Полагая, что частицы падают равномерно со всех направлений и не изменяют момента количества движения Земли $L_\oplus \propto MRV_э$, находим, что экваториальная скорость вращения

$V_э \propto 1/MR$, а суточный период $P \propto R/V \propto R^2M$. При исходном периоде P_0 получим:

$$\frac{P_0}{P} = \frac{R^2M}{(R+\Delta R)^2(M+\Delta M)}.$$

Полагая изменения R и M малыми, получим:

$$P = P_0\left(1+\frac{\Delta M}{M}\right)\left(1+\frac{2\Delta R}{R}\right).$$

Учитывая зависимость массы от радиуса при постоянной плотности ($M \propto R^3$), получим: $\Delta M/M = 3\Delta R/R$, откуда

$$P = P_0\left(1+\frac{5\Delta M}{3M}\right).$$

Изменение массы Земли за время ее эволюции составляет порядка

$$\Delta M \simeq 10 \text{ тыс т} \times 365^{\text{d}} \times 4,5 \text{ млрд лет} \simeq 2\times10^{19} \text{ кг}.$$

Следовательно,

$$\frac{\Delta M}{M_\oplus} \simeq \frac{2\times10^{19}}{6\times10^{24}} \simeq 3\times10^{-6}.$$

Это приводит к изменению суточного периода на 0,4 сек за все время эволюции Земли.

2.24. Нет, не изменится. Прецессия оси вращения Земли не изменяет угол наклона этой оси к плоскости эклиптики, от которого и зависит, в основном, климат полярных территорий.

2.25. Очевидно, что указанное изменение лучевой скорости есть следствие орбитального движения Земли. Если звезда движется по отношению к Солнцу с лучевой скоростью V_r,а скорость движения Земли по орбите V, то при приближении Земли к звезде их относительная скорость будет

$$V_1 = V_r - V.$$

А через полгода Земля уже удаляется от звезды и скорость составит

$$V_2 = V_r + V.$$

Отсюда получим

$$V = \frac{V_2 - V_1}{2}.$$

Значит орбитальная скорость Земли $V = (33 + 27)/2 = 30$ км/с. Для кругового движения Земли вокруг Солнца ее центростремительное ускорение равно гравитационному:

$$\frac{V^2}{a} = \frac{GM_\odot}{a^2}.$$

Отсюда постоянная тяготения

$$G = \frac{aV^2}{M_\odot} = 6,7 \times 10^{-11}\text{м}^3\text{кг}^{-1}\text{с}^{-2}.$$

2.26. Земная ось прецессирует по конусу с углом $23,5°$ и периодом около 26 тыс лет. Значит 13 тыс лет назад Полярная была на расстоянии $47°$ от Северного полюса мира. Его высота над горизонтом в Москве $\varphi = 56°$. Значит Полярная была незаходящей.

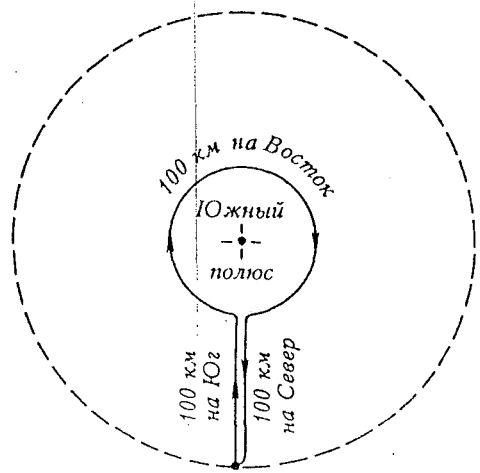
2.27. Описанная история могла произойти только в двух районах Земли: на Северном полюсе (это тривиально) и в окрестности Южного полюса (это не так тривиально; если не разберетесь сами, то загляните в решение **2.14***). Но в Антарктике медведи, как известно, не водятся. Поэтому наш медведь стоял на Северном полюсе, следовательно был **белый**.

2.14*. Кроме **одной** точки на Северном полюсе существует также **бесконечное** множество точек в окрестности Южного полюса, также удовлетворяющих условию задачи. Они лежат на концентрических окружностях с центром в Южном полюсе,

имеющих радиусы

$$R = 100\left(1 + \frac{1}{2\pi k}\right) \text{км},$$

где $k = 1, 2, 3,...$ Например, при $k = 1$ мы выходим с расстояния около 116 км от полюса и, двигаясь на юг, приближаемся к нему до расстояния 16 км. Затем поворачиваем на восток и обходим вокруг полюса целый круг (длина окружности $2\pi \times 16 = 100$ км. Затем по уже пройденному пути возвращаемся на север в исходную точку. При $k = 2$ придется сделать два обхода вокруг полюса по кругу вдвое меньшего размера. При этом движение происходит все время строго на восток. Между расстояниями 116 и 100 км от Южного полюса заключено **бесконечное** число окружностей, все точки которых удовлетворяют условию задачи.



Фиг. 2.7. Вернемся в любую из бесконечного числа исходных точек!

~~~ ★ ~~~
~~~

3. ЛУНА. ЗАТМЕНИЯ СОЛНЦА И ЛУНЫ

РЕШЕНИЯ

⊙

3.1. Благодаря физическим либрациям (покачиваниям) Луны, доходящим до 8°, из областей близ края лунного диска можно наблюдать регулярные восходы и заходы Земли, поскольку ее видимый с Луны диаметр составляет около 2°. Земля немного приподнимается над горизонтом, затем скрывается за ним с периодом в один месяц.

3.2. Благодаря движению узлов лунной орбиты восходящий узел может совпадать с точкой весеннего равноденствия. Именно в этом случае полная Луна может достигнуть своей наибольшей высоты. Учитывая, что небесный экватор поднимается на широте Москвы на 34°15′, что наклон эклиптики к экватору 23°27′, а наклон лунной орбиты к эклиптике 5°9′, получим, что Луна может подняться над горизонтом на 62°51′. Это может произойти в полночь в день зимнего солнцестояния. Луна должна быть в это время в северной части Близнецов.

3.3. Весной Солнце находится вблизи точки весеннего равноденствия. В это время эклиптика по вечерам образует наибольший угол с горизонтом. Поэтому Луна, двигаясь вблизи эклиптики, высоко поднимается над горизонтом и рога "молодой" Луны направлены вверх. Аналогичная картина будет осенью перед

восходом Солнца в случае "старой" Луны, когда Солнце вблизи точки осеннего равноденствия.

3.4. Вследствие небольшой эллиптичности земной орбиты расстояние Земли от Солнца изменяется в течение года: Земля дальше от Солнца в период лета в северном полушарии и ближе к нему в зимний период. Поэтому угловой размер Солнца летом чуть меньше, чем зимой. По причине же эллиптичности лунной орбиты расстояние Луны от Земли (соответственно, и угловой размер Луны) также испытывает колебания с периодом в лунный месяц и в среднем не связанные с сезоном года. Поэтому летом Луна чаще имеет угловой диаметр больше солнечного и полностью закрывает его диск. Зимой же чаще, чем летом, наблюдаются кольцеобразные затмения.

3.5. Во время солнечного затмения лунная тень движется по поверхности Земли приблизительно с запада на восток со скоростью около 1 км/с (в первом приближении это скорость движения Луны по орбите). В ту же сторону, на восток, но с меньшей скоростью, происходит суточное движение земной поверхности: на экваторе его скорость достигает $2\pi R_\oplus/24^{\mathrm{h}} = 0{,}5$ км/с, а на полюсах уменьшается до нуля. Поэтому в районе экватора скорость тени относительно поверхности составляет только 0,5 км/с. Приняв диаметр лунной тени в 200 км, легко вычислить, что в высоких широтах затмение может продолжаться около 3,5 мин, тогда как вблизи экватора – до 7 мин.

Вторая, менее важная причина состоит в том, что размер лунной тени на экваторе чуть больше, чем в полярных областях, поскольку наблюдатель на экваторе, как правило, ближе к Луне (см. **3.14**).

3.6. Можно, поскольку затмение Солнца может произойти в любой части эклиптики по мере движения узлов лунной орбиты.

3.7. Если самолет летит со скоростью около 1 км/с, то он сможет догнать лунную тень (см. **3.5**). Такие самолеты существуют (например, *Concord*); на их борту астрономы уже наблюдали солнечные затмения. Во время одного из таких наблюдений полная фаза затмения продолжалась более часа!

3.8. При благоприятных обстоятельствах можно наблюдать солнечное затмение с борта любого искусственного спутника Земли. Но для спутников на низкой орбите, каким является станция "Мир", продолжительность полной фазы затмения будет невелика: при максимальном диаметре лунной тени 270 км они проходят сквозь нее со скоростью 8 км/с не более, чем за 34 секунды.

3.9. Это могло произойти в экваториально-тропических странах во второй половине дня. Орбитальное движение Луны проявляется в ее видимом движении относительно звезд с запада на восток с периодом 27,3 сут (сидерический месяц). Орбитальное движение Земли проявляется в видимом движении Солнца также с запада на восток с периодом 1 год. Поэтому лунный диск во время полного затмения догоняет солнечный диск и касается его западной стороны. При частном затмении точка касания будет сдвинута к северу или югу, и решение усложнится, поэтому будем считать, что затмение полное.

Западная область на диске Солнца может оказаться "внизу" только во второй половине дня в странах, не очень далеких от экватора. Максимальную широту этих мест легко вычислить: она будет равна максимальному углу между плоскостями лунной орбиты и земного экватора, т.е. $\pm(23,5^\circ + 5,5^\circ) = \pm 29^\circ$. Если затмение произошло через несколько часов после полудня, то можно даже приблизительно сопоставить сезон года и широту местности: летом и зимой это могло наблюдаться только вблизи экватора, весной (имеется в виду весна Северного полушария) – вблизи Северного тропика, а осенью – вблизи Южного.

3.10. Это могло быть в экваториально-тропических странах до полудня (см. **3.9**).

3.11. Затмения бывают вблизи тех точек эклиптики, где ее пересекает орбита Луны. Значит, затмения повторяются приблизительно через полгода. Следовательно, второе затмение может произойти летом, в конце июня, а третье – в конце декабря.

3.12. Центр круга земной тени имел склонение, соответствующее склонению Солнца, но с обратным знаком. Следовательно, центр диска полной Луны оказался южнее (ниже) центра тени на $21^\circ 18' - 20^\circ 50' = 28'$. Радиус земной тени превосходит радиус Луны ($15'$) на ее расстоянии в $2,5 \div 2,8$ раза. Следовательно, в момент наибольшей фазы Луна должна пройти через нижнюю часть земной тени, причем затмение частное с очень большой фазой.

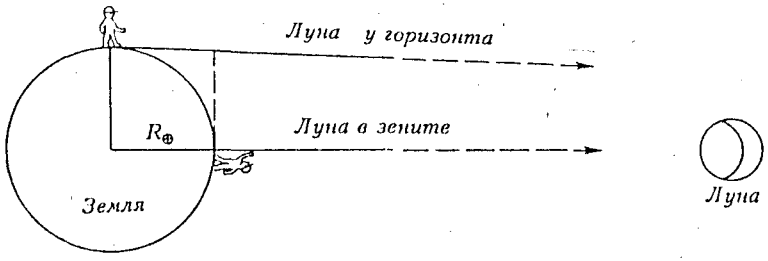
3.13. Можно, если наблюдатель на Земле расположен так, что Луна и Солнце видны вблизи горизонта и Луна к тому же проходит вблизи края земной тени. Тогда центр Луны будет на расстоянии $25'$ от центра тени, а нижний край Луны будет на расстоянии $180^\circ 05'$ от нижнего края Солнца. Однако вследствие атмосферной рефракции нижние края светил у горизонта будут подняты на $35'$, и видимое расстояние между ними составит чуть менее 179°. Значит, лунный и солнечный диски будут в этот момент над линией математического горизонта. Если наблюдатель находится на вершине горы, то оба светила могут быть существенно выше линии истинного горизонта. Но, разумеется, затемненный диск Луны не будет виден на фоне дневного неба (по крайней мере, в оптическом диапазоне).

3.14. Вблизи зенита, поскольку в таком положении наблюдатель ближе к ней на величину радиуса Земли (фиг. **3.1.**), т.е. на 1,6%.

3.15. У горизонта, поскольку в таком положении видимый диаметр Луны меньше (см. **3.14**).

3.16. Днем светлее на обратной стороне Луны, поскольку в этот период она ближе к Солнцу на диаметр лунной орбиты, чем обратная сторона, когда на ней день. Ночью светлее на видимой стороне Луны: она освещена светом, отраженным от дневной

стороны Земли, причем так ярко, что в период "полноземелия" на Луне без труда можно читать при свете Земли. По этой же причине рядом с молодым (или очень старым) месяцем мы видим неосвещенную Солнцем часть лунного диска – так называемый, **пепельный свет Луны**.



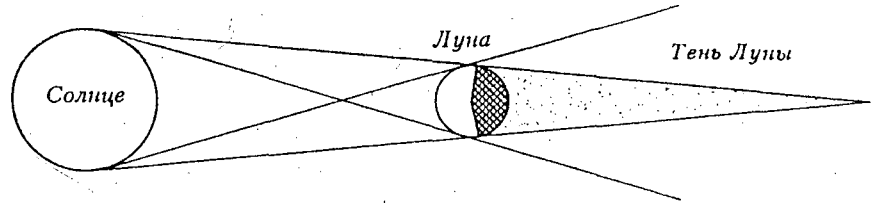
Фиг. 3.1. Кто ближе к Луне? Задача 3.14.

3.17. Орбита Луны лежит почти в плоскости эклиптики ($\pm 5°$), поэтому видимый путь Луны на небе почти совпадает с траекторией Солнца; только Луна совершает свой оборот не за год, как Солнце, а за один лунный месяц (27,3 сут). Значит при наблюдении с географического полюса Земли Луна будет 2 недели видна над горизонтом и на 2 недели скроется под горизонтом. С учетом атмосферной рефракции Луна будет видна чуть дольше (оцените – насколько).

3.18. Логично предположить, что обитатели каждой базы будут поддерживать связь с определенным пунктом на Земле. Учитывая, что в своем орбитальном движении Луна за сутки перемещается на угол примерно в 1 час, находим, что суточный оборот Земли для лунного наблюдателя длится около 25 часов. Для точного расчета используем формулу:

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{P_\oplus} - \frac{1}{P_\subset},$$

где $P_\oplus \simeq 23^h56^m$ –суточный период Земли, $P_\subset \simeq 27,32^d \simeq 655^h43^m$ – орбитальный период Луны. Тогда период прохождения Луны через фиксированный меридиан на Земле составит $T = 24^h50^m$.



Фиг. 3.2. И дольше почи длится день...

3.19. Не совсем. Из-за конечного углового размера Солнца постоянно (разумеется, исключая моменты лунных затмений) освещено более половины лунного шара. Чтобы убедиться в этом, достаточно вспомнить, что лунная тень имеет не цилиндрическую, а коническую форму (фиг. 3.2). Оценить разницу между площадью освещенной и неосвещенной поверхности Луны можно так: ширина дополнительного (помимо полушария) освещенного пояса вдоль терминатора составляет $0,25°$, а длина $360°$; значит его площадь $90\square°$. Следовательно, площадь освещенной стороны на $180\square°$ больше, чем неосвещенной. Это около 0,5% поверхности Луны.

Приведенное здесь рассуждение было бы совершенно верным, если бы от каждой точки солнечного диска на Луну падал параллельный пучок лучей, т.е. Солнце как источник света располагалось бы "на бесконечности". В действительности это не так: каждая точка Солнца освещает чуть меньше, чем целое полушарие Луны. Разница составляет угол $\alpha = R_\subset/1\text{a.e.} = 2,4''$. Этот угол очень мал по сравнению с угловым радиусом Солнца ($0,25°$), поэтому мы не учли его в приведенном выше решении. Но поздравляем тех, кто отметил эту разницу!

3.20. Нигде, если сегодня не новолуние (а текущую фазу Луны любитель астрономии должен знать!).

3.21. Поскольку каждый раз полоса затмения накрывает случайную область на Земле, вероятность того, что данная географическая точка попадет в полосу затмения равна отношению площади этой полосы s к площади поверхности земного шара S. Значит, в среднем из данной точки будет наблюдаться одно из S/s затмений, а интервал между ними будет составлять $t = S/s$ лет. Найдем $S = 4\pi R_\oplus^2 \approx 5{\times}10^8$ км^2 и $s = 200$ км$\times 10^4$ км $= 2{\times}10^6$ км^2. Тогда $t = 250$ лет.

3.22. В нижней кульминации высота Солнца $h_н = \delta + \varphi - 90°$, где δ – склонение Солнца, φ – широта места. В день летнего солнцестояния $\delta = +23,5°$, поэтому в С.-Петербурге оно не опускается ниже, чем на $h_н = 23,5° + 60° - 90° = -6,5°$, а это означает, что практически всю ночь там длятся гражданские сумерки ($-6° \le h_\odot \le 0°$). Как видим, прав был А.С.Пушкин, писавший:

"И не пуская тьму ночную
На голубые небеса,
Одна заря сменить другую
Спешит, дав ночи полчаса."

Кстати, проверьте, действительно ли в С.-Петербурге в разгар белых ночей гражданские сумерки вблизи полуночи прерываются истинной ночью на **полчаса** ?

А в Одессе $h_н = 23,5° + 46,5° - 90° = -20°$, значит даже в день летнего солнцестояния там наступает глубокая астрономическая ночь ($h_\odot \le -18°$).

3.23. На полюсах, расположив ее на возвышенности в 2-3 км. В этом случае можно вести непрерывные наблюдения Солнца, поскольку оно будет двигаться вдоль горизонта, испытывая небольшие покачивания на $\pm 1,5°$ вследствие наклона лунного экватора к эклиптике. Однако линия физического горизонта на Луне на $2°\sqrt{h}$ ниже математического горизонта, где h - высота наблюдателя над поверхностью в километрах (выведите формулу сами). В этих же точках удобно строить солнечную электростанцию.

3.24. Луна движется почти по эклиптике и в полнолуние располагается в противоположной от Солнца ее точке. Поскольку зимой Солнце находится ниже экватора, то Луна – выше. Поэтому днем Солнце ходит невысоко над горизонтом, а Луна ночью – высоко, градусов на 40-45 выше Солнца (удвоенный наклон эклиптики к экватору).

3.25. Дважды в течение орбитального периода Урана плоскость орбит его спутников проходит через направление на Солнце. В эти моменты могут происходить затмения. Поскольку угловой размер Солнца с расстояния Урана всего $1,7'$, полные затмения могут наблюдаться от всех его спутников. Причем видимый с поверхности планеты диаметр маленьких внутренних спутников лишь немного превосходит размер солнечного диска, поэтому затмения будут иметь привычный для нас вид: солнечная корона будет видна целиком. А от пяти крупных внешних спутников Урана (это Миранда, Ариэль, Умбриэль, Титания и Оберон) затмения будут даже слишком полными: в момент покрытия солнечного диска можно будет увидеть лишь половину короны.

3.26. Относительно земной тени Луна совершает орбитальный оборот за синодический месяц (29,5 сут), т.е. движется с угловой скоростью $0,5°$/час. За полчаса она пройдет один лунный радиус, значит тень покроет примерно половину лунного диска с восточной стороны, т.е. для наблюдателей северного полушария – левую половину Луны. Для наблюдателей южного полушария будет закрыта правая половина Луны, однако в Антарктиде в это время Луна вообще не видна: Солнце вблизи точки зимнего солнцестояния, значит полная Луна вблизи точ-

ки летнего солнцестояния, т.е. севернее экватора на $23,5°$. При этом она не видна южнее Южного полярного круга, как раз там, где расположена Антарктида.

3.27. Зная период обращения Луны (27,3 сут), найдем угловую скорость Луны относительно звезд: $360°/27,3 = 13,2°/\text{сут} \approx 33'/\text{час}$. Поскольку видимый диаметр Луны в среднем $32'$, то покрытие может продолжаться не более 1 часа и то лишь в случае, если звезда проходит через центр лунного диска. Возможен и другой метод расчета: нужно разделить диаметр лунной тени (который для далекого источника света равен диаметру Луны 3474 км), на скорость орбитального движения Луны (1 км/с): получим также около 1 часа.

Однако это верно только для неподвижного наблюдателя на полюсах Земли. На экваторе наблюдатель сам движется в ту же сторону, что и лунная тень, но с меньшей скоростью – около 0,5 км/с. Поэтому для него продолжительность покрытия возрастет вдвое.

3.28. Определим продолжительность восхода Солнца на экваторе Луны. Поскольку плоскость лунного экватора почти совпадает с эклиптикой, Солнце будет восходить точно в точке востока перпендикулярно линии горизонта. Период оборота Луны относительно направления на Солнце – это синодический месяц (29,5 сут), значит $1°$ по небу Солнце проходит за $29,5^{\text{d}}/360° = 0,08^{\text{d}} \simeq 2^{\text{h}}$, а свой диаметр $(0,5°)$ солнечный диск пройдет за 1 час. Если бы действие романа происходило не вблизи лунного экватора, то, двигаясь под углом к горизонту, Солнце затратило бы на восход более часа.

3.29. Луна движется навстречу суточному вращению небесной сферы со скоростью около $13°$ в сутки. Небесная сфера вращается со скоростью $15°$/час.Значит восход Луны будет запаздывать каждый день на $60^{\text{m}} \times (13°/15°) = 52^{\text{m}}$. После восхода во вторник перед полуночью в среду Луна не взойдет, а появится

только в четверг вскоре после полуночи: в $0^{\text{h}}37^{\text{m}}$.

3.30. Решая эту простую задачу, важно правильно понимать различие синодического и сидерического месяцев. Именно сидерический месяц $(27,32^{\text{d}})$ служит периодом вращения Луны вокруг оси. Значит за год Луна совершит $365,25^{\text{d}}/27,32^{\text{d}} = 13,37$ оборота.

3.31. Вследствие движения Луны навстречу суточному вращению небесной сферы период между ее восходами составляет $24^{\text{h}}52^{\text{m}}$ (см. **3.29**). На экваторе она будет над горизонтом ровно половину этого времени, т.е. $12^{\text{h}}26^{\text{m}}$.

3.32. Обратная сторона Луны так же часто бывает освещена Солнцем, как и видимая: в любой точке Луны две недели длится день и две недели – ночь. Разумеется, фотографирование обратной стороны Луны проводилось в период, близкий к новолунию, когда обратная сторона освещена Солнцем. Вторая неточность касается процесса фотографирования: трудно представить, как можно было бы заснять погруженную во мрак поверхность Луны. Это напоминает анекдот о том, как наивная дама спросила известного астронома: "Как же Вы фотографируете небесные объекты по ночам? Вероятно, Вы пользуетесь вспышкой?"

3.33. Нет, поскольку там в это время полярная ночь.

3.34. Сидерическому месяцу.

3.35. Максимальный диаметр лунной тени на поверхности Земли около 270 км. Конус лунной тени имеет угол при вершине $0,5°$ (это наблюдаемый диаметр Луны). Высота конуса с основанием 270 км и углом раствора $0,5°$ составляет 270 км $\times(57,3°/0,5°) = 31$ тыс км. Именно на такое расстояние должна удалиться Луна, чтобы конус тени перестал доставать до земной поверхности, и полные затмения прекратились. Это произойдет через (31 тыс км / 3 см в год) = 1 млрд лет.

3.36. Действительно, в результате уменьшения угловой скорости осевого вращения Земли и Луны уменьшается их момент импульса. Но при уменьшении угловой скорости орбитального движения Луны ее орбитальный момент возрастает. В самом деле, момент импульса

$$L \propto M \times V \times R,$$

где M – масса Луны, R – радиус орбиты и V – скорость на орбите. Поскольку $V \propto R^{-1/2}$, то $L \propto R^{1/2}$. А угловая скорость $\Omega \propto V/R \propto R^{-3/2}$. Следовательно, $L \propto \Omega^{-1/3}$. Именно рост орбитального момента Луны компенсирует уменьшение осевого момента Земли (осевой момент Луны крайне мал). При этом их сумма сохраняется.

3.37. Решим задачу в общем виде. Пусть $R_с$ и $R_п$ – радиусы спутника и планеты, $r_с$ и $r_п$ – радиусы орбит спутника и планеты. Тогда наблюдаемый с поверхности планеты максимальный угловой диаметр спутника, выраженный в градусах ($57,3^\circ \simeq 1$ рад) будет

$$\alpha_с = 114,6^\circ \frac{R_с}{r_с - R_п},$$

а угловой диаметр Солнца

$$\alpha_\odot = \frac{0,5^\circ}{r_п(а.е.)}.$$

Условием полного солнечного затмения будет неравенство $\alpha_с \geq \alpha_\odot$:

$$r_п(\text{а.е.}) > \frac{r_с - R_п}{229,2R_с}.$$

Для Титана и Сатурна это условие выполняется с большим запасом. Ради любопытства можно вычислить угловые размеры Солнца и Титана на небе Сатурна. Для $R_п = 60$ тыс км и $r_п = 9,5$ а.е. получим $\alpha_\odot = 3,2'$ и $\alpha_с = 15,2'$.

3.38. Кратер Тихо находится на видимой стороне Луны и никогда не скрывается в результате либраций за ее краем. Это значит, что Земля никогда не заходит там за горизонт.

3.39. Используя условие затмения (см. **3.37**), легко определить, что на Юпитере происходят полные солнечные затмения всеми четырьмя галилеевыми спутниками, а на Марсе полных затмений не бывает, поскольку тени от Фобоса и Деймоса не достигают поверхности планеты.

3.40. Поскольку ныне Луна едва касается своим конусом тени земной поверхности, очевидно, что при уменьшении радиуса орбиты вдвое диаметр лунной тени вблизи Земли станет равен радиусу Луны (1738 км). Сложнее определить, с какой скоростью будет двигаться при этом лунная тень относительно земной поверхности.

Систему Земля-Луна в механическом смысле можно считать замкнутой, при этом в ней сохраняется суммарный момент импульса. Момент, связанный с суточным вращением Луны, пренебрежимо мал и мы его учитывать не станем. Практически сохраняется сумма орбитального момента Луны и суточного момента Земли:

$$M_☾ vr + kM_\oplus R_\oplus V = \text{Const},$$

где $M_☾$, r и v – масса, орбитальный радиус и орбитальная скорость Луны, а $M_\oplus$, $R_\oplus$ и V – масса, радиус и скорость вращения на экваторе Земли; коэффициент k зависит от распределения массы внутри Земли: если бы вся ее масса была сосредоточена вдоль экватора, то $k = 1$, если вся масса в центре, то $k = 0$, для простых оценок можно принять $k = 0,5$. Орбитальная скорость Луны составляет

$$v = \sqrt{\frac{GM_\oplus}{r}}.$$

Из этих уравнений нетрудно найти скорость вращения Земли в

прошлом:

$$V = V_\circ + 2v_\circ \left(\frac{M_\subset r_\circ}{M_\oplus R_\oplus}\right)\left(1 - \sqrt{\frac{r}{r_\circ}}\right),$$

где индекс "$\circ$" отмечает современные значения величин. Учитывая, что $M_\oplus = 81M_\subset$, $r_\circ = 60R_\oplus$, $r_\circ = 2r$, $V_\circ = 0,5$ км/с и $v_\circ = 1$ км/с, определяем скорость вращения Земли: $V = 0,9$ км/с, и орбитальную скорость Луны: $v = 1,4$ км/с.

Скорость лунной тени относительно центра Земли практически совпадает с орбитальной скоростью Луны. Следовательно, относительно поверхности Земли лунная тень будет двигаться со скоростью $v = 1,4$ км/с в полярных областях в любое светлое время суток и в экваториальных областях утром и вечером, а на экваторе днем скорость тени составит $v - V = 1,4 - 0,9 = 0,5$ км/с. Значит продолжительность полной фазы затмения составит 1738 км/$(0,5 \div 1,4)$ км/с $= (1241 \div 3476)$ с, или от 20 мин до 1 часа в зависимости от географической широты и времени суток.

Легко понять, что в те далекие времена затмения были не только более продолжительными, чем ныне, но и значительно более частыми: ведь лунная тень покрывала существенно большую площадь Земли, чем сейчас. Кстати, а когда это было? Подробные астрономические расчеты показывают, что Луна была вдвое ближе к Земле приблизительно 2 млрд лет назад.

3.41. Продолжительность затмения увеличится во столько раз, во сколько замедлится скорость перемещения лунной тени относительно наблюдателя. Скорость лунной тени относительно центра Земли близка к орбитальной скорости Луны (1 км/с). Скорость вращения земной поверхности на широте 60° составляет 0,5 км/с$\times \cos 60° = 0,25$ км/с. Значит их относительная скорость $1 - 0,25 = 0,75$ км/с.

Наблюдатель на самолете движется относительно поверхности Земли со скоростью 900 км/час $= 0,25$ км/с, следовательно, его скорость относительно центра Земли $0,25 + 0,25 = 0,5$ км/с. Значит лунная тень догоняет его со скоростью $1 - 0,5 = 0,5$ км/с. Отсюда продолжительность затмения на самолете: 5 мин $\times$ 0,75/0,5 = 7,5 мин. Такие длительные затмения с поверхности Земли можно наблюдать только в районе экватора.

3.42. Если принимать во внимание только ночную видимость, то растущая Луна наблюдается с вечера на западе – сразу после новолуния, на юге – в первую четверть, на востоке – вблизи полнолуния. Чем старше Луна, тем позже она заходит; полная Луна заходит перед восходом Солнца.

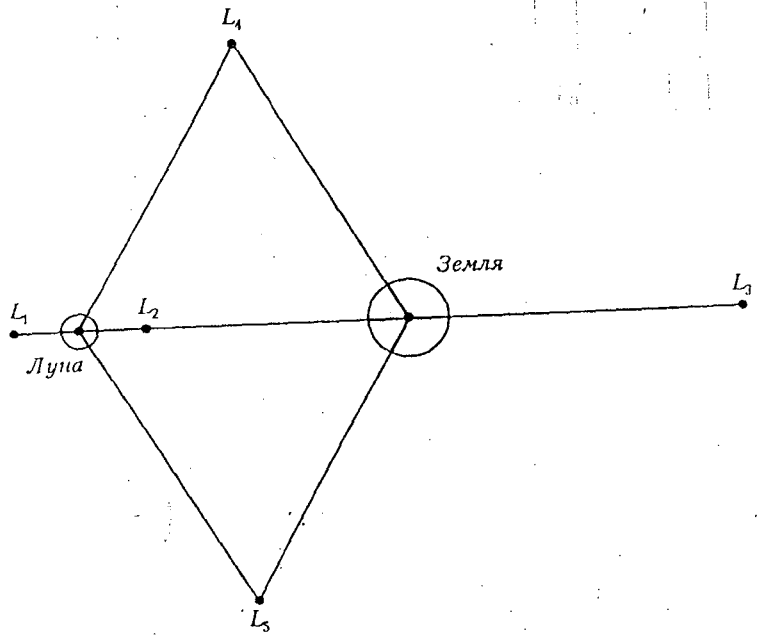
Стареющая Луна видна с вечера на востоке. Чем она старше, тем позже восходит, но при этом видна до утра. Итак, вечером всегда видна молодая Луна, а утром – старая.

3.43. Простое решение этой задачи, как при поиске орбиты геостационарного спутника, здесь не годится: слишком велики возмущения со стороны Земли. Поэтому необходимо учитывать влияние на спутник сразу двух тел – Луны и Земли, – обращающихся вокруг общего центра масс. Эту задачу удобно решать в системе координат, центр которой совпадает с центром масс системы Земля-Луна, плоскость – с плоскостью лунной орбиты, а оси поворачиваются с периодом в 1 мес.

В такой системе координат Земля, Луна и селеностационарный спутник будут неподвижны. Оказывается, что существует 5 точек, в которых сумма действующих на спутник сил (притяжение к Земле, к Луне и центробежная сила) равна нулю. Эти особые точки называют **точками либрации** или *точками Лагранжа*. Три из них (L_1, L_2 и L_3) лежат на прямой, соединяющей Луну и Землю (фиг. 3.3), а две другие (L_4 и L_5) – в углах равносторонних треугольников со стороной, равной расстоянию между Луной и Землей (A).

Расстояния спутников от Луны в долях величины A составят:

Точка либрации	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5
Расстояние от Луны	0,15	0,17	1,99	1,00	1,00



Фиг. 3.3. Точки равновесия в системе Земля-Луна.

3.44. Поскольку в течение суток Луна проходит относительно Солнца чуть больше 12°, то в тех случаях, когда момент новолуния приходится на полдень, мы можем перед восходом Солнца наблюдать старую Луну, а сразу после захода - молодую. Правда, и в том, и в другом случае она будет очень близка к Солнцу и потому труднонаблюдаема. Летом эти наблюдения проводить легче, поскольку моменты восхода и захода Солнца дальше отстоят друг от друга, что позволяет Луне удалиться от Солнца на больший угол: около 5°.

3.45. Столько раз, сколько она пересекает небесный экватор. В течение сидерического месяца ($27,32^d$) она делает это дважды. Значит в среднем 25 раз в течение года Луна видна в зените из

какой-нибудь точки экватора Земли.

3.46. Это летнее наблюдение, когда та часть эклиптики, вблизи которой проходит Луна в полнолуние, лежит южнее небесного экватора на $23,5°$. К тому же узлы лунной орбиты должны быть расположены так, чтобы в полнолуние Луна была на 5° ниже эклиптики.

3.47. Убедительное доказательство этому дал в 1630 г. Галилей в своих знаменитых "Диалогах о двух системах мира": "Своеобразный тусклый свет, наблюдаемый на Луне, в особенности когда она серпообразна, вызван отражением света Солнца от поверхности земли и моря, и свет этот виден тем ярче, чем тоньше серп, так как тогда больше и освещенная часть Земли, видимая с Луны, ...[поскольку] освещена всегда такая же часть Земли, обращенная к Луне, какая затемнена на Луне со стороны Земли; значит, чем тоньше серп Луны и чем соответственно больше ее затемненная часть, тем больше освещенная часть Земли, видимая с Луны, и тем сильнее отражение света." (с.64).

3.48. Поскольку размер лунной тени на поверхности Земли около 200 км, с Луны это темное пятно видно под углом

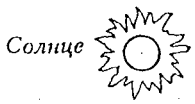
$$\alpha = 3438' \frac{200 \text{ км}}{384400 \text{ км}} = 1,8'.$$

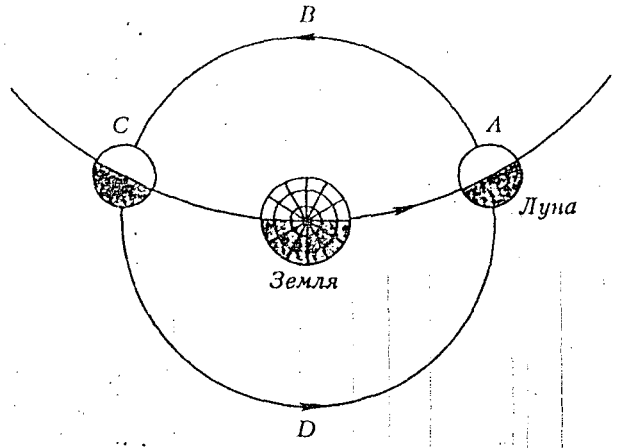
Для невооруженного глаза это пятно будет практически неразличимо. А полутень слишком светла, чтобы выделяться на фоне пятнистой поверхности Земли. Скорее всего лунные наблюдатели не заметят затмения.

3.49. За счет лунных либраций направление на центр Земли перемещается в течение месяца на несколько градусов. К тому же, суточное вращение Земли приводит к перемещению пункта приема на ее поверхности почти на 2° (угловой диаметр Земли при наблюдении с Луны) за 12 часов. Поэтому для антенны с узким лучом нужна система наведения.

3.50. Звезды равномерно восходят и заходят за горизонт, как на Земле, но с периодом 28 сут. Земля испытывает либрационные покачивания, на несколько дней показываясь и вновь прячась под горизонт.

3.51. Покрытия звезд и Солнца (солнечные затмения), морские приливы, излучение Луны в неоптических диапазонах (радио, ИК), радио-эхо от поверхности Луны, и т.д.





Фиг. 3.4. Где ночь длиннее?

3.52. Проведем рассуждения для центральных точек видимой и обратной стороны Луны. Равномерное вращение Луны вокруг оси, казалось бы, должно привести к одинаковой продолжительности ночи в любой точке ее диска. Однако в дело вмешивается орбитальное движение Луны, приводящее к параллактическому смещению Солнца, синхронному с его суточным движением (фиг. 3.4). В результате ночь на обратной стороне Луны оказывается немного длиннее, чем на видимой (сравните длину дуг ABC и CDA). Оценим эту разницу.

Амплитуда параллактического смещения Солнца составляет $3438' \times (384400 \text{ км} / 150 \text{ млн км}) = 8,8'$. На такой угол истинное Солнце оказывается ниже среднего в момент восхода на обратной стороне Луны и выше среднего - в момент захода. Обратное соотношение справедливо для видимой стороны. Значит полная разница в продолжительности ночи на видимой и обратной сторонах Луны составляет время, за которое в своем суточном движении Солнце на небе Луны проходит дугу в $4 \times 8,8' = 35'$. Это составляет около 1 час 10 мин (см. **3.28**).

3.53. Кустарник вообще невысок, а поскольку он, к тому же, был еще и отдаленным, то значит Луна только что показалась из-за горизонта. При этом ее свет испытывает сильное селективное поглощение в атмосфере ("красна") и претерпевает рефракцию, сжимающую изображение по вертикали ("широколица").

3.54. Поскольку Луна всегда обращена к Земле одной стороной, то на большей части ее видимого полушария Земля видна постоянно и никогда не заходит (а на обратной стороне Луны - не восходит). Однако в узкой области вдоль границы видимой и обратной стороны Луны Земля испытывает восходы и заходы из-за небольших покачиваний (либраций) Луны относительно направления на Землю, связанных с некруговой формой лунной орбиты и наклоном ее оси вращения к орбитальной плоскости. Поэтому строки Юлия Кима верны только для наблюдателей, находящихся в этой узкой области лунного шара.

3.55. На Плутоне.

~~~ ⋆ ~~~
~~~

4. ВИДИМОЕ ДВИЖЕНИЕ НЕБЕСНЫХ СВЕТИЛ

РЕШЕНИЯ

* * * ⊙ * * *

4.1. Ось вращения Урана лежит почти в плоскости его орбиты: планета вращается как бы лежа на боку. Вблизи каждого полюса можно было бы наблюдать, как Солнце, описывая спирали над горизонтом, на протяжении четверти уранова года поднимается ежедневно выше и выше, достигая зенита. Следующие четверть года Солнце по спирали приближается к горизонту и, наконец, заходит. Теперь в течение полугода будет полярная ночь. На экваторе смена дня и ночи происходит ежедневно и день равен ночи. Солнце там движется почти так же, как и на земном экваторе: разница в том, что на экваторе Земли оно в верхней кульминации может отстоять от зенита не более чем на $23,5°$, а на экваторе Урана оно дважды в год удаляется от зенита на $90°$ и там на некоторое время замирает у горизонта. Один раз в точке севера, а через полгода - в точке юга.

4.2. α Льва находится на эклиптике, и поэтому она имеет годичное смещение по прямой вдоль эклиптики в одну и другую сторону. Находясь близ полюса эклиптики, γ Дракона описывает путь, подобный орбите Земли, т.е. круг. Полярная, находящаяся близ полюса мира, и δ Ориона, лежащая на экваторе, описывают некоторые эллипсы.

4.3. Поскольку Луна движется недалеко от эклиптики, вблизи полнолуния зимой она находится там же, где Солнце летом, т.е. в северной части эклиптики. Поэтому Луна зимой повторяет дневной путь Солнца в разгар лета, т.е. поднимается высоко над горизонтом.

4.4. 22 декабря – день зимнего солнцестояния. Солнце находится в созвездии Стрельца. Луна (полнолуние) в противоположном ему созвездии Близнецов. Там же находися и Юпитер – в противостоянии.

4.5. Поскольку видна Полярная звезда, плот находится к северу от экватора. В таком случае Ю.Крест может быть виден только вблизи верхней кульминации. Поскольку его южная грабница имеет склонение около $-65°$, он появляется над горизонтом на широтах южнее $25°$ с.ш. Но учтя, что для надежной видимости светило должно подниматься над горизонтом не менее, чем на $5°$, искомый диапазон широт сужается до интервала $5° \div 20°$. (Мы не учитываем, что Полярная отстоит от полюса на $1°$.)

Теперь определим сезон. В момент полуночной кульминации Ю.Креста прямое восхождение Солнца равно $12,5^h + 12^h = 0,5^h$. Учитывая, что 24^h Солнце проходит за год, а отсчет прямого восхождения начинается от точки весеннего равноденствия, находим, что Солнце имеет $\alpha = 0,5^h$ через неделю после дня весеннего равноденствия (21 марта), т.е. в конце марта. Однако кульминация Ю.Креста могла наблюдаться не в полночь, а в любой момент темного времени суток, скажем, с 20 до 4 час местного времени. Поэтому мы должны расширить диапазон прямых восхождений на $\pm 4^h$, что равносильно диапазону времени ± 2 месяца. Значит событие могло происходить с первых чисел февраля по конец мая.

В действительности (см.: С.Каллахэн "**В дрейфе**", Л., Гидрометеоиздат, 1990, с. 127), плот находился на $18°$ с.ш. в начале марта. Значит яхтсмен проводил свои наблюдения в первой по-

ловине ночи, около 22^h , что вполне естественно.

4.6. Вблизи экватора Солнце в течение дня сильно изменяет свою высоту, но длительное время сохраняет азимут. Поэтому для поддержания постоянной освещенности в комнате вертикальные жалюзи нужно настроить один раз и в дальнейшем можно не регулировать. На средних же широтах днем Солнце движется по азимуту, почти не изменяя своей высоты, поэтому горизонтальные жалюзи там предпочтительнее.

4.7. Может, если суточное вращение планеты и ее обращение вокруг Солнца происходят в одном направлении и с близкими периодами. Например, на Меркурии, где продолжительность суточного периода (т.е. звездные сутки) составляет 2/3 орбитального периода (т.е. года), солнечные сутки длятся 2 меркурианских года, а световой день – 1 год. Если бы суточный и орбитальный периоды совпадали, то смена дня и ночи вообще прекратилась бы.

4.8. Относительно звезд Амальтея будет двигаться от запада к востоку со скоростью 30° в час. За это время планета повернется на угол 36° в том же направлении. Таким образом, спутник переместится за час к точке запада на 6° . Поэтому движение спутника относительно горизонта будет очень медленным: полный суточный оборот за 60 часов.

Поскольку плоскость орбиты спутника совпадает с плоскостью экватора планеты, спутник будет восходить в точке востока, проходить через зенит и заходить в точке запада. Благодаря совпадению плоскости орбиты спутника с эклиптикой он будет перемещаться по зодиакальным созвездиям.

4.9. Если считать продолжительностью дня время от восхода до захода Солнца, то всюду на планете она была бы неизменной и равной 12 часам независимо от сезона. Только на полюсах был бы вечный день (а почему?).

4.10. На земном небе суточное движение Солнца и звезд, с одной стороны, и годичное движение Солнца, - с другой, происходят в разных направлениях, поэтому солнечные сутки чуть длиннее звездных. У Венеры направление орбитального движения совпадает с земным, но направление суточного вращения противоположно ему; поэтому суточное и годовое движение Солнца происходит там в одну сторону. Значит Солнце заходит раньше тех звезд, с которыми оно взошло, и солнечные сутки длятся короче звездных.

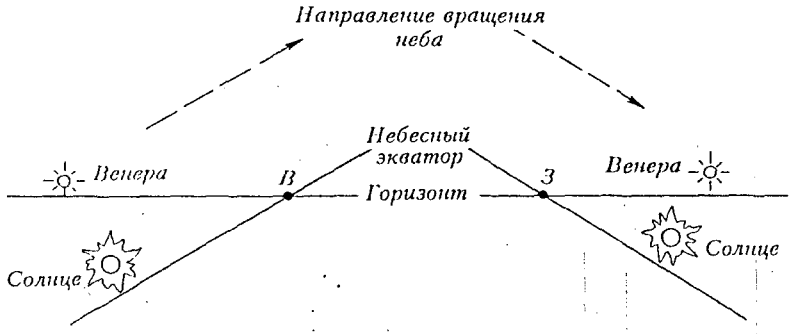
Для Земли эта разница невелика, поскольку год и сутки сильно различаются по продолжительности: сутки приблизительно в 365 раз короче года, поэтому разница в продолжительности солнечных и звездных суток также составляет 1/365 от их продолжительности, т.е. 4^m. У Венеры год (225^d) близок к периоду вращения, т.е. к звездным суткам (243^d). Поэтому солнечные сутки (117^d) там существенно короче звездных.

4.11. Плоскость колец, совпадающая с экваториальной плоскостью Сатурна, имеет неизменное направление в пространстве. В результате орбитального движения планеты эта плоскость дважды за сатурнианский год ($29,5^a$) проходит через Солнце и группу близких к нему планет, к которым относится и Земля. Поэтому периоды невидимости колец повторяются примерно через 15 лет.

4.12. Существует: это есть не что иное, как годичный оборот Солнца по эклиптике. Правда, формулы, связывающие годичный параллакс и расстояние далеких звезд, неприменимы для Солнца, поскольку для него не выполняется упрощающее предположение о малости углов.

4.13. Двойная видимость Венеры возможна в средних широтах в том случае, если вблизи момента нижнего соединения Венеры с Солнцем склонение планеты существенно отличается от склонения Солнца. Например, весной 1977 г. склонение Ве-

неры было на 16° больше, чем у Солнца. Поэтому в средних северных широтах планета восходила несколько раньше, а заходила немного позже Солнца и была видимой вблизи горизонта как утром, так и вечером (фиг. 4.1). Такая двойная видимость Венеры очень кратковременна: при чистом горизонте она обычно не превышает одного часа.



Фиг. 4.1. Венера видна утром и вечером!

4.14. По отношению к Меркурию Земля является верхней планетой и поэтому периодически бывает в соединении, противостоянии и квадратурах. Период смены этих конфигураций Земли равен синодическому периоду обращения Меркурия, наблюдаемому с Земли, т.е. в среднем 116^{d}. По отношению к Марсу Земля является нижней планетой и поэтому периодически бывает в верхнем и нижнем соединениях с Солнцем и в наибольших элонгациях. Период повторения этих конфигураций равен синодическому периоду обращения Марса и в среднем составляет 780^{d}. Если $a_\oplus$ и a_{Ma} – большие полуоси орбит Земли и Марса, то среднее значение наибольшей элонгации Земли для Марса составляет

$$\Lambda = \arcsin\left(\frac{a_\oplus}{a_{\mathrm{Ma}}}\right) = \arcsin\left(\frac{1\text{ а.е.}}{1{,}524\text{ а.е.}}\right) = 41°.$$

Большая полуось орбиты Меркурия $a_{\mathrm{Me}} = 0{,}387$ а.е., а эксцентриситет $e_{\mathrm{Me}} = 0{,}206$. Значит афелийное расстояние этой планеты

$$Q_{\mathrm{Me}} = a_{\mathrm{Me}}(1 + e_{\mathrm{Me}}) = 0{,}467\text{ а.е.} = 70\text{ млн км},$$

а ее наименьшее расстояние от Земли $r_{\min} = 1$ а.е.$-Q = 80$ млн км. Поскольку большая полуось лунной орибты $a_{\mathrm{C}} = 384400$ км, а эксцентриситет $e_{\mathrm{C}} = 0{,}055$, то апогейное расстояние Луны составляет

$$Q_{\mathrm{C}} = a_{\mathrm{C}}(1 + e_{\mathrm{C}}) = 405500\text{ км}.$$

С Меркурия это расстояние видно под углом (в радианах) $\alpha = Q_{\mathrm{C}}/r_{\min} = 0{,}0051$ или, в градусной мере, $\alpha = 206265'' \cdot 0{,}0051 = 1045'' = 17'$. Это примерно равно радиусу лунного диска, наблюдаемого с Земли.

Учитывая эксцентриситет марсианской орбиты $e_{\mathrm{Ma}} = 0{,}0934$, легко найти перигелийное расстояние планеты:

$$q_{\mathrm{Ma}} = a_{\mathrm{Ma}}(1 - e_{\mathrm{Ma}}) = 1{,}382\text{ а.е.},$$

а ее наименьшее расстояние от Земли (в великом противостоянии)

$$r_{\min} = q_{\mathrm{Ma}} - a_\oplus = 0{,}382\text{ а.е.} = 57\text{ млн км}.$$

С такой дистанции наибольшее угловое расстояние Луны от Земли составляет $\alpha = Q_{\mathrm{C}}/r_{\min} = 0{,}0071$ рад $= 24'$.

4.15. Долготой дня считается промежуток времени между моментами появления и исчезновения за горизонтом верхнего края Солнца. С учетом углового радиуса Солнца ($16'$) и атмосферной рефракции у горизонта ($35'$) мы видим, что центр солнечного диска находится на $51'$ ниже горизонта, когда верхний край Солнца виден на линии горизонта. На широте Москвы ($\varphi = 56°$) небесный экватор пересекает линию горизонта под углом 34°. Следовательно, чтобы опуститься на $51'$ по вертикали, Солнце вместе с небесной сферой должно пройти путь $51'/\sin 34° = 91'$.

Для этого требуется $24^h \cdot 91'/360° = 6^m$. Значит долгота дня увеличится на 12 минут.

А куда девать еще 2 минуты? Частично это ошибки округления, а частично – реальный астрономический эффект. Дело в том, что истинный момент равноденствия в 1990 г. наступил приблизительно в полночь по московскому времени с 20 на 21 марта. Значит к моменту захода 21 марта Солнце уже прошло по эклиптике около $45'$ и поднялось над экватором на $45' \cdot \sin 23,5° = 18'$. Небесной сфере требуется повернуться на угол $18' \cdot \operatorname{tg} 34° = 27'$, чтобы реальный центр Солнца, а не его проекция на небесный экватор, пересек горизонт. Для этого необходимо время $24^h \cdot 27'/360° = 1,8$ минуты.

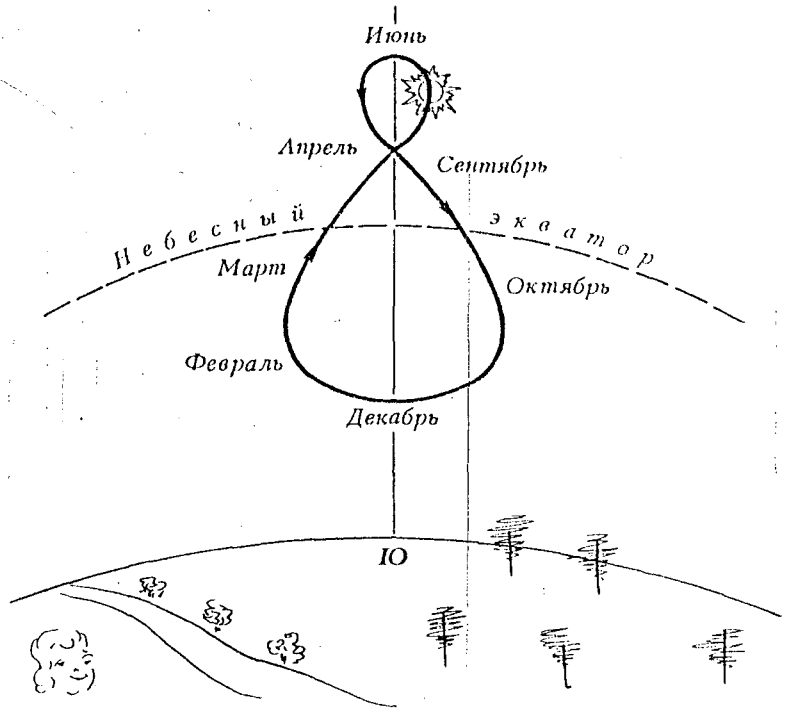
4.16. Анализ показывает, что без телескопа и часов заметить, что Луна – спутник другой, более массивной планеты, практически невозможно. Вот некоторые эффекты, которые позволяют это сделать:

а) в результате орбитального движения Луны периодически изменяется видимый диаметр Солнца – за 2 недели он меняется на $9''$ (т.е. на 0,5%). Освещенность лунной поверхности меняется при этом на 1%, что невозможно заметить на глаз.

б) с расстояния в 1 а.е. (это типичное расстояние до Венеры и Марса) угловой радиус лунной орбиты составляет около $9'$. Таков будет лунно-суточный (т.е. месячный) параллакс этих планет для наблюдателей на Луне. Проявляться он будет в петлеобразном движении планет, знакомом и земным астрономам. Радиус месячных петель для лунных астрономов составит около $9'$, что может быть замечена лишь с помощью телескопических измерений положения планет. Однако лунный наблюдатель не сможет проследить всю петлю целиком: поскольку ось вращения Луны почти перпендикулярна эклиптике, каждая планета видна там лишь половину суток.

в) связанное с параллактическим движением изменение угловой скорости перемещения планет можно оценить, сравнив орбитальную скорость Луны и планеты: для Марса и Венеры, имеющих заметный параллакс, это составит порядка (1 км/с)/(30 км/с) = 3%.

г) при наличии сейсмографа можно заметить, что лунотрясения усиливаются с месячной периодичностью. Это косвенно свидетельствует о периодическом приближении к массивному телу.



Фиг. 4.2. "Средненолуденные" положения Солнца. Задача 4.17.

д) возмущения в движении пролетающих мимо Луны астероидов в 82 раза сильнее, чем это было бы при отсутствии рядом с Луной Земли.

Как видим, все эффекты слабы и требуют тщательных на-

блюдений. Вероятно цивилизация обратной стороны Луны значительно раньше заметила бы Землю непосредственно во время селенографических экспедиций на видимую сторону Луны.

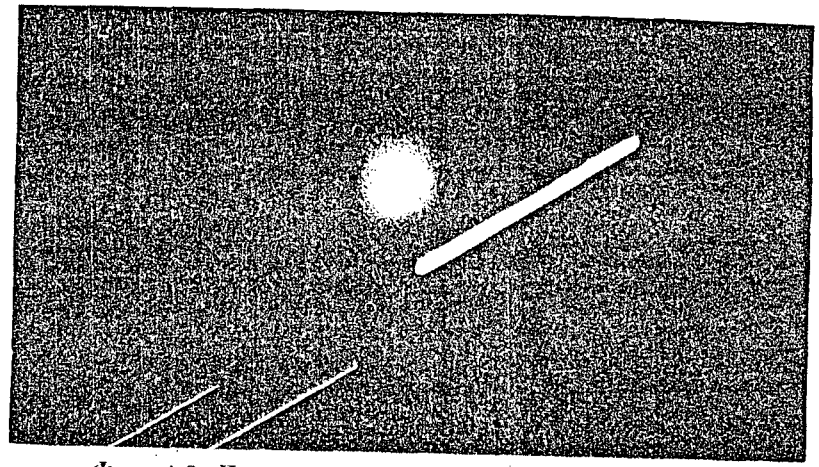
4.17. Эта траектория напоминает восьмерку, вытянутую вдоль небесного меридиана и заключенную между полуденной высотой Солнца в дни летнего и зимнего солнцестояния. Следовательно, протяженность этой "восьмерки" 47°. А ее ширина легко определяется из амплитуды уравнения времени: максимальное опережение или отставание истинного солнечного времени от среднего составляет ±15 мин, именно на такой часовой угол Солнце будет отклоняться от меридиана в моменты максимального уравнения времени. Собственно говоря, нарисованная Солнцем "восьмерка" есть не что иное, как еще одна форма представления уравнения времени (фиг. 4.2).

4.18. Великими называют такие противостояния, в период которых Марс находится в районе перигелия своей орбиты, имеющей довольно большой эксцентриситет (0,093). Орбиту же Земли можно считать практически круговой. Поскольку ориентация орбит в пространстве меняется чрезвычайно медленно, великие противостояния происходят приблизительно при одном и том же положении на своей орбите как Земли, так и Марса. С другой стороны, времена года на планете почти жестко привязаны к ее положению на орбите (*почти*, потому что прецессия земной оси постепенно изменяет эту связь). Вот почему великие противостояния Марса в течение нескольких тысячелетий приходятся на один и тот же сезон года. На какой же?

Эклиптическая долгота перигелия марсианской орбиты равна 336°. Поскольку она отсчитывается от точки весеннего равноденствия с запада на восток, то Марс, проходя перигелий, не достигает на 24° точки весны, т.е. Солнце в момент великого противостояния не достигает на 24° точки осеннего равноденствия. Очевидно, что это бывает в районе 1 сентября.

Но поскольку орбитальные периоды Земли и Марса не кратны друг другу, то и противостояния каждый раз происходят в различные даты. Сидерический период Марса равен $T_{\text{сид}} = 687^{\text{d}}$, а средний синодический период $T_{\text{син}} = 780^{\text{d}}$ ("средний" потому, что Марс движется неравномерно по своей эллиптичной орбите). Поэтому каждые 2 земных года происходит противостояние, но оно наступает позже предыдущего на $780 - 365 \cdot 2 = 50$ суток. Великими называют те противостояния, которые происходят в августе – сентябре. Поэтому средний интервал между последующими великими противостояниями равен $780/50 \approx 16$ лет. В действительности он колеблется от 15 до 17 лет.

Минимальное расстояние между Землей и Марсом в перигелийных (**великих**) противостояниях составляет 56 млн км, а в афелийных достигает 100 млн км.



Фиг. 4.3. Перемещение кометы на фоне звезд.

4.19. По внешнему виду различить их практически невозможно. Только перемещение кометы среди звезд доказывает, что это объект Солнечной системы (фиг. 4.3; см. также рис. к задаче 8.54).

4.20. Если считать, что сам Марс движется в плоскости

эклиптики, то на $90° - 65° = 25°$.

4.21. Весной Солнце вблизи точки весеннего равноденствия, значит сразу после заката в северном полушарии эклиптика лежит на небе существенно выше небесного экватора и под большим углом пересекает горизонт. Поэтому Луна в равных фазах (т.е. на равном угловом расстоянии по эклиптике от Солнца) весной после заката Солнца наблюдается выше над горизонтом, чем осенью, и легче может быть замечена. Особенно сильно этот эффект проявляется в высоких северных широтах, где небесный экватор проходит недалеко от горизонта. В южном полушарии аналогичное явление наблюдается через полгода.

4.22. 22 декабря Солнце находится в точке зимнего солнцестояния. Поскольку Марс в противостоянии, то он в это время находится близ точки летнего солнцестояния (в созвездии Близнецов). Верхняя кульминация этой точки 22 декабря происходит в истинную солнечную полночь. Склонение этой точки $\delta = +23,5°$. Следовательно Марс будет кульминировать на высоте $90° - \varphi + \delta = 57,5°$.

4.23. Эта задача аналогична предыдущей. Юпитер находится в созвездии Стрельца и кульминирует в полночь на высоте около $10,5°$.

4.24. По формуле, связывающей синодический и сидерический периоды обращения

$$\frac{1}{T_{\text{син}}} = \frac{1}{1\text{ год}} - \frac{1}{T_{\text{сид}}},$$

находим $T_{\text{сид}} \simeq 8$ лет. Применив Третий закон Кеплера: $T_{\text{сид}}^2 = a^3$, где период $T_{\text{сид}}$ выражен в годах, а большая полуось орбиты a – в астрономических единицах, находим, что $a \simeq 4$ а.е. Очевидно, это малая планета – астероид.

4.25. Весной Солнце находится вблизи точки весеннего равноденствия, значит Луна имеет наибольшее склонение в первой четверти, когда она проходит вблизи точки летнего солнцестояния.

4.26. Если речь идет о Северном полюсе мира, то звезда будет незаходящей там, где высота полюса (равная широте места) больше, чем 45°. Это С.-Петербург и Архангельск. Если речь идет о Южном полюсе мира, то звезда будет невосходящей в С.-Петербурге и Архангельске, но может появляться у горизонта Ялты и Ташкента.

4.27. Незаходящие звезды имеют склонение $\delta \geq 90° - \varphi$, а условием верхней кульминации является $\delta = \varphi$. Объединяя эти два неравенства, получим решение задачи: $\varphi \geq 45°$.

4.28. Если суточное вращение и орбитальное обращение планеты происходят с одинаковым периодом и в одном направлении.

4.29. Солнце быстрее всего движится по эклиптике в первых числах января, когда Земля проходит через перигелий орбиты. В этот период Солнце находится в созвездии Стрельца и в зодиакальном знаке Козерога (как известно, за 2 тыс лет, прошедшие с момента канонизации астрологии в трудах Птолемея, в результате прецессии накопилось расхождение между положением созвездий и точки весеннего равноденствия, к которой привязаны знаки Зодиака). Значит через знак Козерога Солнце проходит наиболее быстро (на 2 суток быстрее, чем через летний знак Рака).

4.30. Ясно, что учитывать атмосферную рефракцию в этой задаче не нужно: она может изменить момент, но не продолжительность восхода или захода. На экваторе Солнце пересекает горизонт почти под прямым углом. Диаметр Солнца $0,5°$, его угловая скорость суточного вращения $360°/24^{\text{h}} = 15°$ в час, значит восход длится (0,5/15) часа, т.е. 2 минуты.

На полюсе суточное вращение не перемещает Солнце относительно горизонта, поэтому нужно рассматривать движение Солнца по эклиптике. Солнце пересекает горизонт (как и небесный экватор) под углом $23,5°$ с угловой скоростью $360°$/год. Значит его вертикальная скорость составляет $360° \sin 23,5°$/год $= 0,4°$/сут. Следовательно, восход или заход Солнца на полюсе продолжается чуть более суток.

4.31. На больше части видимой стороны Луны Земля не испытывает восходов и заходов – она видна постоянно. Но вблизи границы видимого и обратного полушарий Луны может наблюдаться пересечение Землей горизонта. Дело в том, что Луна испытывает небольшие колебания относительно направления на центр Земли – либрации. Либрации по долготе ($\pm 7°54'$) возникают потому, что вокруг своей оси Луна вращается с постоянной скоростью, а по эллиптической орбите вокруг Земли – с переменной. Либрации по широте ($\pm 6°50'$) происходят вследствие наклона лунного экватора к плоскости лунной орбиты. Поскольку диаметр земного диска на лунном небе около $2°$, то в узком поясе лунной поверхности вдоль границы ее полушарий будут ежемесячно наблюдаться восходы и заходы Земли.

Их продолжительность в районе лунного экватора можно оценить по амплитуде долготных либраций (широтные в данном случае не имеют значения). Путь, проходимый Землей на лунном небе за месяц, составляет около $4 \times 7°54' = 31,6°$, следовательно, средняя угловая скорость Земли около $1°$ в сутки. Значит земной диск будет пересекать линию лунного горизонта около 2 суток.

4.32. В этот день Солнце восходит в точке востока, поднимается по большому вертикальному кругу и положение среднего солнца совпадает с положением истинного Солнца. Значит в момент затмения высота Солнца $45°$.

4.33. Судя по описанию, Солнце только что скрылось за горизонтом, значит полная Луна должна была только что появиться из-за горизонта и никак не могла быть видна "в высоте".

Можно решить задачу и более формально. В мае Солнце уже прошло по склонению более половины расстояния между точками весеннего равноденствия (23 марта $\delta = 0°$) и летнего солнцестояния (22 июня $\delta = 23,5°$). Действительно, в Астрономическом календаре можно увидеть, что после 1 мая склонение Солнца $\delta_\odot > 15°$. Значит склонение Луны в полнолуние с учетом наклона ее орбиты к эклиптике будет $\delta_\subset \le -15° \pm 5° \le -10°$. Учитывая широту Москвы ($\varphi \simeq 56°$), вычислим максимальную высоту небесного экватора над горизонтом: $h_э = 90° - 56° = 34°$. Следовательно Луна в период майского полнолуния вообще не поднимается над горизонтом более, чем на высоту

$$h_\subset = h_э + d_\subset \le 34° - 10° = 24°.$$

Тем более, сразу после захода Солнца, пока небо еще не потемнело, т.е. в период гражданских сумерек ($0° \ge h_\odot \ge -6°$) высота полной Луны $h_\subset \le 6°$. И даже если Луна наблюдается не точно в фазе полнолуния, а до него осталось 2-3 дня, ее высота в момент захода Солнца не более, чем $24° \cdot (3/7) \approx 10°$, а к окончанию гражданских сумерек $h_\subset \le 16°$. Таким образом, вблизи полнолуния весенним вечером в Москве Луна не поднимается высоко над горизонтом.

4.34. Это заход молодой Луны в средних широтах Северного полушария или восход старой Луны в средних широтах Южного полушария.

4.35. По известной формуле находим, что сидерический период составляет

$$T_{сид} = \frac{T_{сид}}{T_{син} - 1 \text{ год}} = 5 \text{ лет}.$$

Большая полуось орбиты определяется из Третьего закона Кеплера:

$$a = T^{2/3} = 2,92 \text{ а.е.}$$

Следовательно, расстояние перигелия может составлять от 0 до 2,92 а.е., а расстояние афелия - от 2,92 до 5,84 а.е. при условии, что в сумме они составляют 5,84 а.е. По таблице орбитальных элементов планет легко определить, что наше небесное тело может двигаться между орбитами: Меркурия и Юпитера, Меркурия и Сатурна, Венеры и Юпитера, Земли и Юпитера, Марса и Юпитера.

4.36. Прямое суточное движение Солнца с востока на запад происходят из-за вращения Земли практически с постоянной скорсотью. Обратное движение Солнца связано с орбитальным обращением Земли, угловая скорость которого меняется в течение года: она минимальна в конце июня, когда Земля в афелии, и максимальна в конце декабря, когда Земля в перигелии. Следовательно, продолжительность видимых солнечных суток также максимальна в конце декабря и минимальна в июне.

4.37. Солнце восходит в день осеннего равноденствия и движется почти параллельно горизонту, делая за сутки один обороти постепенно увеличивая высоту вследствие годичного движеия по эклиптике. Это продолжается до зимнего солнцестояния. Затем высота начинает уменьшаться, и в день весеннего равноденствия Солнце заходит.

Решая эту задачу, некоторые полагают, что на Южном полюсе в течение суток Солнце движется от западной части горизонта к восточной. Здесь сразу две ошибки: во-первых, при наблюдении с Южного, как и с Северного полюса понятия "западная" и "восточная" части горизонта бессмыслены; во-вторых, где бы вы ни находились – в Северном или Южном полушариях, – если встать лицом к северу, то восток всегда будет справа, а запад слева, и светила всегда будут восходить на востоке, а заходить на западе. На полюсах можно указать лишь направление суточного движения светил для наблюдателя, смотрящего, например, в зенит: по часовой стрелке – на Южном полюсе и против часовой стрелки – на Северном.

4.38. Считая, что отраженный луч шел горизонтально, а угол падения на отражающую поверхность равен углу отражения, получаем высоту Солнца над горизонтом: $30° + 30° = 60°$. Очевидно, что Солнце было на юге, т.е. вблизи верхней кульминации. В этот день его высота над экватором $23,5°$, значит высота экватора над горизонтом $60° - 23,5° = 36,5°$. Отсюда широта места $\varphi = 90° - 36,5° = 53,5°$.

4.39. Для ответа достаточно вписать в таблицу верные цифры:

Буквы вопросов	а	б	в	г	д	е
Цифры ответов	3	5	4	1,2,3	5	1

4.40. 12^h:

~~~ ★ ~~~
~~~

5. ВРЕМЯ И КАЛЕНДАРЬ

РЕШЕНИЯ

* * * ⊙ * * *

5.1. Земля с разной скоростью движется по орбите вблизи перигелия и афелия. Поэтому от весеннего равноденствия (21 марта), которое будем считать за начало дня на Северном полюсе, до осеннего равноденствия (23 сентября), принимаемого за конец северного полярного дня, проходит 186 суток, а от 23 сентября до 21 марта (день на Южном полюсе) - 179 суток.

5.2. Это утверждение, строго говоря, неверно. Во-первых, рефракция ведет к тому, что Солнце восходит несколько раньше и заходит позже, чем это было бы при отсутствии атмосферы. Продолжительность дня поэтому увеличивается, и момент равенства дня и ночи сдвигается. Во-вторых, в один и тот же физический момент времени в различных точках земного шара, в связи с местным временем, бывают разные даты. Наконец, наступление равноденствия (т.е. момента прохождения центра солнечного диска через точку пересечения экватора и эклиптики) не происходит в один и тот же день в связи с тем, что календарный год только в среднем равен тропическому, и истинная длина года выражается не целым числом дней.

5.3. Для такой проверки надо знать уравнение времени на данный день, долготу пункта наблюдения и номер пояса, в котором находится пункт. Разумеется, при этом нужно учитывать,

что в некоторых странах поясное время изменено специальным законом – декретом. Так, многие годы в СССР к поясному времени прибавлялся декретный час. Формула перехода от истинного солнечного времени к декретному: $T_Д = T_С + \eta + n$. Здесь $T_Д$ – искомое декретное время, $T_С$ – солнечное время, η – уравнение времени (сумма алгебраическая, учитывая знак разности "среднее время минус истинное") и n – поправка для перехода от местного к декретному времени, определяемая на основе разности долгот срединного меридиана пояса и пункта наблюдения, а также учитывающая все административные "сдвиги" времени ($+1^h$ декретный, $+1^h$ летний).

5.4. 20 марта в 18 часов в Москве Солнце еще не зашло, звезд не видно и явление наблюдать невозможно. В Комсомольске-на-Амуре Плеяды уже находятся под горизонтом и поэтому наблюдать их покрытие здесь также невозможно. Можно наблюдать покрытие лишь в Екатеринбурге. 20 марта день весеннего равноденствия. Солнце находится от Плеяд к западу всего лишь на 3 часа по прямому восхождению. Луна имеет вид узкого серпа и покрытие звезд происходит темным ее краем.

5.5. Прежде всего, это пункт на экваторе, имеющий одинаковую с Гринвичем долготу (0°). А также все прочие точки, лежащие на утренней половине терминатора, который представляет большой круг, проходящий через этот пункт и точку земной поверхности с широтой $+66,5°$ и западной долготой 90° (и, разумеется, диаметрально противоположную ей точку с широтой $-66,5°$ и восточной долготой 90°).

5.6. Алголь должен находиться в верхней кульминации в момент, определяемый его прямым восхождением - в 3^h05^m звездного времени, то есть через 3^h05^m после верхней кульминации точки весеннего равноденствия. В день весеннего равноденствия точка весны проходит верхнюю кульминацию точно в местный полдень. Затем через каждый день она делает это на 3^m56^s раньше

ше. 11 апреля, – через 21 день после равноденствия, – верхняя кульминация точки весны происходит на $83^{\rm m}$ раньше полудня, а Алголь, следовательно, кульминирует через $1^{\rm h}42^{\rm m}$ после истинного полудня. Пренебрегая уравнением времени (оно в середине апреля превращается в нуль) и учитывая округленную разность между декретным и местным временем (для Москвы $30^{\rm m}$ зимой и $1^{\rm h}30^{\rm m}$ летом), устанавливаем, что верхняя кульминация Алголя 11 апреля происходит в $15^{\rm h}12^{\rm m}$ московского времени, а нижняя, соответственно, в четвертом часу ночи.

5.7. С учетом декретного времени московское время отличается от всемирного на $\Delta T_{\rm З} = 3^{\rm h}$ зимой и на $\Delta T_{\rm Л} = 4^{\rm h}$ летом. Поэтому в момент московского времени $T_{\rm M} = 10^{\rm h}$ в Гринвиче будет $T_{\odot} = 7^{\rm h}$ зимой или $T_{\odot} = 6^{\rm h}$ летом. Следовательно, полдень наступит на восточной долготе $\lambda = 15^{\circ}\ (12^{\rm h} - T_{\odot}) = 75^{\circ}$ зимой или $= 90^{\circ}$ летом.

5.8. Формально, используя Третий закон Кеплера, найдем:

$$P = 2\pi \left(\frac{R^3}{GM}\right)^{1/2} \propto R^{3/2}.$$

Если радиус орбиты (R) возрастет вчетверо, то орбитальный период (P) увеличится в $4^{3/2} = 8$ раз. В году при этом будет 1,5 месяца. Однако при увеличении радиуса орбиты Луны возрастает влияние на нее солнечного притяжения: разность гравитационных ускорений Луны и Земли по отношению к Солнцу может стать больше, чем ускорение Луны по отношению к Земле, тогда наша планета потеряет своего спутника. Это известный приливный эффект, а критическое расстояние от планеты, дальше которого ее спутник будет разрушен действием солнечного притяжения, называется радиусом приливной устойчивости (r_t). Оценим его величину. Разность ускорений по отношению к центру Земли на орбите радиуса r_t составляет

А разница ускорений двух тел к центру Солнца (Δa), удаленных соответственно на расстояния R_1 и R_2 от него, составляет

$$\Delta a = GM_{\odot}\left(\frac{1}{R_1^2} - \frac{1}{R_2^2}\right).$$

Поскольку предполагается, что $\Delta R = (R_1 - R_2) \ll R_{\rm ср} = (R_1 + R_2)/2$, то в формуле для Δa можно заменить R_1 и R_2 на $R_{ср}$, тогда

$$\Delta a = \frac{2GM_{\odot}\Delta R}{R_{\rm ср}^3}.$$

По определению, при $\Delta R = r_t$ должно быть $\Delta a = a$, следовательно

$$\frac{GM_{\oplus}}{r_t^2} = \frac{2GM_{\odot}r_t}{R_{\rm ср}^3},$$

откуда получаем оценку для радиуса приливной устойчивости:

$$r_t = R_{\rm ср}\left(\frac{M_{\oplus}}{2M_{\odot}}\right)^{1/3}.$$

Подставляя значения масс Земли и Солнца и взяв $R_{\rm ср} = 1$ а.е., получим $r_t = 0,0115$ а.е. А радиус лунной орбиты $r_{\subset} = 384400$ км $= 0,00257$ а.е. Следовательно $4r_{\subset} = 0,0103 \simeq r_t$. Практически это означает, что движение Луны будет неустойчивым и на такой орбите она долго находиться не сможет.

5.9. Каждая кульминация неподвижных светил наступает на $3^{\rm m}56^{\rm s}$ раньше, чем в предыдущий день (отличие звездных суток от солнечных). Поэтому за 8 дней набегает разница в $3^{\rm m}56^{\rm s} \times 8 = 31^{\rm m}28^{\rm s}$. Значит кульминация произойдет в $19^{\rm h}28^{\rm m}32^{\rm s}$.

5.10. Экспедиция Фернана Магеллана в 1519-1522 гг., двигаясь в западном направлении, впервые обогнула Землю. Когда участники экспедиции вернулись на родину, то обнаружили, что разошлись в счете дней и чисел месяца с оставшимися на берегу жителями ровно на одни сутки: моряки "потеряли" эти сутки,

Дело в том, что путешественники, продвигаясь на запад, везде жили по местному солнечному времени, которое отстает от времени точки старта экспедиции. Постепенно подводя стрелки своих часов назад, к концу кругосветного путешествия моряки недосчитались одних суток. Если бы они двигались на восток, то им бы пришлось переводить часы вперед и одни сутки оказались бы лишними.

Поясного времени тогда не существовало, но его введение после 1884 г. не изменило ситуацию в принципе: разница лишь в том, что теперь, путешествуя на большие расстояния по долготе, нам приходится переводить часы вперед или назад на целое число часов, не меняя счет минут и секунд.

Во избежание ошибок в счете дней на поверхности Земли установлена линия перемены дат. Согласно международному соглашению она проходит по малонаселенным областям Северного ледовитого и Тихого океанов вблизи меридиана 180°, отступая от него к западу – у островов Врангеля и Алеутских, к востоку – у полуострова Чукотка, островов Фиджи, Самоа, Тонгатабу, Кермадек и Чатам.

К западу от линии перемены даты число месяца всегда на единицу больше, чем к востоку от нее. Поэтому после пересечения этой линии с запада на восток необходимо уменьшить календарное число, а после пересечения с востока на запад – наоборот, увеличить на единицу. Это должен делать любой путешественник, который желает, чтобы его личный календарь совпадал с календарем той местности, где он в данный момент находится. Не имеет значения, передвигается ли он медленно – по морю, или быстро – по воздуху. А космонавт?

У него все гораздо проще. Он так стремительно пересекает часовые пояса, что ему нет смысла жить по местному солнечному времени и каждые несколько минут переводить стрелки часов. Поэтому космонавты живут по времени места старта (российские космонавты – по зимнему московскому времени). Следовательно, космонавт прибудет на Землю 10 марта в 11 час 30 мин.

5.11. Запрещенная для наблюдений зона небесной сферы есть внутренняя часть малого круга радиусом 60°, центр которого совпадает с мгновенным положением Солнца. Максимальная продолжительность невидимости источника будет при пересечении им этого круга по диаметру с угловой скоростью движения Солнца по эклиптике. Это составляет $365^{\mathrm{d}} \times 120^\circ/360^\circ \simeq 122^{\mathrm{d}}$ или около 4 месяцев. Именно такова минимальная продолжительность экспедиции.

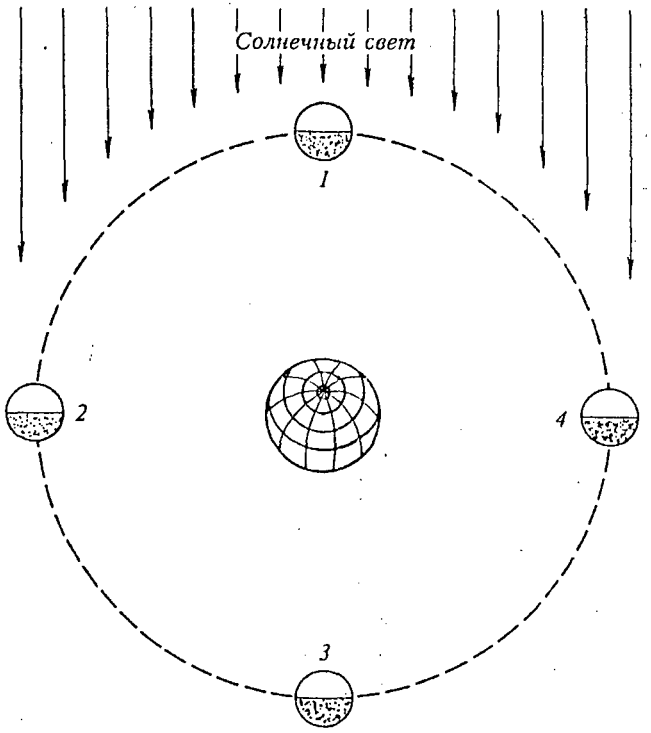
5.12. В 1983 г. московское (декретное зимнее) время опережало гринвичское (всемирное) время на 3^{h}, следовательно, астрономическая весна в Москве началась в $4^{\mathrm{h}}39^{\mathrm{m}} + 3^{\mathrm{h}} = 7^{\mathrm{h}}39^{\mathrm{m}}$. В этот момент Солнце проходило через точку весеннего равноденствия и звездное время было равно $12^{\mathrm{h}}00^{\mathrm{m}}$. Полдень в Москве наступил через $12^{\mathrm{h}} - 7^{\mathrm{h}}39^{\mathrm{m}} = 4^{\mathrm{h}}21^{\mathrm{m}}$. За этот интервал среднего солнечного времени прошло $4^{\mathrm{h}}21^{\mathrm{m}} + 10^{\mathrm{s}} \times 4,4 \simeq 4^{\mathrm{h}}22^{\mathrm{m}}$ звездного времени. Значит в московский полдень будет $12^{\mathrm{h}} + 4^{\mathrm{h}}22^{\mathrm{m}} = 16^{\mathrm{h}}22^{\mathrm{m}}$ звездного времени.

5.13. Поскольку солнечные сутки длиннее звездных на $3^{\mathrm{m}}57^{\mathrm{s}}$ звездного времени, часы покажут $8^{\mathrm{h}}56^{\mathrm{m}}03^{\mathrm{s}} + 3^{\mathrm{m}}57^{\mathrm{s}} = 9^{\mathrm{h}}00^{\mathrm{m}}00^{\mathrm{s}}$.

5.14. Судя по всему, автор этой фразы вообще не был на Северном полюсе: в середине полярной ночи Солнце находится там глубоко под горизонтом, а "узенький серпик Луны" всегда расположен недалеко от Солнца и, следовательно, также не виден.

5.15. Смена дня и ночи на видимой и обратной сторонах Луны происходит в точках 2 и 4 ее орбиты (фиг. 5.1), одинаково удаленных от Солнца. Значит и угловой размер Солнца в этих точках будет одинаковым. Следовательно, и восход верхнего края Солнца над лунным горизонтом будет одинаково опережать восход его центра в этих точках. В таком случае одинаковой будет и продолжительность дня. Но самое любопытное, что она будет точно такой же в восточном и западном полушариях (точки 1 и

3), поскольку более ранний восход компенсируется более поздним закатом (и наоборот).



Фиг. 5.1. Где дольше длится день?

5.16. Поскольку в этот день Солнце практически находится на небесном экваторе, то оно зайдет в 18^h, а Луна немного позже, ибо за 9^h, прошедшие с момента затмения, она передвинулась к востоку на $13° \times 9^h/24^h \simeq 5°$. На такой угол небесная сфера поворачивается за $24^h \times 5°/360° = 20^m$. Следовательно, заход Луны произойдет в 18^h20^m по местному истинному солнечному времени. (Обратите внимание, что уравнение времени в этот день не равно нулю.)

5.17. Это равносильно тому, что годичное обращение Солнца будет происходить в обратном направлении. Сейчас годичное

движение Солнца уменьшает число солнечных суток в году по сравнению со звездными (в году 366,24 звездных суток). Следовательно, если бы Земля вращалась в обратном направлении, число солнечных суток было бы на одни больше, чем звездных, и составило бы 367,24 суток.

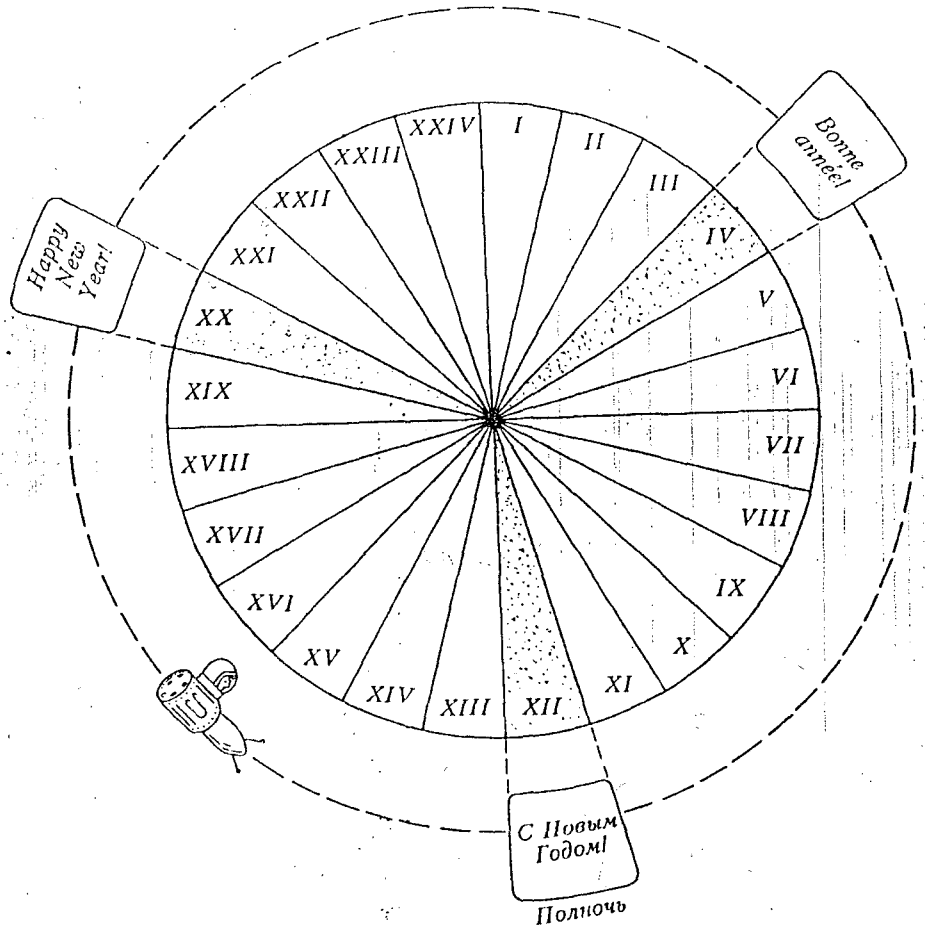
5.18. Будем считать, что все земляне живут по поясному времени, а границы часовых поясов всюду проходят по меридиану через каждые 15°. В момент $T_0 = 12^h$ UT 31 декабря, т.е. в момент первого наступления нового года на Земле (в 12-ом часовом поясе), станция может оказаться над любым из часовых поясов(фиг. 5.2). Если она окажется как раз над 12-м поясом, то космонавты могут отметить это событие вместе с жителями проплывающих под ними районов. Через 3^h, сделав два оборота, станция вновь окажется над полуночным районом планеты, где в это время будет проходить 9-й часовой пояс. Затем, спустя еще 3^h, они встретят новый год вместе с жителями 6-го пояса, и так далее. В течение суток это повторится 8 раз.

Другая счастливая возможность для космонавтов - это оказаться в момент T_0 над 20-м часовым поясом. Тогда через час они будут пролетать над 11-м поясом, где в этот момент наступит новый год. После этого через каждые 3^h ситуация будет повторяться и всего произойдет 8 раз. Третье удачное положение станции в момент T_0 – это пролет над 4-м часовым поясом. Других удачных положений нет.

Следовательно, только 3 шанса из 24 являются для космонавтов удачными. Получаем вероятность указанного события $P = 3/24 = 1/8$. Но зато в случае, если удачный шанс реализован, космонавтам предстоит 8 раз отмечать наступление праздника.

5.19. Поскольку точка весны (Υ) лежит на небесном экваторе, она всегда и везде восходит в точке востока (E), а заходит в точке запада (W). Поскольку звездные сутки начинаются при

пересечении точкой Υ небесного меридиана, то в момент восхода этой точки звездное время $S = 18^{\mathrm{h}}$, а в момент захода $S = 6^{\mathrm{h}}$ на любой широте.



Фиг. 5.2. С Новым Годом! С Новым Годом! С Новым ...

5.20. Отражение звезды в колодце видно только тогда, когда она в зените. Значит Капелла была в верхней кульминации. Тогда широта места $\varphi = \delta = +45°57'$, а звездное время $S = \alpha = 5^{\mathrm{h}}13^{\mathrm{m}}$.

5.21. Простой год (365 дней) закончится понедельником, поскольку оставшиеся 364 дня делятся без остатка на 7. А високосный (366 дней) – вторником.

5.22. В соответствии с юлианским календарем февраль 2100 г. должен содержать 29 дней, поскольку число лет делится без остатка на 4 и значит этот год високосный. Однако в григорианском календаре, по которому мы сейчас живем, не считаются високосными те последние годы столетий, у которых число сотен не делится без остатка на 4. Это 1800, 1900, 2100 и т.д. Значит в феврале 2100 г. будет 28 дней.

5.23. Поскольку в современном летосчислении не было нулевого года, то полные века истекают 31 декабря **00 года, а новый век начинается 1 января **01 года. Соответственно, новое тысячелетие начинается 1 января *001 года. Значит XXI век и третье тысячелетие начнутся 1 января 2001 года.

5.24. Звездным временем называется часовой угол точки весеннего равноденствия. Поскольку эта точка находится на небесном экваторе, в момент восхода ее часовой угол был 18^{h}, а через один звездный час стал 19^{h}. Это и есть звездное время в данный момент.

5.25. Время $15^{\mathrm{h}}27^{\mathrm{m}}$. Дата 1 января.

5.26. Самолет должен лететь на запад со скоростью вращения Земли:

$$V = \frac{2\pi R_{\oplus}}{24\text{часа}} = 0,5\text{км/с}.$$

~~~ ★ ~~~
~~~

6. КООРДИНАТЫ СВЕТИЛ

РЕШЕНИЯ

* * * ⊙ * * *

6.1. Высота над горизонтом в верхней кульминации составляет $90° - \varphi + \delta = 53°45'$. Солнце 22 сентября находится в точке осеннего равноденствия, значит в полночь кульминирует точка весны. Тогда комета будет кульминировать в 6^h13^m по среднему солнечному времени или в $6^h13^m - \lambda/15° = 3^h41^m$ по Гринвичу. Прибавив 2^h поясного времени Москвы, 1^h декретного и $1°$ летнего времени, получим, что кульминация была в 7^h41^m по московскому летнему времени.

6.2. Таких точек не существует.

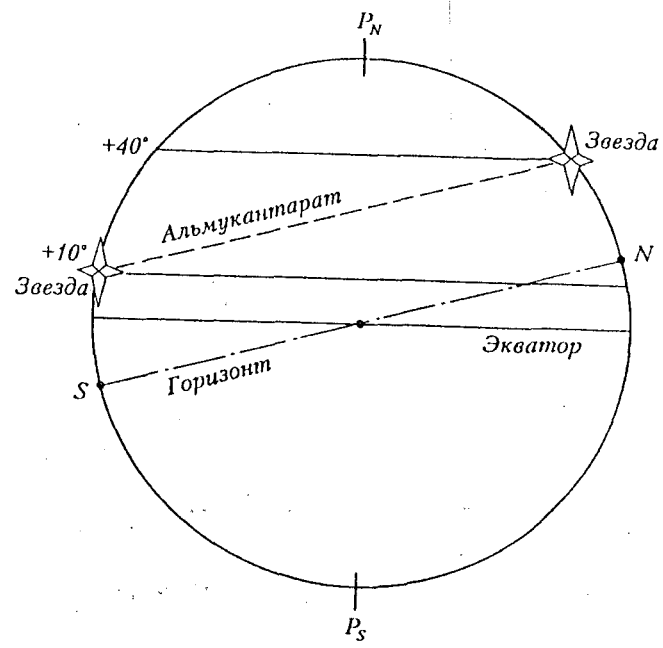
6.3. Поскольку в наивысшей точке небесный экватор находится над горизонтом на высоте $90° - \varphi = 41°$, а Луна кульминировала на высоте $46°$, ясно, что она проходила в этот момент вблизи наивысшей точки своей орбиты (наклонение лунной орбиты к эклиптике $5°$). Учитывая, что Луна в последней четверти, т.е. на $90°$ к западу от Солнца, видим, что светило находится близ нисходящего узла лунной орбиты. Значит Луна в этот день расположена близ точки весеннего равноденствия. Отсчет долгот производится от точки весны в направлении обратном ходу часов. Значит долгота восходящего узла $270°$.

6.4. Сделав чертеж (фиг. 6.1) и соединив указанные долготы на одном меридиане альмукантаратом, мы увидим, что место

наблюдения может находиться только в северном полушарии, в его высоких широтах (поскольку зенит близок к полюсу мира). При этом в верхней кульминации должна находиться вторая звезда, а в нижней – первая. Точное значение широты определим из условия равенства высот соответствующих кульминаций:

$$\varphi - 90° + \delta_1 = 90° - \varphi + \delta_2,$$

откуда $\varphi = 75°$. Поскольку в верхней кульминации была звезда с $\alpha_2 = 6^h$, то это и есть значение звездного времени. Учитывая, что звезды слабые, заключаем, что наблюдения проводились глубокой ночью, скажем, вблизи полуночи. Значит Солнце имело в этот момент $\alpha = 18^h$, т.е. это была зима.



Фиг. 6.1.

К вопросу о сезоне наблюдения можно подойти и более формально. Слабые звезды видны после окончания астрономических сумерек, когда Солнце опустилось ниже 18° под горизонт. Учитывая положение точек равноденствия в момент наблюдения (они на горизонте) и широту места, легко найти угол между эклиптикой и горизонтом:

$$\omega = 23,5^\circ + 15^\circ = 38,5^\circ.$$

Значит расстояние Солнца от точек равноденствия в сторону точки зимнего солнцестояния не менее, чем $18^\circ/\sin\omega = 29^\circ \simeq 2^\mathrm{h}$. Такой угол Солнце проходит за месяц. Следовательно, наблюдения могли проводиться в ноябре – феврале.

6.5. Нет, поскольку в нижней кульминации Бетельгейзе в Москве не видна.

6.6. Найдем максимальное расстояние верхнего края лунного диска от небесного экватора:

Наклон экватора к эклиптике	$23^\circ27'$
Наклон лунной орбиты к эклиптике	$5^\circ09' \pm 10'$
Видимый радиус Луны	$16' \pm 1'$
Сумма	$28^\circ52' \pm 11'$

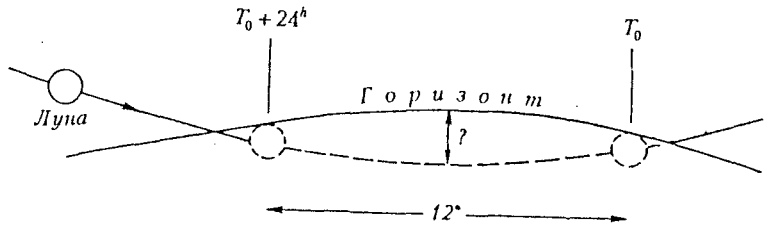
Неопределенность значений ($\pm$) связана с реальным периодическим изменением этих величин. Поскольку максимальная глубина небесного экватора под горизонтом составляет $(90^\circ - \varphi)$, находим **простейшее** условие, отвечающее нашей задаче:

$$\varphi > 90^\circ - 28^\circ52' \pm 11' = 61^\circ08' \pm 11'.$$

Такому условию удовлетворяет **только Якутск**. Однако решение можно уточнить.

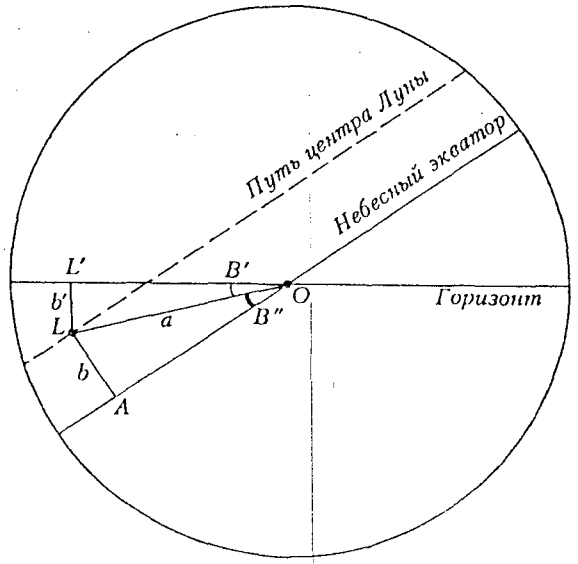
Во-первых, рефракция у горизонта поднимает изображение светила на $35,5'$; во-вторых, Луна за сутки совершает не полный

оборот по небесной сфере, а на 12° меньше. Это может сделать ее наблюдаемой в течение суток, даже если часть ее полной траектории лежит под горизонтом (фиг. 6.2).



Фиг. 6.2.

Пусть точка L – положение центра Луны в тот момент, когда ее край виден на горизонте в точке L' (фиг. 6.3).



Фиг. 6.3.

В прямоугольном сферическом треугольнике $OL'L$ сторона

$b' = 35,5' + 16' \pm 1' = 51,5' \pm 1'$. В прямоугольном сферическом треугольнике OLA сторона $c = 84°$, сторона $b = 23°27' + 5°09' \pm 10' = 28°36' \pm 10'$, а третья сторона может быть найдена по **теореме косинусов**:

$$\cos a = \cos b \cdot \cos c,$$

откуда $a = 84°44'$. Углы при точке O треугольников OLA и $OL'L$ определим по **теореме тангенсов**:

$$\operatorname{tg} B'' = \frac{\operatorname{tg} b}{\sin c},$$

откуда $B'' = 28°44' \pm 10'$; и по **теореме синусов**:

$$\sin B' = \frac{\sin b'}{\sin a},$$

откуда $B' = 52' \pm 1'$. Тогда угол между небесным экватором и горизонтом $B' + B'' = 29°36' \pm 11'$, а условие для широты города

$$\varphi > 90° - 29°36' \pm 11' = 60°24' \pm 11'.$$

Как видим, теперь **не только Якутск, но и Выборг** удовлетворяет условию задачи при ее более точном решении.

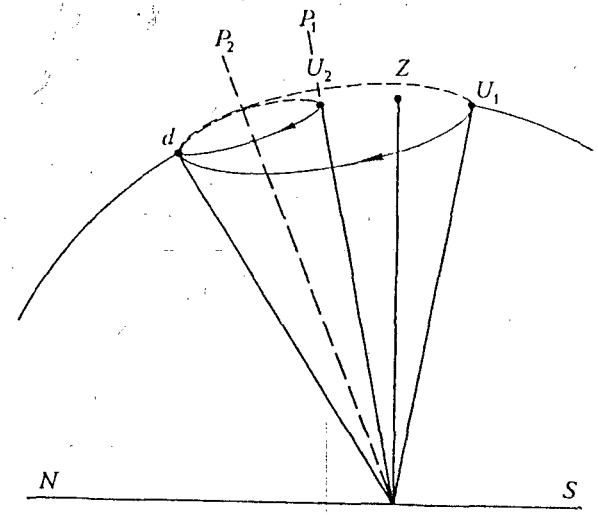
6.7. Решение задачи неоднозначно: в то время, как положение нижней кульминации (точка d на фиг. 6.4) определено точно, верхняя кульминация, в принципе, могла происходить как к югу (u_1), так и к северу (u_2) от зенита (z). В первом случае для северного полушария полюс мира будет иметь положение P_1 и широта будет равна

$$\varphi_1 = \frac{180° - 60° - 80°}{2} + 60° = 80°,$$

а во втором случае при положении полюса P_2 широта будет

$$\varphi_2 = \frac{80° - 60°}{2} + 60° = 70°.$$

Учитывая, что продолжительность ночи превышала интервал времени между кульминациями, т.е. 12^h, а наблюдение проводилось в высоких широтах, это могло быть только зимой.



Фиг. 6.4.

6.8. Зная наклон эклиптики к небесному экватору ($\varepsilon = 23,5°$), найдем широту Северного полярного круга: $\varphi = 90° - \varepsilon = 66,5°$. Пусть A – азимут, h – высота, t – часовой угол, S – звездное время. Тогда в верхней кульминации:

$$h_в = \varphi + (90° - \delta) = 82°, \quad A_в = 180°,$$

$$S_в = \alpha = 14^h51^m, \quad t_в = 0^h.$$

А в нижней кульминации:

$$h_н = \varphi - (90° - \delta) = 51°, \quad A_н = 180°,$$

$$S_н = \alpha + 12^h = 2^h51^m, \quad t_н = 12^h.$$

6.9. Из наблюдений известно, что 22 июня Солнце имеет максимальное склонение $\delta_1 = +\varepsilon$, а 22 декабря – минимальное: $\delta_2 = -\varepsilon$. Поскольку $h_1 = 90° - \varphi + \delta = 90° - \varphi + \varepsilon$, а $h_2 = 90° - \varphi - \varepsilon$, то получим: $\varepsilon = (h_1 - h_2)/2 = 23,5°$, $\varphi = 90° - (h_1 + h_2)/2 = 56,5°$, $\delta_1 = +23,5°$, $d = -23,5°$. Таким образом, мы узнали не только склонение Солнца и широту места, но и наклон эклиптики к экватору.

6.10. Следующий раз Солнце взойдет через год. Поскольку продолжительность года 365,24...дня, то совершив 365 целых оборотов, точка восхода (точка весеннего равноденствия) передвинется еще на четверть круга, и Солнце взойдет на 90° западнее, чем в предыдущий раз.

6.11. На круге склонений поставить 30°, а на круге часовых углов поставить $t_{зв} - \alpha = 12^h19^m - 13^h52^m = -1^h33^m$. То есть, от меридиана к востоку 1^h33^m или по шкале $24^h - 1^h33^m = 22^h27^m$.

Если звезда будет двигаться через центр поля зрения, то это продлится

$$\frac{24\text{ ч} \times 45'}{360° \times \cos 30°} = 3,5\text{ мин}.$$

6.12. Эти звезды лежат на небесном экваторе, значит их склонение $\delta = 0°$.

~~~ ⋆ ~~~

7. БЛЕСК, СВЕТИМОСТЬ, РАССТОЯНИЕ

РЕШЕНИЯ

* * * ⊙ * * *

7.1. Выведем сначала общую формулу. Пусть R - расстояние до звезды, v – скорость в направлении наблюдателя, n – число, показывающее, во сколько раз увеличится блеск звезды. Учитывая, что освещенность изменяется обратно пропорционально квадрату расстояния, можно написать:

$$n = \left(\frac{R}{R - vt}\right)^2,$$

где t - время, за которое освещенность изменится в n раз. Отсюда

$$t = \frac{R}{v}\left(1 - \sqrt{\frac{1}{n}}\right).$$

Если R выразить в километрах и v - в километрах за год, то t будет выражено в годах. Подставив числовые данные, получаем, что блеск Сириуса возрастет вдвое через 97 тыс лет.

7.2. В максимуме светит весь диск звезды, площадью πR^2, а в минимуме – только его часть, не закрытая спутником, площадью $\pi R^2 - \pi r^2$. Значит отношение блеска равно

$$n = \frac{R^2}{R^2 - r^2}.$$
~~~

Откуда отношение радиусов

$$\frac{r}{R} = \sqrt{\frac{n-1}{n}}.$$

7.3. Изменение блеска на $1,5^m$ означает изменение светимости в $2,512^{1,5} = \sqrt{2,512^3} \approx 4$ раза. А поскольку яркость единицы поверхности звезды осталась неизменной, значит поверхность звезды увеличилась в 4 раза, а радиус - в 2 раза.

7.4. Учитывая, что параллакс звезды есть угол, под которым видна большая полуось земной орбиты с расстояния до звезды, и считаясь с малостью углов в нашей задаче, можно сказать, что отношение $0,065''/0,024'' = 2,7$ есть число, указывающее, во сколько раз диаметр звезды превышает радиус земной орбиты. Значит диаметр звезды составляет $2,7 \times 150$ млн км $= 405$ млн км.

7.5. Предполагаем, что орбиты Земли и планеты круговые. Планета в противостоянии была ярче на 1^m, т.е. в 2,512 раза. А поскольку изменение блеска обратно пропорционально квадрату расстояния, то

$$\left(\frac{R+r}{R-r}\right)^2 = 2,512,$$

где r и R – радиусы орбиты Земли и планеты. Отсюда $R \simeq 4,4$ а.е. По Третьему закону Кеплера ($T^2 = a^3$) находим период обращения планеты. Он равен 9,2 годам. Затем по формуле, связывающей сидерический и синодический периоды (см. **4.24**), находим синодический период планеты. Он равен 1,12 года. Значит между соединением и противостоянием пройдет 0,56 года или 205 дней.

7.6. Решается аналогично задаче **7.2**. Из уравнения

$$\frac{R^2}{R^2 - r^2} = 2,512^{8-6} = 2,512^2$$

найдем отношение радиусов $R/r = 1,1$ и отношение объемов $1,1^3 = 1,3$.

7.7. При измерении параллакса **звезд** базис составляет 1 а.е. **А параллакс Солнца – это горизонтальный экваториальный параллакс**, базисом которого служит экваториальный радиус Земли – 6378 км. Первый базис превосходит второй приблизительно в 23500 раз. А так как параллакс Солнца в 20 раз больше параллакса звезды, то расстояние до звезды в $20 \cdot 23500 = 470$ тыс раз больше расстояния от Земли до Солнца. Возможен и другой способ решения. Расстояние до звезды равно $1/0,44'' = 2,3$ пк , что составляет $2,3 \times 206265 = 470$ тыс а.е.

7.8. Ввиду малости углов угловой диаметр Солнца определим как $32'/40 = 48''$. Диск Солнца не будет различим невооруженным глазом. Пусть $E_\oplus$ – освещенность, создаваемая Солнцем на Земле, и E_{PL} – освещенность, создаваемая Солнцем на Плутоне, тогда $E_\oplus/E_{PL} = 40^2 = 1600$. С другой стороны,

$$\frac{E_\oplus}{E_{PL}} = 2,512^{(m_{PL}-m_\oplus)},$$

где m_{PL} – звездная величина Солнца, наблюдаемого с Плутона. Тогда для m_{PL} имеем уравнение: $2,512^{(m_{PL}+26,7)} = 1600$. Отсюда, логарифмируя, получаем $m_{PL} = -18,6$. Разность блеска Солнца на Плутоне и полной Луны на Земле составляет $m_\subset - m_{PL} = 6$ звездных величин. Значит разность освещенностей составит $2,512^6 \simeq 250$ раз в пользу Солнца на Плутоне. Значит Солнце освещает поверхность Плутона как 250 полных Лун освещают поверхность Земли.

7.9. Численные значения в этой задаче выбраны так, что решить ее можно без использования сложных формул. Пусть количество звезд главной последовательности $N_{\text{гп}} = 10^6 = 100 \times 100 \times 100$, тогда их суммарная абсолютная звездная величина на $5^m + 5^m + 5^m = 15^m$ меньше, чем у одной такой звезды, и составля-

ет $6^m - 15^m = -9^m$. Для красных гигантов $N_{кг} = 10^4 = 100 \times 100$, значит и их суммарная величина равна $1^m - 5^m - 5^m = -9^m$. Кстати, в реальных шаровых скоплениях приблизительно такая же ситуация: сравнительно немногочисленные красные гиганты излучают столько же света, сколько все прочие звезды скопления.

Теперь определим видимую величину скопления. Поскольку расстояние 10 кпс в 1000 раз превышает то расстояние, на котором определяются абсолютные величины (10 пс), то видимый блеск звезд будет в $(1000)^2$ раз меньше абсолютного. Представив это число как $100 \times 100 \times 100$, найдем разность блеска в звездных величинах: $5^m + 5^m + 5^m = 15^m$. Значит суммарный блеск красных гигантов и звезд главной последовательности по отдельности будет равен $-9^m + 15^m = 6^m$. Все скопление будет казаться в 2 раза ярче звезды 6^m, т.е. вполне доступно нормальному глазу на темном небе. Разумеется, все это так только при отсутствии межзвездного поглощения света.

Те, кто знаком с логарифмами, могут использовать известную формулу, связывающую видимую (m) и абсолютную (M) звездные величины с расстоянием (R, в парсеках), добавив в нее еще один член для учета количества звезд (N):

$$m_{сум} = M - 5 + 5\lg R - 2,5\lg N.$$

7.10. Поскольку угловой размер деталей фиксирован параметрами телескопа их линейный размер будет пропорционален расстоянию до Марса. Пусть $a_\oplus = 1$ а.е. – полуось земной орбиты, $a_м = 1,5$ а.е. – полуось орбиты Марса. Тогда расстояние между ними в соединении будет $(a_м + a_\oplus)$, а в противостоянии $(a_м - a_\oplus)$. Значит размер наименьших деталей, которые могли бы быть видны на Марсе вблизи соединения (если бы Солнце не мешало), равен

$$100\,км \times \frac{a_м + a_\oplus}{a_м - a_\oplus} = 500км.$$

7.11. Переведя парсеки в световые годы (1 пк = 3,26 св.г.), мы узнаем время путешествия света от Туманности Андромеды до Солнца. Оно равно $690 \times 1000 \times 3,26 = 2,25$ млн лет.

7.12. Около 180 тыс лет (см. решение задачи **7.11**).

7.13. Поскольку вторая звезда в 10 раз дальше того расстояния (10 пк), на котором определяются абсолютные звездные величины, то поток света от нее в $10^2 = 100$ раз слабее, чем от звезды с видимой величиной $m = -5$. Ослабление потока в 100 раз соответствует увеличению звездной величины на 5^m. Следовательно, вторая звезда имеет видимую величину $-5^m + 5^m = 0^m$, и она ярче первой звезды.

7.14. Вспомнив, что период обращения кометы Галлея близок к 76 годам, по Третьему закону Кеплера найдем большую полуось орбиты: $a = T^{2/3} \simeq 18$ а.е. А поскольку в перигелии расстояние $q = 0,6$ а.е., то в афелии оно составляет $Q = 2a - q = 35,4$ а.е. Тогда отношение освещенностей, определенное из закона обратных квадратов, составит $E_q/E_Q = Q^2/q^2 = (35,4/0,6)^2 \simeq 3,5$ тыс раз.

7.15. Альбедо Земли (A) можно определить по яркости пепельного света Луны, т.е. по яркости темной стороны Луны, на которую попадает солнечный свет, отраженный от Земли. Пусть I_1 – яркость освещенной Солнцем стороны Луны, а I_2 – яркость темной стороны Луны, освещенной Землей; a – альбедо Луны, $r_\oplus$ – радиус орбиты Земли, $r_\subset$ – радиус орбиты Луны, $R_\oplus$ – радиус Земли и $L_\odot$ – светимость Солнца. Тогда поток света у орбиты Земли равен $L_\odot/(4\pi r_\oplus^2)$, а светимость дневного полушария Земли, соответственно,

$$L_\oplus = \frac{AL_\odot \pi R_\oplus^2}{4\pi r_\oplus^2}.$$

Без специального исследования трудно сказать, как распределяется по направлениям отраженный Землей свет. В первом приближении можно считать, что он однородно распределяется по полусфере дневного полушария. Тогда можно написать:

$$I_1 = \frac{aL_\odot}{4\pi r_\oplus^2}$$

$$I_2 \simeq \frac{aAL_\odot \pi R_\oplus^2}{2\pi r_\subset^2 4\pi r_\oplus^2} = \frac{aAL_\odot}{8\pi}\left(\frac{R_\oplus}{r_\oplus r_\subset}\right)^2.$$

Отношение этих величин, которое непосредственно измеряется при сравнении яркости пепельного света и дневной стороны Луны, равно

$$\frac{I_1}{I_2} \simeq \frac{2}{A}\left(\frac{r_\subset}{R_\oplus}\right)^2.$$

Отсюда, зная радиус Земли и расстояние до Луны, легко найти альбедо:

$$A \simeq 2\left(\frac{I_2}{I_1}\right)\left(\frac{r_\subset}{R_\oplus}\right)^2.$$

7.16. Пусть R – радиус ядра кометы, r – ее расстояние от Солнца (и от Земли, поскольку $r \gg 1$ а.е.), $A = 0,4$ – альбедо ядра, m – звездная величина ядра, $M \simeq 5^m$ – абсолютная звездная величина Солнца, $L_\odot$ – светимость Солнца. Тогда светимость ядра кометы

$$L = \frac{AL_\odot \pi R^2}{4\pi r^2}. \qquad (1)$$

Предполагая, что ядро рассеивает свет изотропно, т.е. равномерно во все стороны (это не совсем так, но для оценки годится), можем использовать стандартную формулу, связывающую видимую и абсолютную звездные величины с расстоянием:

$$m = M - 2,5\lg\left(\frac{L}{L_\odot}\right) + 5\lg\left(\frac{r}{10\text{ пк}}\right). \qquad (2)$$

Объединяя формулы (1) и (2), получим:

$$m = M - 2,5\lg\left(\frac{A}{4}\right) + 5\lg\left(\frac{r^2}{R\cdot 10\text{ пк}}\right). \qquad (3)$$

Подставляя численные значения, находим $m = 29,5^m$. Объекты такого малого блеска пока недоступны телескопам, поэтому обнаружить ядра комет за пределом Солнечной системы невозможно.

7.17. Используем решение задачи **7.16** и принятые в ней обозначения. Тогда из формулы (3) легко найти радиус ядра:

$$\lg\left(\frac{R}{3\text{ км}}\right) = 2 - 0,2(m-M) + 2\lg\left(\frac{r}{2\text{ а.е.}}\right) - 0,5\lg\left(\frac{A}{4}\right).$$

Подставляя численные значения, находим $R \simeq 5$ км.

7.18. Примем среднюю яркость указанных слабых звезд за $5,5^m$. Тогда их суммарный блеск соответствует одной звезде величины $m = 5,5 - 2,5\lg 1600 = -2,5^m$. Значит звезды от 5^m до 6^m освещают землю в 2,5 раза сильнее, чем один Сириус.

7.19. Суммарный блеск первой группы звезд (от 3^m до 4^m) составляет около

$$m_{3\div4} = 3,5^m - 2,5^m\lg 400 = -3,0^m,$$

а второй группы (от 4^m до 5^m) около

$$m_{4\div5} = 4,5^m - 2,5^m\lg 1100 = -3,1^m.$$

Значит обе группы практически равноценны по суммарному блеску.

Любопытно, что такая закономерность сохраняется вплоть до очень больших m. Например, звезд между 17^m и 18^m на небе порядка 150 миллионов. Их суммарный блеск

$$m_{17\div18} = 17,5^m - 2,5^m\lg(1,5\cdot 10^8) = -2,9^m.$$

Астрономы считают, что продвинувшись до $29^m \div 30^m$, мы практически сможем наблюдать все звезды Галактики. Оценим их полный блеск, предполагая, что установленное выше соотношение ($m_{i \div i+1} = -3^m$) выполняется для всех звезд от 0^m до 30^m:

$$m_{0 \div 30} = m_{i \div i+1} - 2,5^m \lg(i_{\max} - i_{\min}) = -3^m - 2,5^m \lg 30 = -6,7^m.$$

Таким образом, все звезды Галактики освещают Землю на 20^m (или в 100 млн раз) слабее, чем одна из этих звезд – наше Солнце.

7.20. Как известно, безлунное небо вдали от городов имеет яркость $21,5^m$ с квадратной секунды. Площадь полусферы неба равна 2π квадратных радианов (*стерадиан*) или $2\pi(206265'')^2 \simeq 2,7 \cdot 10^{11}$ квадратных угловых секунд. Значит поток света от безлунного неба соответствует одной звезде блеска $m = 21,5 - 2,5\lg(2,7 \cdot 10^{11}) \simeq -7^m$. Это почти в 200 раз слабее полной Луны.

Обратите внимание на результат предыдущей задачи: суммарное излучение всех звезд соответствует одной звезде блеска $-6,7^m$. На каждый участок земной поверхности попадает половина этого потока, поскольку над ним **полу**сфера неба. Это соответствует звезде -6^m. Сравнивая это с результатом, полученным в данной задаче, мы увидим, что около 40% яркости ночного неба связано с излучением неразрешимых для глаза звезд нашей Галактики. Остальная часть связана с излучением земной атмосферы и солнечным светом, рассеянным на межпланетной пыли (*зодиакальный свет*).

7.21. Отношение радиусов орбит Земли ($r_\oplus = 1$ а.е.) и Марса ($r_м = 1,5$ а.е.) почти такое же, как у орбит Венеры ($r_в = 0,72$ а.е.) и Земли. Поэтому подобными будут и наблюдаемые конфигурации планет. Размеры Земли и Венеры почти равны, а коэффициент отражения света (альбедо) у Земли должен быть раза в 2 меньше, поскольку Венера вся покрыта облаками, а Земля обычно лишь наполовину. Поэтому отношение потоков света от Венеры на Земле ($E_в$) и от Земли на Марсе ($E_\oplus$) в одинаковых

конфигурациях будет равно отношению их освещенностей Солнцем ($r_\oplus^2/r_в^2$), умноженному с учетом альбедо на 2 и деленному на отношение квадратов расстояний между источником и наблюдателем (закон обратных квадратов):

$$\frac{E_в}{E_\oplus} = 2\left(\frac{r_\oplus}{r_в}\right)^2 \left(\frac{r_м - r_\oplus}{r_\oplus - r_в}\right)^2 = 12,3.$$

В звездных величинах это составит $2,5\lg(E_в/E_\oplus) = 2,7^m$. Например, в наибольшей элонгации Венера для землян имеет блеск $-4,1^m$, значит Земля для "марсиан" в такой же конфигурации будет блестеть как звезда $-1,4^m$, т.е. как Сириус, или как у нас блестит Марс в противостоянии.

Лунный радиус почти вчетверо меньше земного, и альбедо у Луны раз в 5 ниже. Поэтому она будет отражать почти в 100 меньше света, чем Земля, т.е. будет слабее ее почти на 5^m. Впрочем, звезду $3,5^m$ вероятно будет нетрудно разглядеть на ясном марсианском небе, тем более, что ее угловое расстояние от яркой Земли в моменты ее наибольших элонгаций может достигать $9'$ (проверьте это значение самостоятельно).

7.22. Очевидно, наибольшего блеска для "венериан" Земля достигает в противостоянии. Поскольку у Венеры в наибольшей элонгации освещена половина видимого с Земли диска, а у Земли в противостоянии для "венериан" освещен весь диск, то будем считать, что рассеивающая площадь Земли вдвое больше, чем у Венеры. Это как раз компенсирует разницу их альбедо. Значит разность блеска будет связана только с различием расстояния планет от Солнца и наблюдателей от планет в моменты указанных конфигураций (см. задачу **7.21**). Пусть $E_\oplus$ и $E_в$ – потоки света от Земли и от Венеры соответственно, $r_\oplus$ и $r_в$ – радиусы их орбит, $D_\oplus$ – расстояние Земли от Венеры в противостоянии, а $D_в$ – расстояние Венеры от Земли в наибольшей элонгации.

Тогда

$$\frac{E_\oplus}{E_в} = \left(\frac{r_в D_в}{r_\oplus D_\oplus}\right)^2.$$

Учитывая, что $D_\oplus = r_\oplus - r_в$ и $D_в^2 = r_\oplus^2 - r_в^2$, найдем

$$\frac{E_\oplus}{E_в} = \left(\frac{r_в}{r_\oplus}\right)^2 \times \frac{r_\oplus + r_в}{r_\oplus - r_в} \simeq 3,2.$$

В звездных величинах это составит $-2,5 \lg 3,3 \simeq -1,3^m$. Значит Земля для "венериан" в противостоянии будет иметь блеск $-5,4^m$.

Такое решение можно считать исчерпывающим для юного любителя астрономии. Однако более внимательный анализ показывает, что при сравнении рассеивающих свойств Венеры и Земли было сделано одно слишком грубое предположение. В действительности, при наблюдении шара, освещенного сбоку, он светится не как половинка шара, освещенного "в лоб", а заметно слабее. Это связано с тем, что в районе терминатора яркость поверхности шара существенно ниже, чем в подсолнечной точке (иной угол падения лучей на поверхность). Несложный расчет для матового шара, одинаково рассеивающего свет во всех направлениях, показывает, что в фазе "полнолуния" он не в 2, а в $\pi = 3,14...$ раз ярче, чем в фазе "первой четверти". Для твердых тел зависимость блеска от фазового угла (угол "Солнце – планета – Земля") очень сильно зависит от структуры поверхности. У планет с пористой поверхностью эта зависимость существенно сильнее, чем у матового шара. Например, Луна в полнолуние в 13 раз или почти на 3^m ярче, чем в первой четверти.

У планет с плотной атмосферой зависимость яркости от фазового угла не так сильна, как у Луны, но сильнее, чем у матового шара. Блеск Венеры в первой четверти уступает блеску полной фазы (которая с Земли никогда не наблюдается) в 4 раза. К тому же, решая задачу, мы завысили размер Венеры, приняв его равным земному. В действительности их площади сечения различаются в 1,1 раза. В итоге мы ошиблись в $1,1 \cdot 4/2 = 2,2$ раза

или на $0,9^m$, недооценив блеск Земли. Значит ее яркость будет $-6,3^m$. Великолепный объект!

Искусственный спутник Венеры в условии задачи был упомянут не случайно: это позволяет не принимать во внимание поглощение света венерианскими облаками. А любопытно, будет ли видна Земля с поверхности Венеры? Ведь на Земле мы иногда видим Юпитер и Венеру сквозь облака.

7.23. Поток солнечного света, падающего на поверхность Земли и Луны, одинаков. Однако альбедо Луны (около 7%) значительно меньше, чем альбедо Земли (около 40%). Поэтому Луна темнее.

7.24. Во-первых, когда звезда видна у горизонта, ее свет проходит длинный путь в атмосфере (почти в 40 раз больший, чем при наблюдении звезды в зените) и, соответственно, испытывает большое поглощение. Во-вторых, собственное свечение атмосферы по тойже причине больше у горизонта, чем вблизи зенита. Поэтому на более ярком фоне у горизонта ослабленный свет звезды кажется еще слабее.

7.25. Все звезды БМО расположены приблизительно на одинаковом расстоянии от нас, поэтому, обнаружив зависимость между видимым блеском цефеид и их периодом, астрономы догадались о связи между периодом и светимостью переменных звезд этого типа. Для звезд Галактики это было бы сделать значительно сложнее, поскольку для каждой из них пришлось бы определять расстояние, чтобы по видимому блеску определить истинную светимость. К тому же дело осложнилось бы разным межзвездным поглощением света в различных направлениях Млечного Пути (цефеиды – молодые звезды, поэтому встречаются вблизи галактического экватора), тогда как для всех звезд БМО поглощение света в межзвездной среде нашей Галактики приблизительно одно и то же.

Однако для окончательного определения зависимости "пери-

од – светимость" необходимо было точно измерить расстояние хотя бы до одной из цефеид. Для этого обратились к цефеидам нашей Галактики. Поскольку некоторые из них довольно близки к Солнцу и входят в состав звездных скоплений, расстояние до них определяется довольно уверенно несколькими независимыми методами. Было бы совсем хорошо, если бы удалось измерить их тригонометрический параллакс и таким образом прямо определить расстояние, но пока это не удается.

7.26. Нет способа прямо измерять расстояния до галактик. Поэтому шкалу внегалактических расстояний строят последовательно, шаг за шагом. Сначала методом тригонометрических параллаксов определяют расстояния до ближайших звезд и находят связь между их светимостью и температурой (спектральным классом). Затем, используя эту связь, находят расстояние до звездных скоплений, в которых есть цефеиды (см. задачу **7.25**). Затем, используя зависимость "период – светимость" для цефеид, находят расстояния до ближайших галактик. Затем, определив светимость наиболее ярких звезд и областей HII в близких галактиках, определяют расстояния до более далеких галактик, в которых эти звезды и эмиссионные туманности еще видны. Затем, определив зависимость между светимостью галактики и скоростью ее вращения, определяют расстояние до тех галактик, у которых эту скорость еще удается измерить. Затем ...

Одним словом, шкала внегалактических расстояний строится как пирамида. А вы помните, на что она опирается? На расстояния до ближайших звезд, измеренные методом параллаксов. При этом точность определения расстояния зависит от того, насколько точно измерен базис – расстояние от Земли до Солнца. Итак, от точности измерения астрономической единицы зависит наше знание внегалактических расстояний и постоянной Хаббла, а следовательно, и будущего Вселенной.

7.27. Определим, до какого расстояния (r) будут регистрироваться вспышки сверхновых. Абсолютная (M) и видимая (m) звездные величины связаны между собой через расстояние r (в парсеках):

$$M = m + 5 - 5\lg r.$$

Отсюда найдем r:

$$\lg r = 0,2(m + 5 - M) = 0,2(14 + 5 + 21) = 8.$$

Значит патрульные наблюдения охватывают область радиусом 100 Мпк. Объем этой области $4\pi r^3/3 \simeq 4 \cdot 10^6$ Мпк^3 и в ней находится $4 \cdot 10^5$ галактик. Поскольку для одной галактики частота вспышек составляет 1/100 лет, то от всех этих галактик патрульные наблюдения будут фиксировать 4000 вспышек в год или приблизительно 11 новых вспышек каждую ночь. Правда, межзвездное поглощение света в нашей и других галактиках может заметно уменьшить эту цифру.

7.28. Пусть F – поток лунного света у земли. Очевидно, шарик перехватывает мощность $\pi R^2 F$ и отражает $\pi R^2 Fk$ – это его "светимость". Предположим, что шарик рассеивает свет изотропно, т.е. одинаково во всех направлениях (попробуйте доказать, что это действительно так). Тогда поток его света на расстоянии L будет $\pi R^2 Fk/4\pi L^2$. Отношение потоков света от Луны и ее изображения, выраженное в звездных величинах, составит

$$\Delta m = 2,5\lg\left(\frac{4L^2}{kR^2}\right) = 2,5\lg\left(\frac{4}{0,7}\right) + 5\lg\left(\frac{200}{0,5}\right) = 14,9.$$

Значит звездная величина изображения Луны будет $m = 14,9 - 12,7 = 2;2$. Именно таким методом, сравнивая блеск лунного изображения, отраженного в шарике, с блеском звезд, любители астрономии могут определять блеск самой Луны в зависимости от ее фазы или в моменты лунных затмений.

7.29. Очевидно, что в этот момент единственным ярким источником света для космонавта случит освещенная поверхность Юпитера. Сравним ее свет с полнолунием на Земле. Пусть $r_{\text{Ио}} = 422$ тыс км – радиус орбиты Ио, $R_{\text{Юп}} = 70$ тыс км – радиус Юпитера, $r_{\text{Юп}} = 5,2$ а.е. – его расстояние от Солнца, $A_{\text{Юп}} = 0,45$ и $A_{\text{С}} = 0,07$ – альбедо Юпитера и Луны. Тогда угловой диаметр Юпитера на небе Ио составит

$$\alpha_{\text{Юп}} = 2\arcsin\left(\frac{R_{\text{Юп}}}{r_{\text{Ио}}}\right) = 19,1^\circ,$$

а у Луны на земном небосводе, как известно, $\alpha_{\text{С}} = 0,5^\circ$. Отношение яркостей поверхности Луны и Юпитера составит

$$\frac{I_{\text{С}}}{I_{\text{Юп}}} = \frac{A_{\text{С}}}{A_{\text{Юп}}}\left(\frac{r_{\text{Юп}}}{1\text{ а.е.}}\right)^2 = 4,2.$$

Таким образом диск Юпитера на небе Ио значительно больше лунного по угловому размеру, но в несколько раз бледнее его. Какова же освещенность поверхности Ио? Очевидно, она пропорциональна $I_{\text{Юп}}$ и наблюдаемой площади его диска. По сравнению с лунной она равна

$$\frac{F_{\text{Юп}}}{F_{\text{С}}} = \frac{I_{\text{Юп}}}{I_{\text{С}}}\left(\frac{\alpha_{\text{Юп}}}{\alpha_{\text{С}}}\right)^2 = 344.$$

Именно во столько раз на ночной поверхности Ио, обращенной к Юпитеру, светлее, чем на Земле в полнолуние. Вспомнив, что некоторым литературным героям удавалось читать при свете полной Луны, можно думать, что уж космонавт-то и подавно сможет читать на ночном полушарии Ио, обращенном к Юпитеру.

Впрочем, закончим решение задачи формально. Нормы бытовой освещенности принято выражать в люксах (*лк*). Для работ разного рода установлены нормы освещенности от 5 до 5000 *лк*. Для чтения и письма считается приемлемой освещенность в 100 *лк*. Приблизительно такую освещенность создает на станице этой

книги ваша настольная лампа мощностью в 60 Вт. В природе под открытым небом освещенность изменяется от 0,0005 *лк* в безлунную ночь до 10^5 *лк* при ярком солнце. А при полной Луне в зените освещенность земной поверхности около 0,25 *лк*. Следовательно, полный Юпитер создаст на поверхности Ио освещенность в $344 \times 0,25 = 86$ *лк*. Практически, это идеальное освещение для чтения и работы.

7.30. Примем блеск Венеры равным -4^m. Тогда разница блеска Венеры и слабых звезд составит $6^m - (-4^m) = 10^m$ Учитывая, что разница блеска на 5^m означает изменение потока света в 100 раз, мы видим, что для замены одной Венеры понадобилось бы $100 \cdot 100 = 10^4$ слабых звезд.

7.31. Расстояние Марса от Земли в противостояниях изменяется от 56 до 101 млн км, значит при среднем противостоянии оно около 80 млн км. Расстояние между Землей и Венерой при нижнем соединении Венеры с Солнцем около 40 млн км. Среднее расстояние Марса от Солнца 1,5 а.е. Диаметр Земли вдвое больше диаметра Марса.

Итак, поскольку Земля в 1,5 раза ближе Марса к Солнцу, она освещается им в $1,5^2$ раза сильнее. Из-за различия в альбедо Земля отражает в $0,36/0,16 \simeq 2,3$ раза лучше Марса. Из-за различия в диаметре площадь сечения Земли в 2^2 раза больше марсианской. И наконец, Земля вдвое ближе к Венере, чем Марс к Земле; это увеличивает блеск еще в 2^2 раза. В итоге выигрыш в блеске Земли по сравнению с Марсом должен составить $2,3 \times (2 \cdot 2 \cdot 1,5)^2 \simeq 83$ раза. Это эквивалентно разнице блеска на $4,8^m$. Значит блеск Земли для наблюдателя у Венеры в противостоянии будет около $-6,8^m$.

Сравнив это значение с ответом задачи **7.22**, мы заметим расхождение. В чем его причина? В основном она была объяснена при решении задачи **7.22**, но и сейчас мы допустили маленькую неточность при сравнении размеров Земли и Марса. На самом

деле площадь сечения Земли превышает марсианскую не в 4, а в 3,5 раза. В звездных величинах это $0,14^m$. Истинный блеск Марса в среднем противостоянии не -2^m, а $-1,9^m$; т.е. еще $0,1^m$. И при округлении расстояний мы получили ошибку около $0,15^m$. Причем все эти неточности увеличивали яркость Земли. В результате более точный расчет (которого можно не требовать от юных любителей астрономии) дает блеск Земли в противостоянии с Венерой около $-6,4^m$ в хорошем согласии с точным решением задачи **7.22.**

7.32. Задача проста, поэтому важен не столько ответ, сколько прием вычисления. Возможны три варианта:
1) Угловой диаметр Солнца около $30' = 1800''$. Следовательно, угловой диаметр пятна раз в сто с небольшим меньше. Но и диаметр Земли в 109 раз меньше диаметра Солнца. Значит это пятно размером с Землю.
2) Суточный параллакс Солнца (угол, под которым виден радиус Земли от Солнца) $8,8''$. Следовательно, с того же расстояния под углом $17''$ должно быть видно пятно, имеющее равный земному диаметр.
3) Под углом в $1''$ виден предмет, размер которого в 206265 раз меньше расстояния до него. Зная расстояние до Солнца (150 млн км) и угловой размер пятна, вычисляет его линейный размер:

$$L = 17'' \cdot \frac{150 \text{ млн км}}{206265} = 12363 \text{ км},$$

что близко к диаметру Земли. Последний способ самый точный и самый трудоемкий.

Имея округлую форму, не искаженную влиянием перспективы (поскольку наблюдается вблизи центра солнечного диска), пятно и по площади сравнимо с площадью сечения Земли.

7.33. Рассмотрим столбик сечением 1 см^2 и длиной $L = 10$ пк. Проходя вдоль него, свет ослабляется во столько раз, какую

долю сечения перекрывают пылинки:

$$\frac{S}{1\text{см}^2} = \tau,$$

где S – площадь сечения, перекрытая пылинками, τ – поглощение (= 1% по условию задачи). Площадь сечения одной пылинки составляет $s = \pi r^2$. Если поглощение невелико, то пылинки практически не проецируются друг на друга и закрывают площадь, равную суммарной площади их сечений: $S = sN$, где N – число пылинок в столбике. Отсюда

$$N = \frac{S}{s} = \tau \cdot \frac{1 \text{ см}^2}{\pi r^2} = 8 \times 10^6.$$

Считая пылинки распределенными равномерно вдоль столбика длины L, найдем среднее расстояние между ними:

$$l = \frac{L}{N} = \frac{10 \text{ пк}}{8 \times 10^6} = 0,25 \text{ а.е.}$$

7.34. Свет, излученный солнечной поверхностью, распространяется во всех направлениях, а не только в направлении Луны. Поток света, проходящий через единицу поверхности воображаемой сферы радиуса R с центром в центре Солнца, ослаблен в $(R/R_\odot)^2$ раз – это и есть фотометрический закон обратных квадратов. Поэтому поток света, падающий на Луну, ослаблен в (1 а.е.$/R_\odot)^2 = 46$ тыс раз. А отраженный ею – в $46000/0,07 = 660$ тыс раз. Во столько раз ослаблена как яркость единицы поверхности Луны, так и наблюдаемый блеск всей Луны по сравнению с Солнцем, поскольку равны их угловые размеры.

7.35. Переведя угловой диаметр в радианную меру, найдем линейный диаметр скопления:

$$d = \alpha D = \frac{8' \cdot 10 \text{ кпк}}{3438'} = 23 \text{ пк}.$$

Абсолютная величина скопления при нулевом межзвездном поглощении

$$M = m + 5 - 5 \cdot \lg r(\text{пк}) = -9.$$

Тогда число звезд определим по светимости скопления:

$$N = \frac{L}{L_\odot} = 10^{0,4(M_\odot - M)} = 4 \cdot 10^5.$$

Приняв объем скопления $V = \pi d^3/6$, найдем среднюю пространственную плотность звезд:

$$n = \frac{N}{V} = \frac{6N}{\pi d^3} = 63 \text{ пк}^{-3},$$

т.е. в каждом кубическом парсеке скопления в среднем находится 63 звезды. Сравните это с окрестностями Солнца, где в среднем на 10 кубических парсеков всего одна звезда.

Если среднее расстояние между звездами L, то средний объем пространства на одну звезду L^3. Тогда число звезд на единицу объема $1/L^3 = n$. Следовательно, $L = n^{-1/3} = 0,25$ пк.

7.36. Пусть в момент излучения света расстояние до галактики равно X. Ее свет достигает нас через время $t = X/C$. За это время галактика проходит расстояние $\Delta X = Vt = VX/C$. Следовательно, в момент наблюдения расстояние до галактики составляет $X(1 + V/C) = 330$ Мпк. Отсюда $X = 330$ Мпк$/(1 +$ 30 тыс/300 тыс$) = 300$ Мпк.

7.37. Пусть $D = 1/\pi$ – расстояние между Солнцем и Сириусом, X – расстояние наблюдателя от Солнца, $L_\odot$ и L_S – светимости Солнца и Сириуса, причем $L_S = 22L_\odot$. Тогда, в соответствии с фотометрическим законом обратных квадратов, условие задачи запишем так:

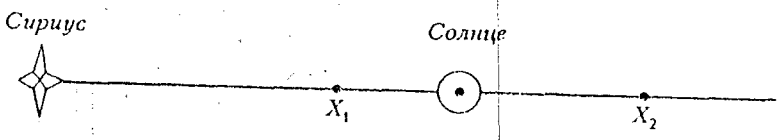
$$\frac{L_\odot}{X^2} = \frac{L_S}{(D - X)^2},$$

откуда легко получить квадратное уравнение:

$$21X^2 + 2DX - D^2 = 0.$$

У этого уравнения два корня:

$$\begin{cases} X_1 = 0,176D = 0,47 \text{ пк} \\ X_2 = -0,273D = -0,73 \text{ пк} \end{cases}$$



Фиг. 7.1.

Смысл двух решений очевиден из фиг. 7.1: одна из точек лежит между звездами (она-то нам и нужна!), а другая - в стороне от Солнца, противоположной Сириусу. Если бы путешественник ошибся направлением и полетел в другую сторону, то в этой точке он тоже обнаружил бы равенство блеска Солнца и Сириуса.

7.38. Разница на $1,5^m$ соответствует изменению потока света в 4 раза. Следовательно, в соответствии с фотометрическим законом, космонавт был вдвое дальше от метеора, чем наземный астроном. Но известно, что метеоры возникают на высоте около 100 км над поверхностью Земли. Значит высота орбиты корабля около 300 км.

7.39. Солнечно-синхронной называется такая близкая к полярной орбита, плоскость которой из-за нецентрального характера гравитационного поля Земли поворачивается (прецессирует) со скоростью около 1° в сутки. При этом плоскость орбиты

составляет постоянный угол с плоскостью терминатора, которая поворачивается с той же скоростью вследствие орбитального движения Земли.

Если плоскость солнечно-синхронной орбиты составляет небольшой угол с плоскостью терминатора, то скульптура будет видна жителям Земли по вечерам на фоне сумеречного или ночного неба, обращаясь с периодом около 2 часов по своей орбите. Спутник на такой орбите виден с поверхности Земли в полосе шириной около 7000 км, а за 2 часа Земля на экваторе поворачивается на 3670 км. Поэтому каждый ясный вечер эту космическую скульптуру могли бы наблюдать все жители Земли.

Сравним блеск скульптуры с блеском полной Луны ($m_☾ = -12,7$). Максимальный телесный угол, под которым может быть видна скульптура, составляет

$$W = 2\pi RH\left(\frac{57,3^\circ}{h}\right)^2 = 4\cdot 10^{-4}\,\square^\circ,$$

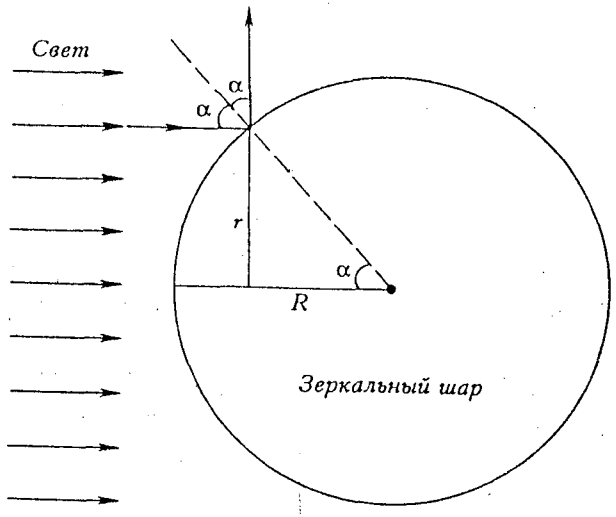
где R и H – радиус и толщина тора, а h – высота орбиты. Телесный угол лунного диска $\Omega_☾ = \pi(0,25^\circ)^2 = 0,2\,\square^\circ$. Следовательно, с учетом десятикратной разницы в альбедо, отношение потоков света от Луны и скульптуры составляет

$$\frac{F_☾}{F} = 0,1\frac{\Omega_☾}{\Omega} = 50.$$

В звездных величинах это соответствует $\Delta m = 2,5\lg 50 = 4,2$. Следовательно, максимальный блеск скульптуры $4,2^m - 12,7^m = -8,5^m$. Учитывая, что она не всегда будет видна на кратчайшем расстоянии (т.е., в зените) и не всегда будет полностью освещена Солнцем (в большинстве случаев фазовый угол "Солнце – скульптура – зритель" будет около 90°), можно оценить ее ожидаемый блеск в -7°. Значит Скульптура мира стала бы самым ярким ночным светилом, за исключением Луны. Правда, ее угловой размер не превысил бы $2R/h \simeq 3'$. Поэтому большинству людей, не обладающих очень острым зрением, скульптура казалась бы

невероятно яркой движущейся "звездой". Однако даже в простейший бинокль отчетливо была бы видна ее форма.

7.40. Галилей безусловно прав в том, что, будь планеты зеркальными шарами, мы не увидили бы их дисков, а заметили бы только отраженное ими изображение Солнца. Однако суммарный блеск планеты от этого практически не изменился бы. Действительно, рассмотрим отражение параллельного потока света, падающего на зеркальный шар.



Фиг. 7.2.

Пусть R – радиус шара, A – его альбедо, α – угол падения света на элемент поверхности шара, f – поток света, падающий на единицу перпендикулярной к нему поверхности (фиг. 7.2). Тогда на узкий шаровой пояс радиуса $r = R\sin\alpha$ и шириной $R\cdot \mathrm{d}\alpha$ падает поток

$$\mathrm{d}F = f\cdot 2\pi r\cdot \mathrm{d}r = f\cdot 2\pi R\sin\alpha\cdot R\cos\alpha\cdot \mathrm{d}\alpha = \pi R^2 f\sin 2a\cdot \mathrm{d}\alpha.$$

По закону отражения этот свет будет распространятся под углом $\beta = 2\alpha$ к направлению на источник. Определим силу света (т.е.

поток в единице телесного угла Ω) в направлении β:

$$I(\beta) = A\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}\Omega} = A\frac{\mathrm{d}F}{2\pi\sin\beta\mathrm{d}\beta} = \frac{Af\pi R^2\sin 2\alpha\mathrm{d}\alpha}{2\pi\sin 2\alpha 2\mathrm{d}\alpha} = \frac{AfR^2}{4}.$$

Итак, сила света (в астрономической терминологии – **блеск**) зеркального шара не зависит от фазового угла наблюдателя (β). Иными словами, зеркальный шар отражает свет во все стороны равномерно и со всех сторон имеет одинаковый блеск. Какой же именно?

Сравним его с блеском Солнца. Если расстояние шара от Солнца – r, а от наблюдателя – s, то падающий на шар поток излучения равен

$$F = \frac{L_\odot\pi R^2}{4\pi r^2},$$

а освещенность наблюдателя отраженным светом

$$E_1 = \frac{AF}{4\pi s^2} = \frac{AL_\odot\pi R^2}{(4\pi rs)^2}.$$

В то же время, освещенность наблюдателя прямыми солнечными лучами

$$E_2 = \frac{L_\odot}{4\pi r_\odot^2},$$

где $r_\odot$ – расстояние Солнца от наблюдателя. В звездных величинах разность блеска Солнца и зеркального шара составит

$$\Delta m = 2,5\lg\left(\frac{E_2}{E_1}\right) = 2,5\lg\left(\frac{4}{A}\right) + 5\lg\left(\frac{rs}{r_\odot R}\right).$$

Мы получили зависимость в наиболее общем виде. Если зеркальный шар отражает свет без потерь ($A = 1$), то формула упрощается:

$$\Delta m = 1,5 + 5\lg\left(\frac{rs}{r_\odot R}\right).$$

Еще больше она упростится, если расстояния наблюдателя и шара от Солнца одинаковы ($r = r_\odot$), как в случае с Луной:

$$\Delta m = 1,5 + 5\lg\frac{s}{R}.$$

Вот эту формулу мы и используем, чтобы доказать ошибку Галилея в оценке блеска "зеркальной Луны". Для $R = 1738$ км и $s = 384,4$ тыс км получим $\Delta m = 13,2$. Приняв визуальный блеск Солнца $m_\odot = -26,6$, получим блеск "зеркальной Луны" $m = m_\odot + \Delta m = -13,4$. Напомним, что при очень низком альбедо ($A = 7\%$) реальная Луна в полнолуние имеет блеск $m_\subset = -12,7$, т.е. она всего вдвое слабее "зеркальной Луны". Это связано с тем, что шероховатая поверхность реальной Луны в основном отбрасывает свет в направлении источника.

Итак, мы доказали, что "зеркальная Луна" была бы даже чуть ярче реальной и по-прежнему осталась бы ярчайшим объектом ночного неба. А каков был бы угловой диаметр отраженного в ней Солнца?

Если проводить наблюдения в период "полнолуния", т.е. в момент противостояния "зеркальной Луны" и Солнца, то угловой размер Солнца (α) и его изображения в шаре (γ) связаны следующим образом (фиг. 7.3):

$$\begin{cases} \eta = \alpha - \beta \\ \eta = \gamma + \beta \end{cases}$$

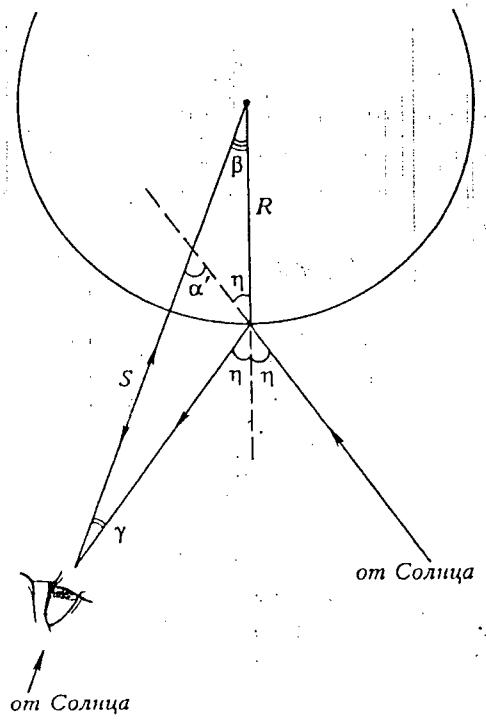
откуда $2\beta = \alpha - \gamma$. А учитывая, что $\gamma s = \beta R$, получим:

$$\gamma\left(2 + \frac{R}{s}\right) = \alpha\frac{R}{s}.$$

Поскольку при наблюдении небесных светил $R \ll s$, получаем:

$$\gamma = \alpha\frac{R}{2s}.$$

Для Солнца $\alpha = 0,5°$ и, следовательно, размер его отражения в "зеркальной Луне" $\gamma = 4''$. Для глаза или бинокля это – "звезда".



Фиг. 7.3.

7.41. Будем считать спутник зеркальной сферой с альбедо $A = 50\%$. Тогда задача решается аналогично предыдущей. Если $R = 1,5$ м – радиус спутника, $s = 36$ тыс км – расстояние до него, то разница в блеске Солнца и спутника будет

$$\Delta m = 2,5 \lg \frac{4}{A} + 5 \lg \frac{s}{R} = 39,2.$$

Приняв $m_\odot = -26,6$, получим визуальную яркость спутника $m = 12,6$. Для наблюдения такого объекта нужен крупный телескоп.

7.42. Проксима Кентавра – ближайшая к Солнцу звезда; она спутник более яркой звезды – α Кентавра. Расположившись рядом с Проксимой, космонавт практически не изменит своего положения относительно других звезд, кроме Солнца, Проксимы и α Кентавра. Поэтому можно считать, что блеск всех звезд сохранился прежним, изменившись только у Солнца и α Кентавра (Проксима нас не интересует). Поскольку α Кентавра относится к тому же типу звезд, что и Солнце, а космонавт будет очень недалеко от нее, то вероятно она и станет ярчайшей звездой его небосвода. Проверим это.

Расстояние от Солнца до α Кентавра 1,33 пк и блеск ее 0^m. Проксима расположена на расстоянии 1,27 пк от Солнца и видна $2,2°$ от α Кентавра. Следовательно, ее линейное расстояние от α Кентавра в проекции на небо составляет 1,3 пк $(2,2°/57,3° = 0,05$ пк. Разность радиальных расстояний до этих звезд 1,33 пк - 1,27 пк = 0,06 пк. Значит пространственное расстояние между ними $(0,05^2+0,06^2)^{1/2} = 0,08$ пк. При этом видимый блеск α Кентавра станет равен

$$m = M - 5 + 5 \lg r = 0 - 5 + 5 \lg 0,08 = -10,5.$$

А блеск Солнца уменьшится до

$$m_\odot = M_\odot - 5 + 5 \lg r = 4,7 - 5 + 5 \lg 1,27 = 0,2.$$

Как видим, наша догадка оказалась верной: α Кентавра – ярчайшая.

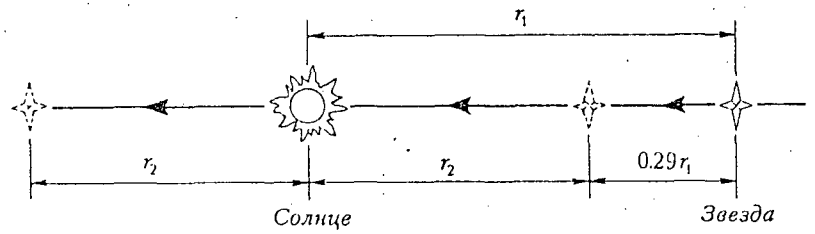
7.43. Абсолютная величина Солнца $M_\odot = 4,7$. Такова будет его видимая величина на расстоянии 10 пк. А на расстоянии 20 пк поток солнечного излучения уменьшится в 4 раза, т.е. на $1,5^m$ и блеск Солнца достигнет $6,2^m$. Это предел для нормального глаза, и значит 20 пк - предельное расстояние, с которого видно Солнце.

7.44. Освещенность от точечного источника света обратно пропорциональна квадрату расстояния до него, т.е.

$$\frac{E_1}{E_2} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2,$$

где E_1 и E_2 – освещенности на расстояниях r_1 и r_2. Учитывая, что по условию задачи $E_1/E_2 = 2$, найдем

$$r_2 = \pm\frac{r_1}{\sqrt{2}} \simeq \pm 0,71 r_1.$$



Фиг. 7.4.

Двойной знак в формуле указывает, что звезда будет казаться вдвое ярче первый раз, когда расстояние сократится до $0,71r_1$, и второй раз, когда оно вновь увеличится до этого значения (фиг. 7.4), т.е. после прохождения расстояния $1,71r_1$ (разумеется, если ей удастся избежать столкновения с Солнцем!). Следовательно, до первой искомой точки звезда должна пройти расстояние $0,29r_1$. Это произойдет через

$$t_1 = 0,29 \times 5,6 \times \frac{C}{V} = 4430 \text{ лет},$$

здесь $C = 3 \cdot 10^8$ м/с – скорость света, а $V = 111$ км/с – скорость звезды. Второй точки звезда достигнет через

$$t_2 = 1,71 \times 5,6 \times \frac{C}{V} \simeq 26 \text{ тыс. лет}.$$

7.45. Легко найти, во сколько раз освещенность, создаваемая на Земле зеркалом (E_2), меньше солнечной (E_1): согласно формуле Погсона

$$\lg\left(\frac{E_1}{E_2}\right) = 0,4(m_2 - m_1) = 0,4(3 + 27) = 12,$$

где m_1 и m_2 – звездные величины Солнца и зеркала. Следовательно,

$$\frac{E_1}{E_2} = 10^{12}.$$

Поскольку в зеркале отражается часть солнечной поверхности, а расстояние до Солнца много больше, чем расстояние до Луны, то очевидно, что в зеркале видна 10^{-12} доля площади солнечного диска (потемнением диска к краю Солнца мы пренебрегаем). Значит угловой диаметр круглого зеркала составит $\sqrt{10^{-12}} = 10^{-6}$ от углового диаметра Солнца ($31' = 1860''$), т.е. он составит $(1,86 \cdot 10^{-3})''$. Теперь можно вычислить линейный размер зеркала (d), учитывая, что оно находится на расстоянии Луны и имеет весьма малый угловой размер:

$$d = 3,84 \cdot 10^{10} \text{ см } \frac{(1,86 \cdot 10^{-3})''}{206265''} = 346 \text{ см},$$

где $206265''$ – число угловых секунд в одном радиане. Решение задачи указывает, что зеркало сравнительно скромного размера может имитировать довольно яркую звезду на поверхности Луны. Подумайте, можно ли использовать такое зеркало для передачи сигналов с Луны на Землю? А с орбиты искусственного спутника Луны?

7.46. Блеск сферического тела пропорционален площади его поверхности и значению альбедо. Если реальная площадь Фобоса оказалась в $(10/7)^2 \simeq 2$ раза больше, то значение альбедо в 2 раза меньше (7%).

7.47. Поскольку параллакс уменьшился вчетверо, во столько же раз возрасло максимальное расстояние до изученных звезд, т.е. радиус сферы, в которой они заключены. Предполагая пространственную плотность звезд всюду одинаковой, определяем, что объем сферы возрос в $4^3 = 64$ раза, а число звезд стало $165 \times 64 = 10560$.

7.48. Видимая величина звезды составляет

$$m = M + 5^m \lg \frac{r}{10 \text{ пк}} + A,$$

где r – расстояние до звезды; A – межзвездное поглощение. Значит

а) $m = M + 5^m \lg r + 10^m$, если поглощения нет и

б) $m = M + 5^m \lg r + 10^m + 3^m r$, если поглощение есть и r выражено в килопарсеках. Отсюда: а) $r = 4$ кпк б) $r = 1$ кпк.

7.49. Абсолютная величина Солнца $+5^m$. Значит абсолютная величина скопления $+5^m - (5^m + 5^m + 5^m) = -10^m$. Галактика находится в миллион раз дальше стандартного расстояния (10 пк), значит ослабление блеска составляет 10^{12} раз или $(12/2) \cdot 5^m = 30^m$. Видимая величина скопления равна $-10^m + 30^m = 20^m$ и недоступна для телескопа.

7.50. Поскольку угловые размеры Луны и Солнца одинаковы, то глядя в такое зеркало, мы могли бы при удачном расположении видеть весь солнечный диск, который практически ничем не отличался бы от истинного (с точностью до 1% расстояние "Солнце-Земля" не отличается от расстояния "Солнце-Луна-Земля"). Если бы это зеркало было удачно развернуто, так чтобы солнечный "зайчик" попадал на Землю, то в середине "зайчика" освещенность земной поверхности была бы как в солнечный день. Но с удалением от центра освещенность уменьшалась бы, посколку в зеркало была бы видна все меньшая доля солнечного диска. Угловой радиус "зайчика" для наблюдателя на Луне был бы $0,5°$. Значит сколько-нибудь освещенным на Земле оказался бы круг диаметром (384000/57,3) км = 6700 км.

7.51. Сравнивая астероид с Луной, видим, что при прочих равных условиях он будет отражать в 100 раз меньше света, чем полная Луна ($\Delta m = 5^m$). Кроме этого он в 100 раз дальше Луны от Солнца, т.е. освещенность его поверхности в 10 тыс раз меньше ($\Delta m = 10^m$). И наконец, астероид удален от Земли в (99 а.е./384 тыс км)$\simeq 4 \cdot 10^4$ раз более, чем Луна. Следовательно, его блеск будет ослаблен еще в $1^5 \cdot 10^9$ раз ($\Delta m = 23^m$). Всего получаем разницу в $(5 + 10 + 23)^m = 38^m$ по сравнению с полной Луной. Приняв блеск Луны за $-12,7^m$, получим ожидаемый блеск астероида $(38 - 12,7)^m = 25,3^m$, что ниже предельной чувствительности телескопа. Астероид виден не будет.

~~~ ★ ~~~
~~~

8. АСТРОНОМИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ И НАБЛЮДЕНИЯ

РЕШЕНИЯ

* * * ⊙ * * *

8.1. Практически никак: изображения мухи не будет видно.

8.2. Половина объектива строит изображение так же, как целый объектив, но собирает вдвое меньше света. Поэтому изображение Луны не изменится, а лишь станет вдвое менее ярким.

8.3. Причин несколько:
1) при обработке поверхности зеркала требуется вдвое более высокая точность, чем при обработке линзы;
2) не было технологии алюминирования зеркал, а металлические зеркала плохо отражали и быстро тускнели;
3) свободное от аббераций поле зрения рефлектора невелико. По мере продвижения к исследованию слабых объектов возрастал диаметр объективов, а линзы диаметром более метра уже не выдерживали своего веса и деформировались.

К тому же, очень трудно было изготавливать абсолютно прозрачные, не содержащие дефектов стеклянные заготовки для крупных линз. Поэтому в XX веке рост диаметра телескопов происходил за счет зеркальных систем.

8.4. Основные системы: Ньютона, Кассегрена, Грегори, Ричи-Кретьена, кудэ, Нэсмита, Штидта, Максутова, Ломоносова. У крупных телескопов введением дополнительных зеркал изменяют

оптическую систему для решения конкретных задач. Например, при работе в главном фокусе, который у самых крупных телескопов находится в стакане наблюдателя, а у телескопов среднего размера выводится ньютоновским зеркалом на боковую поверхность трубы, фокусное расстояние наименьшее; это удобно для фотографирования больших участков неба.

Однако тяжелые приборы неудобно размещать на верхнем конце трубы, поэтому введением дополнительных зеркал телескоп превращают в кассегреновский, нэсмитовский или кудэ, устанавливая приборы, соответственно, на нижнем конце трубы, на монтировке сбоку или вообще неподвижно в нижней части башни. Соответственно удлиняется фокусное расстояние инструмента и остается возможность изучать только один или несколько близко расположенных источников.

8.5. Линии в спектре быстро вращающейся планеты будут наклонены к протяжению спектра. Приближающийся к наблюдателю край диска планеты даст сдвиг одних концов линий в фиолетовую сторону спектра, удаляющийся же край – сдвиг противоположных концов линий в красную сторону. Центр диска не дает никакого сдвига спектральных линий. Лучевая скорость будет пропорциональна расстоянию от центра диска (проверьте, сделав чертеж). Поэтому наклонные линии будут прямыми.

8.6. Применение принципа Доплера к спектру кольца Сатурна показало, что близкие к планете части кольца имеют большую скорость обращения, чем дальние. Если бы кольцо было сплошное, картина была бы обратной.

8.7. Во время весенних наблюдений Земля, очевидно, двигалась по направлению к звезде, а осенью – в противоположном направлении. К лучевой скорости звезды один раз прибавлялась, а другой раз из нее вычиталась скорость самой Земли. Полуразность наблюденных лучевых скоростей дает скорость Земли вокруг Солнца. При этом считаем орбиту Земли круговой. Помножив на число секунд в году, получим длину земной орбиты,

а разделив на 2π, получим расстояние до Солнца.

8.8. Диаметр обьектива в 10 раз превышает диаметр зрачка глаза ночью, значит использованное увеличение больше равнозрачкового и в глаз попадет приблизительно в 100 раз больше света, чем без телескопа. Это даст выигрыш на 5^m и глазу станут доступны звезды примерно до 11^m. Для разрешающей способности глаза с учетом увеличения телескопа получим:

$$\alpha_г = \frac{100''}{40} = 2,5'',$$

а дифракционное разрешение обьектива составляет

$$\alpha_о = \frac{14''}{6\text{ см}} \simeq 2,3''.$$

Значит реальное угловое разрешение составит около $3''$. Поскольку окуляры, в зависимости от их конструкции, имеют поле зрения от $20°$ до $40°$, поле зрения телескопа, учитывая его увеличение, может быть от $0,5°$ до $1°$. Такой телескоп удобен для наблюдения Луны и планет, рассеянных скоплений, многих двойных звезд, ярких эмиссионных туманностей и некоторых близких галактик.

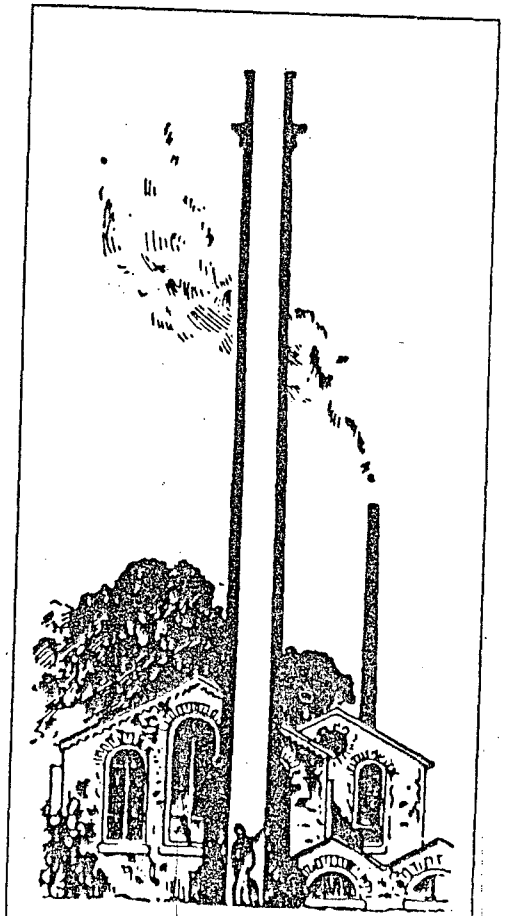
8.9. Для уменьшения тепловых турбулентных потоков воздуха в трубе, портящих изображение Солнца.

8.10. Нет, не видны, хотя такое поверие и существует. Звезда может стать видимой на фоне неба только в том случае, если поток света от нее сравним с потоком от площадки неба, угловой размер которой равен разрешающей способности человеческого глаза ($100''$). Телескоп может улучшить разрешающую способность глаза приблизительно до $2''$, т.е. в 50 раз (дневная атмосфера обычно не дает лучшего качества изображений). Значит яркость неба снижаетя при этом в $50^2 = 2500$ раз и становятся видны яркие звезды и планеты. Колодец же может уменьшить яркость неба лишь в том случае, если сидящему на дне

наблюдателю отверстие колодца будет видно под углом менее $100''$. При диаметре колодца в 1 м его глубина должна быть более $1\text{ м}/\sin 100'' = 2$ км! Но даже при этом наблюдателю будет видна лишь светлая точка, яркость которой увеличится на мгновение, если какая-либо звезда будет пересекать зенит.

Были попытки экспериментально проверить "эффект колодца". Так, журналист газеты "Комсомольская правда" Л.Решин в номере от 24 мая 1978 г. писал: "Говорят, что и среди бела дня можно увидеть звезды на небе, если спуститься в глубокий колодец. Однажды я решил проверить, правда ли это, спустился в шестидесятиметровый колодец, а звезд так и не смог разглядеть. Только маленький квадратик ослепительно синего неба".

С равным успехом предпринимались подобные наблюдения с помощью высоких каминных и заводских труб: лишь яркий клочок неба висел над головой беспокойных естествоиспытателей.



This illustration appeared in the 1899 edition of Sir Robert Ball's 1889 book Star-Land with the caption "How the stars are to be seen in broad daylight."

Можно лишь догадываться, откуда взялось это поверие. Возможно, находясь на дне колодца, шахты или трубы, люди замечали освещенные пылинки на фоне темных стен? (См. подробнее в журнале "Квант", 1, 1994.)

8.11. $W = 10g + N$, где g – число групп пятен, N – число пятен. Поэтому число групп будет 10. Об их составе по приведенным данным ничего сказать нельзя; отдельное пятно тоже считается группой.

8.12. При атмосферных дрожаниях качество изображения может кратковременно достигать $0,2'' \div 0,3''$. Глаз ловит эти моменты, а фотопластинка – нет. Качество изображения звезд на обсерваториях указывают, исходя из возможностей фотографирования. Для глаза оно в некоторые моменты заметно выше, поэтому опытные наблюдатели часто используют большое увеличение, чтобы рассмотреть детали изображения именно в эти редкие моменты.

Вторая причина – при некоторых наблюдениях необходимо видеть атмосферный или дифракционный диск звезды. Например, это нужно при работе с окулярным микрометром, чтобы точно навести нить на середину диска.

Третья причина – необходимость равнозрачкового увеличения, чтобы не терять свет. При наблюдении в телескоп диаметром 1,5 м равнозрачковое увеличение составляет 1500 мм/(5÷6) мм = 250÷300.

8.13. В то время не умели делать сложных ахроматических объективов, а чтобы простой однолинзовый объектив давал неокрашенное изображение, его фокусное расстояние должно быть очень большим: в те годы оно достигало 40 м.

8.14. Очевидно, что за время экспозиции оптическая ось фотоаппарата, перемещающаяся по поверхности Земли со скоростью спутника ($V_I \simeq 8$ км/с), должна пройти менее 10 м. Следовательно, нужна экспозиция $\Delta t < 10$ м/(8000 м/с)$\simeq 10$ с. Для всех низких орбит эта величина одинаковая.

8.15. Поскольку Крабовидная туманность практически прозрачна, наблюдаются как приближающиеся, так и удаляющиеся ее части. Поэтому линии в спектре раздвоены доплеровским смещением – голубым и красным.Скорость взаимного удаления этих частей равна $V = C\Delta\lambda/\lambda = 2400$ км/с. Если предположить, что с такой же скоростью происходит и видимое расширение туманности, то его угловая скорость $= V/D$, откуда расстояние до туманности $R = V/(0,4''/\text{год})$. Разумеется, перед вычислением угловые секунды нужно перевести в радианы, а год – в секунды времени. Тогда $R = 1,2$ кпк. (По наиболее точным измерениям это расстояние близко к 1,7 кпк.)

8.16. Так как угловая скорость движения Луны среди звезд равна $\omega_C = 360°/28^d \simeq 0,54'/\text{мин}$. Тогда угловой диаметр области $d = 2^m \times \omega_C \simeq 1'$. А линейный диаметр $D = dR = 0,5$ пк. Разумеется, вы не забыли перевести угловые минуты в радианы.

8.17. Наблюдению слабых звезд мешает атмосфера Земли. Во-первых, она поглощает свет звезды, ослабляя его почти вдвое. Во-вторых, атмосферное размытие искажает изображение звезды, превращая практически точечный источник в диск диаметром $1'' \div 2''$. А это плохо, потому что, в третьих, ночное небо не абсолютно темное: оно светится из-за рассеяния промышленного и городского света пылинками, из-за химических реакций в верхней атмосфере, и т.п. Яркость ночного неба у поверхности Земли соответствует излучению примерно одной звезды 21^m с квадратной секунды небосвода; на лучших высокогорных обсерваториях мира она снижается до 22^m/кв.сек. Поэтому изображения звезд $23^m \div 24^m$ почти не отличаются по яркости от соседних беззвездных участков ночного неба. Это очень затрудняет их обнаружение с земли: требует больших телескопов и больших экспозиций.

В космосе нет поглощения света атмосферой и примерно вдвое

ниже яркость неба (остается зодиакальный свет и излучение далеких звезд Млечного пути). Но главное – там нет атмосферного дрожания, поэтому изображения звезд могут иметь дифракционный размер, который для телескопов диаметром 2-3 м составляет всего $0,05''$. Такая площадка космического неба светит как звезда 29^m. К тому же, и длительность экспозиции в космосе не ограничена продолжительностью земной ночи. Поэтому в космосе можно регистрировать более слабые звезды, чем на земле.

8.18. Первый телескоп вообще не годится для таких наблюдений, поскольку разрешающая сила его объектива $14''/100$ см$= 0,14''$, что недостаточно для разделения компонентов Капеллы. Разрешающая сила второго телескопа $14''/500 = 0,03''$. Чтобы ее использовать, необходимо увеличить этот угол до разрешающей способности глаза ($100''$), т.е. в $100/0,03 \simeq 3$ тыс раз. При $F = 30$ м это потребует окуляра с фокусным расстоянием $f = 30$ м$/3000 = 1$ см. Ясно, что наблюдать глазом компоненты такой двойной можно было бы только с космическим телескопом соответствующих параметров, на который не влияют атмосферные помехи. На поверхности Земли с помощью специальных интерферометрических методов можно было бы изучить эту систему (измерить расстояние между компонентами, их ориентацию и взаимную яркость), но увидеть глазом нельзя.

8.19. Существует несколько причин, по которым изображение звезды на эмульсии фотопластинки получается не точечным, а размытым с повышенной яркостью в центре и спадающей – к краям:

а) атмосферное дрожание изображений, вызванное движениями неоднородного воздуха;

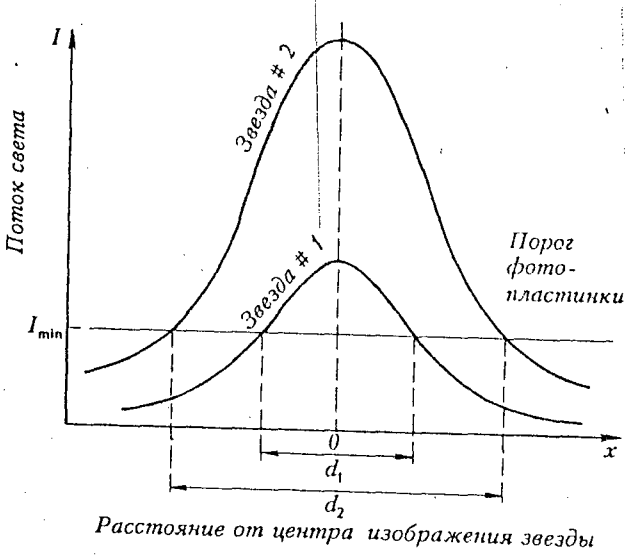
б) дифракция света в объективе телескопа;

в) аберрации оптики телескопа;

г) рассеяние света в фотоэмульсии как в обычной мутной среде;

д) отражение света от обратной стороны фотопластинки.

Для ослабления последнего эффекта на обратную сторону пластинок наносят противоореольный слой, поглощающий свет, прошедший сквозь эмульсию и стекло. При проявлении пластинки противоореольный слой смывается.



Фиг. 8.1. Распределение яркости в изображении звезды.

Таким образом, распределение потока света в изображении звезды представляет собой подобие горы с круто поднятой вершиной и пологими склонами (фиг. 8.1). С другой стороны, фотоэмульсия имеет некоторую пороговую чувствительность, а также слабый равномерный фон, связанный с излучением неба и химическими процессами в самой эмульсии. Это приводит к тому, что "пологие склоны" изображения звезды не выделяются на эмульсии. Заметное почернение вызывает только центральная яркая часть изображения, лежащая выше определенного порога (I_{min}). Это напоминает ситуацию с подводной горой, поднимающейся

над поверхностью океана. У слабой звезды ниже вершина, но форма склонов такаю же, как у яркой. Поэтому диаметр ее "надводной" части меньше.

8.20. Максимальная проницающая сила достигается при увеличении не меньше равнозрачкового, которое равно отношению диаметра зеркала ($D = 10$ м) к диаметру зрачка глаза ($d = 6$ мм) и составляет $D/d = 1700$. Тогда формально поток света от звезды в глаз возрастет пропорционально $(D/d)^2$ и предельная величина станет

$$m = 6^m + 5 \lg \frac{D}{d} = 22^m.$$

Но в действительности такая проницающая сила не может быть достигнута, поскольку при увеличении в 1700 раз изображение звезды перестанет быть для глаза точечным. На высокогорной обсерватории Мауна-Кеа, где сооружен этот телескоп, размер изображений звезд нередко бывает $0,3''$, т.е. при увеличении более 350 раз диаметр изображения звезды становится больше разрешающей способности глаза. Для протяженных же обьектов использованная выше формула неприменима, поскольку собранный свет распределяется между многими элементами сетчатки глаза.

Если ограничиться увеличением 350÷400, то поток света, попадающего в зрачок, уменьшится по сравнению с формально вычисленным раз в 20, и предельная величина станет порядка 19^m. А если еще учесть потери света при отражении от зеркал и прохождении через линзы окуляра, то следует ожидать предельной величины около $18,5^m$.

Легко заметить, что при заданном качестве изображений, определяемом величиной атмосферного дрожания на месте установки телескопа, для наблюдения звезд глазом существует оптимальный диаметр объектива, дающий максимальную проницающую силу. Дальнейший рост диаметра не приводит к усилению чувствительности, поскольку дополнительный свет все равно проходит мимо зрачка. Следует ожидать, что на Мауна-Кеа можно достигнуть $18,5^m$ и с 2-метровым телескопом.

Наши вычисления косвенно подтверждаются экспериментом: на обсерватории Маунт Паломар, где изображения обычно не бывают лучше $0,5''$, с помощью 5-метрового телескопа удается *увидеть* звезды до $17,5^m$. Это хорошо согласуется с нашими рассуждениями (проверьте, вычислив самостоятельно). К сожалению, мы пока не встречали сообщений о наблюдениях в 10-метровый телескоп глазом.

8.21. Космический. Даже в лучших местах на Земле атмосферные искажения не позволяют различить деталей менее $0,3'' \div 0,5''$, тогда как космический телескоп имеет дифракционную разрешающую способность $140''/D(\text{мм}) = 0,07''$.

8.22. Видимый блеск ИСЗ меняется по следующим причинам:

а) вращение спутника вокруг своей оси, необходимое для его стабилизации или возникшее случайно, изменяет условия отражения солнечных лучей от поверхности ИСЗ (если он не сферический, как Первый спутник);

б) переход с освещенной Солнцем стороны Земли в ее полутень и тень;

в) изменение расстояния от наблюдателя.

ИСЗ – практически точечный объект, как звезда, поэтому его наблюдаемый блеск зависит только от диаметра объектива прибора (если увеличение не меньше равнозрачкового, и весь собранный объективом свет попадает в зрачок глаза). Поэтому для наблюдения ИСЗ нужно выбрать бинокль: диаметр его объективов больше, а увеличение практически равнозрачковое (80 мм/12 = 6,7 мм). К тому же поле зрения бинокля больше и перемещать его легче, чем телескоп. А это важно при наблюдении быстролетящих ИСЗ.

8.23. Угловое разрешение хорошего телескопа за *пределом*

атмосферы равно дифракционному: $14''/D$(см). Радиус ядра кометы около 10 км, значит с расстояния 0,5 а.е. оно будет видно под углом $206265'' \times 10$ км$/(0{,}5$ а.е. $\times$ 150 млн км$) = 0{,}03''$. Тогда из уравнения $14''/D = 0{,}03''$ найдем минимальный диаметр телескопа: $D = 4{,}7$ метра. Такой крупный оптический телескоп пока не предполагают сооружать на орбите.

8.24. Хотя атмосферы на Луне нет, и рассеянный свет днем практически не мешает наблюдать звезды, все же глаз человека в нормальных условиях не должен их замечать. Дело в том, что способность глаза чувствовать слабый свет звезд возникает постепенно по мере его адаптации (привыкания) к темноте. Яркий солнечный свет на поверхности Луны сделает глаз нечувствительным к слабому свету звезд. Но если специальным экраном отгородиться от яркой поверхности, то звезды днем на Луне должны быть видны.

8.25. Лунная поверхность ярко освещена Солнцем. Поэтому при фотографировании на ней объектов на нормальную пленку (например, 200 ед. ГОСТ или ASA) необходимо применять короткие выдержки (приблизительно 1/1000 сек при диафрагме 1:8). При таких коротких экспозициях звезды не оставляют следов на негативе. Для их фотографирования нужны, как минимум, секундные выдержки.

8.26. Башни телескопов красят в белый цвет для того, чтобы они отражали как можно больше солнечного света и не нагревались в дневное время. Тогда после захода Солнца башня и находящийся в ней телескоп быстро охлаждаются до температуры ночного воздуха. Это предотвращает восходящие потоки воздуха от башни и тепловые деформации телескопа, которые могли бы испортить изображение.

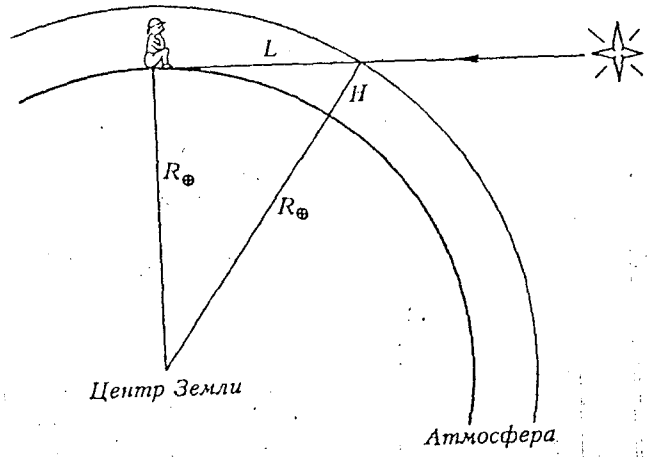
Нередко для окраски куполов башен применяют специальные титановые белила, которые отражают не только видимый, но и инфракрасный свет Солнца. Применяется также дневное кондиционирование воздуха под куполом телескопа, поддерживающее ночную температуру. Очень полезно, если пространство вокруг башни густо засажено лесом или покрыто водой: тогда оно не нагревается так сильно, как открытый грунт. Это особенно важно при наблюдении Солнца.

8.27. Это эффект контраста: на фоне ночного неба пепельный свет Луны виден, а на фоне яркого дневного неба – нет. Даже в момент полного затмения небо вблизи Луны довольно ярко освещено солнечной короной. Поверхностная яркость внутренней части солнечной короны в миллиард раз, т.е. на $22{,}5^m$ ниже яркости солнечного диска (П.Г.Куликовский "Справочник любителя астрономии", М., Наука, 1971, с. 71). Приняв видимую звездную величину Солнца за $-26{,}5^m$ и его угловой диаметр за $0{,}5°$, определим, что поверхностная яркость солнечного диска близка к $-27{,}5^m/\square°$. Значит корона Солнца имеет яркость $-5^m/\square°$. Сравните это с яркостью ночного неба $(4^m/\square°)$ и вы поймете, почему на фоне короны пепельный свет Луны ни как себя не проявляет.

А теперь поговорим о пиратах. Как известно, они предпочитали нападать на торговые суда со стороны Солнца, чтобы дольше оставаться незамеченными и дезориентировать команду корабля-жертвы. Поэтому их паруса казались темными по контрасту с ярким небом и бьющим в глаза солнцем. Но, вообще говоря, цветные паруса, и особенно черные, предпочтительны для быстроходных шхун: они сильнее нагреваются на Солнце, быстрее сохнут и становятся легче. К сожалению, парусина на соленом ветру и солнце быстро выцветает и становится белой.

8.28. В закрытое помещение не проникает никакой свет – там абсолютно темно. Ночью же, даже безлунной, на Землю падает свет звезд, излучение атмосферы, зодиакальный свет, которые освещают поверхность планеты раз в 200 слабее полной Луны (см. задачу **7.20**), т.е. вполне ощутимо. Облака, состоящие из капелек воды, в основном рассеивают, но не поглощают

свет, поэтому не очень толстый слой облаков слабо уменьшает освещенность земной поверхности ночным небом. Иное дело – гигантское облако пепла, поднятое над землей извержением вулкана. Оно очень сильно экранирует свет. Разумеется, нужно учитывать и психологический фактор.



Фиг. 8.2.

8.29. Представим атмосферу как однородный слой воздуха толщиной H (фиг. 8.2). Тогда путь света при наблюдении звезды у горизонта (L) найдем из теоремы Пифагора:

$$L^2 = (R_\oplus + H)^2 - R_\oplus^2 = R_\oplus^2 \left[\left(1 + \frac{H}{R_\oplus} \right)^2 - 1 \right].$$

Используя правило бинома Ньютона для малых α, получим $(1+\alpha)^n \simeq 1 + n\alpha$. Тогда $L^2 \simeq R_\oplus^2(1 + 2H/R_\oplus - 1) = 2HR_\oplus$ или $L/H \simeq \sqrt{2R_\oplus/H}$. Поскольку $H \ll R_\oplus$, такое равенство можно считать очень точным. Как известно, атмосфера неоднородна: ее плотность падает с высотой. Но практически весь воздух сосредоточен в нижнем слое толщиной $H = 8$ км, которую называют толщиной однородной атмосферы. Тогда $L/H = \sqrt{2 \cdot 6371/8} =$ 40 , т.е. длина воздушного пути светового луча при наблюдении звезды у горизонта в 40 раз больше, чем при наблюдении в зените. Следовательно, в фотографической области спектра поглощение у горизонта составляет $40 \times 0{,}45^m = 18^m$. Гигантская величина! И это еще без учета рефракции.

8.30. Потому что линии в спектре есть не что иное, как монохроматические изображения входной щели спектрографа. Если щель кривая, то и линии будут кривые. А у спектрографов без входной щели (есть и такие, например, небулярный спектрограф) форма "линий" еще более сложная и связана с формой изучаемых объектов. Если с помощью такого прибора получить спектр планетарной туманности, то вместо линий в нем будет шеренга одноцветных изображений этой туманности - красное, зеленое, синее,...

8.31. Если их звезда расположена вблизи плоскости эклиптики, то смогут. Основное влияние на Солнце оказывает Юпитер. Они вращаются вокруг общего центра масс: Юпитер со скоростью 13 км/с, а Солнце, соответственно, со скоростью

$$V_\odot = V_{\text{Юп}} \frac{M_{\text{Юп}}}{M_\odot} = 13 \text{ м/с}.$$

Если эклиптическая широта "братьев" равна β, то проекция лучевой скорости Солнца на их луч зрения составляет 13 м/с $\cos\beta$. Значит при $\beta \geq 40^\circ$ они не смогут заметить периодического движения Солнца.

8.32. Определим дифракционное разрешение объективов и масштаб изображения в их фокальной плоскости:
а) разрешение $\alpha = 14''/D(\text{см}) = 14''/35 = 0{,}4''$. Этого достаточно для разделения компонентов двойной звезды. Масштаб $\mu = 206265''/F = 206265''/4 \text{ м} = 0{,}05''/\text{мкм}$. Значит на одном зерне фотоэмульсии, ограничивающем разрешающую способность фотопластинки, уложится изображение размером 30 мкм $0{,}05''/\text{мкм}$

$= 1,5''$. Следовательно изображения обоих компонентов попадут на одно зерно эмульсии и раздельно сфотографированы не будут. Такой телескоп не годится.

б) Разрешение $\alpha = 14''/10(\text{см}) = 1,4''$. Этого не достаточно для разделения компонентов, хотя фокусное расстояние телескопа, как легко проверить, достаточно велико, чтобы раздельно изобразить звезды на фотопластинке. Итак, оба телескопа не годятся.

8.33. Практически вся масса нашей планетной системы заключена в Юпитере, поэтому в подобных задачах можно рассматривать двойную систему Солнце-Юпитер, обращающуюся вокруг общего центра масс. Расстояние Солнца от центра масс $r_\odot = r_{\text{Юп}} M_{\text{Юп}}/M_\odot$, где $r_{\text{Юп}}$ – расстояние Юпитера от центра масс, практически совпадающее с радиусом его орбиты (5,2 а.е.). Тогда амплитуда углового перемещения Солнца при наблюдении с α Кентавра при расстоянии до нее D будет

$$\alpha = 206265'' \frac{r_\odot}{D} = \pi r_\odot(\text{а.е.}) = \pi r_{\text{Юп}}(\text{а.е.}) \frac{M_{\text{Юп}}}{M_\odot}.$$

Положив $M_\odot/M_{\text{Юп}} = 1000$, получим $\alpha = 0,751 \cdot 5,2/1000 = 0,004''$. Значит астрономы из системы α Кентавра не узнают, что у Солнца есть планеты.

8.34. Атмосфера Земли преломляет падающие на нее лучи света, изменяя их направление – это и есть эффект атмосферной рефракции. Рефракцию необходимо учитывать при измерении положения светил на небе. Поскольку угол рефракции возрастает с ростом зенитного расстояния светила, искажается не только направление, но и форма протяженных объектов: у горизонта диски Солнца и Луны выглядят сжатыми по вертикали с особенно сильно приплюснутым нижним краем. Рефракция нижних краев дисков этих светил у горизонта почти на $6'$ больше рефракции верхних краев, а размер по горизонтали неизменен. Поэтому диски принимают форму булочки.

Вообще говоря, степень рефракции зависит от длины волны света: голубые лучи преломляются сильнее красных. Поэтому рефракция разделяет монохроматические изображения объектов (как спектроскоп). С этим связан любопытный эффект *зеленого луча* при закате Солнца. Когда красное изображение Солнца уже погрузилось за горизонт, в результате рефракции над горизонтом еще видна часть сине-зеленого изображения светила. Но голубые лучи рассеиваются в атмосфере и не доходят до нас. Остаются лишь зеленые. Перед тем, как скрыться за горизонтам, солнечный край становится ярко зеленым.

8.35. Разумеется, нет. Если бы не было атмосферного размытия изображений звезд и дифракции света в объективе телескопа, то мы видели бы все звезды раздельно даже в центре самых плотных скоплений. Учитывая, что пространственная плотность числа звезд в окрестности Солнца порядка 0,1 пк$^{-3}$ (т.е. 1 звезда на 10 кубических парсеков), а в ядрах шаровых скоплений порядка 10^5 пк$^{-3}$, мы видим, что среднее расстояние между звездами в скоплениях всего в $(10^5/10^{-1})^{1/3} = 100$ раз меньше, чем в окрестности Солнца. Значит расстояние между звездами там измеряется не световыми годами, а световыми неделями, что также чудовищно много.

8.36. Минимальный размер деталей, видимых в телескоп, определяется, как правило, не увеличительной способностью окуляра, а качеством атмосферы и объектива телескопа. Сделав окуляр более мощным, мы лишь сузим поле зрения телескопа, уменьшим его проницающую способность, но не улучшим качество изображения. В сущности, окуляр телескопа как раз и является микроскопом (или сложной лупой – дело не в названии) для рассматривания изображения, созданного в фокальной плоскости объективом. Но задача окуляра не только в том, чтобы увеличить изображение, но и не допустить потери света и не сузить поле зрения.

8.37. За время наблюдения солнечное пятно практически не переместится, тогда как планета за несколько минут заметно передвинется по диску Солнца.

Нужно заметить, что по внешнему виду трудно отличить небольшое круглое пятно без полутени от диска планеты. Именно в поисках планеты, которая предположительно могла бы находиться внутри орбиты Меркурия, немецкий астроном Генрих Швабе (1789-1875) систематически в течение 43 лет зарисовывал расположение пятен на солнечной поверхности. Новую планету он не открыл, но заметил 11-летнюю периодичность в появлении пятен.

8.38. Поскольку обычно экспозиция продолжается до появления слабого фона неба на фотопластинке, на Луне можно будет увеличить экспозиции вдвое и, соответственно, зарегистрировать вдвое больше света от тех же звезд. Вторым преимуществом является хорошее качество изображений на Луне, которое позволяет сфокусировать свет звезды в меньший кружок (в пределах дифракционного разрешения телескопа и размера зерен фотоэмульсии). Это повышает контраст изображения и позволяет выявлять слабые звезды. В целом можно ожидать, что на Луне тот же телескоп станет чувствительнее более, чем на 1^m.

8.39. Поскольку полярная ось монтировки телескопа должна быть параллельна оси вращения Земли, т.е. оси мира, то ее вообще не нужно подправлять: прецессия не влияет на их взаимное положение.

8.40. Чтобы деталь углового размера α получилась на фото, объектив должен удовлетворять дифракционному условию:

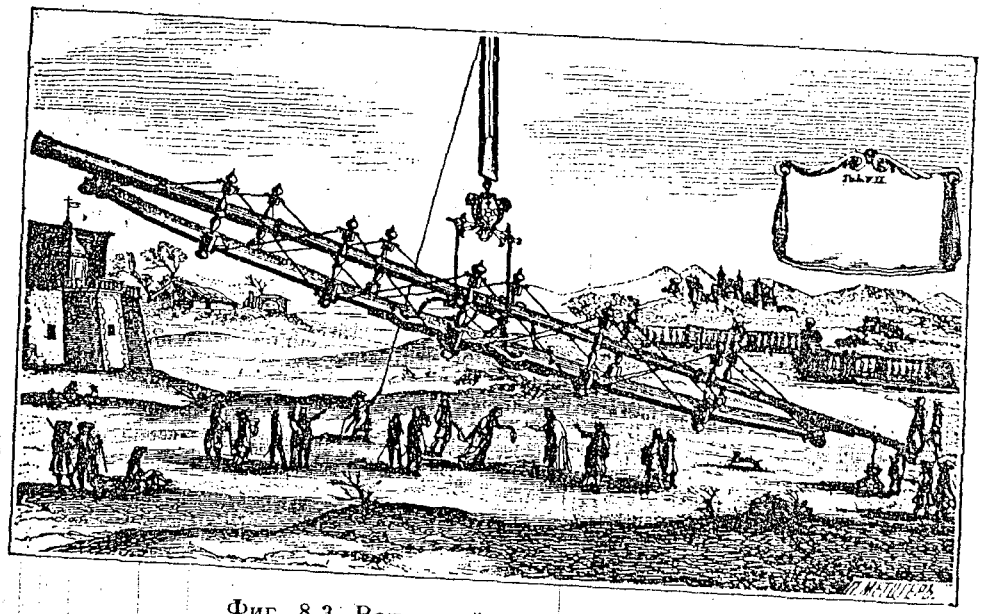
$$\frac{14''}{D(\text{см})} < \alpha.$$

В нашем случае D – это диаметр отверстия камеры-обскуры. Второе условие ограничивает длину камеры F (так сказать, ее

"фокусное расстояние"). А именно, размер изображения пятна должен превышать диаметр отверстия, иначе изображения соседних участков наложатся на него. Если α в радианах, то

$$\alpha F > D.$$

При $\alpha = 2'$ из первого условия получаем $D > 1$ мм, а из второго – $F > 1,7$ м. Камерой-обскурой с такими параметрами, в принципе, можно фотографировать очень крупные пятна на Солнце. Попробуйте сами оценить длительность экспозиции.



Фиг. 8.3. Вот такой большой телескоп!

8.41. В принципе, можно. Пусть D и F – диаметр и фокусное расстояние положительной линзы. Она создает в фокальной плоскости действительное изображение, которое можно рассматривать глазом без окуляра с расстояния наилучшего зрения ($s = 20 \div 25$ см). Очевидно, что угловое увеличение при этом будет F/s. Для увеличения в 50 раз нужна линза с $F \simeq 12$ м. Поле

зрения такого телескопа будет равно угловому диаметру линзы, деленному на увеличение телескопа, т.е.

$$\alpha = \left(\frac{D}{F}\right) : \left(\frac{F}{s}\right)$$

в радианах. В угловых минутах это составит

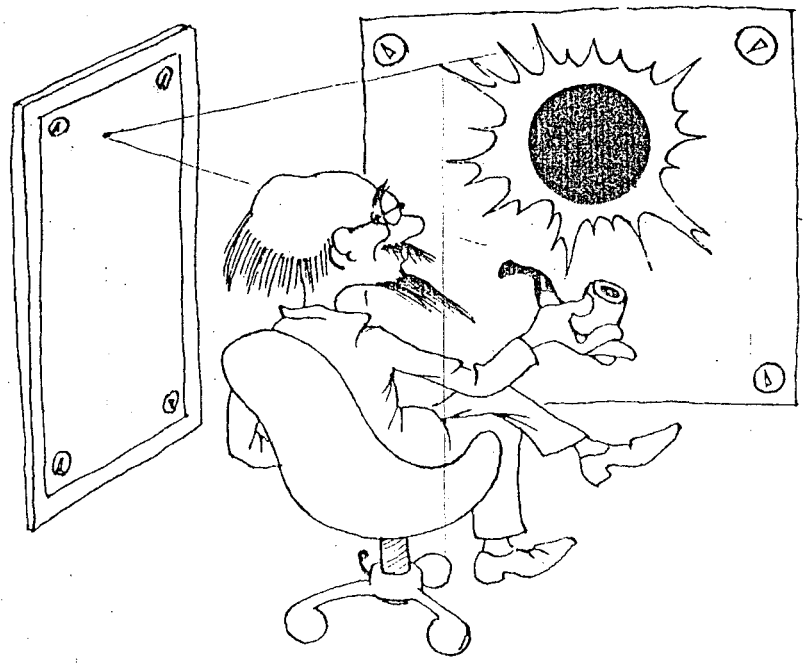
$$\alpha = 3438' \frac{Ds}{F^2}.$$

По условию задачи $\alpha = 10'$, поэтому необходима линза диаметром $D = 180$ см. Таких линз не существует. Если же ограничиться линзой диаметром $15 \div 20$ см, то поле зрения будет около $1'$. Этого вполне достаточно для изучения планет и других небольших ярких объектов, но управляться с таким телескопом будет очень нелегко (фиг. 8.3).

8.42. Можно с поверхности Меркурия, поскольку угловой размер пятна $(2,6')$ будет превышать разрешающую способность глаза. С Марса нельзя – мал угловой размер пятна $(0,66')$. С Венеры тоже нельзя – сквозь ее облачную атмосферу ничего не видно.

8.43. Можно предложить по крайней мере два способа (оба были опробованы автором этого задачника). Сделав остро отточенным карандашем маленькое отверстие в листе бумаги, его можно использовать как диафрагму для визуального наблюдения Солнца. При диаметре отверстия в 0,3 мм оно будет ослаблять яркость Солнца почти в 100 раз.

Второй способ – сделав отверстие немного побольше, в 1-2 мм, спроецировать изображение Солнца на стену комнаты по принципу камеры-обскуры (фиг. 8.4). При этом можно пригласить для наблюдения затмения и других теоретиков: размер изображения в сантиметрах будет равен длине комнаты в метрах.



Фиг. 8.4.

8.44. Разница в 20^m уменьшает поток фотонов в 10^8 раз. Время экспозиции (3600^s) и площадь объектива $(\pi D^2/4 = 7854$ см$^2)$ увеличивают его в $3600 \times 7854 = 2,8 \cdot 10^7$ раз (потерь в оптике мы не учитываем). Следовательно на пластинку попадет $0,28 \cdot 10^6$ фотонов.

8.45. Примем ночной диаметр зрачка глаза равным 6 мм. Тогда его площадь составляет $\pi d^2/4 = 0,28$ см^2. Значит за $0,1^s$ от звезды 8^m в глаз попадет

$$N = \frac{10^6 \text{ фот.с}^{-1}\text{см}^{-2} \times 0,1 \text{ с} \times 0,28 \text{ см}^2}{2,512^8} = 18 \text{ фотонов.}$$

Раз это наименьшее количество фотонов, способных вызвать ощутимое раздражение сетчатки, то квантовый выход глаза соста-

вляет $1/18 \simeq 6\%$. Разумеется, это весьма приблизительная оценка, верная лишь по порядку величины.

8.46. Пусть D – диаметр объектива, d – диаметр зрачка глаза, s – диаметр выходного зрачка телескопа и W – угловое увеличение телескопа. Возможны два случая:
а) Увеличение не меньше равнозрачкового: $W \geq D/d$. Тогда телескоп увеличивает поток света через зрачок в $(D/d)^2$ раз, а площадь изображения на сетчатке увеличивается в W^2 раз. Значит освещенность поверхности изображения изменяется в $(D/d)^2/W^2 \leq 1$.
б) Увеличение меньше равнозрачкового. Тогда в зрачок глаза попадает не весь собранный телескопом свет, а только $(d/s)^2$ от его полной величины. Поскольку $s = D/W$, то изменение потока света через зрачок составляет $(D/d)^2(dW/D)^2 = W^2$. А изменение освещенности изображения на сетчатке $W^2/W^2 = 1$.

Итак, мы доказали, что при наблюдении протяженного объекта в телескоп его видимая поверхностная яркость не возрастает, а с учетом потерь света в оптике даже уменьшается. Почему же тогда, наблюдая слабые туманности в бинокль или телескоп, мы видим их значительно лучше, чем невооруженным глазом? Потому, что не изменяя или даже уменьшая яркость туманности, оптический прибор увеличивает ее угловой размер. В результате изображение проецируется на периферийные участки сетчатки, более чувствительные к свету, чем ее центральная область (вспомните эффект бокового зрения).

8.47. Глаз значительно умнее фотопластинки (ведь глаз - это часть нашего мозга). В определенном смысле глаз подобен кинокамере: он делает около 10 кадров в секунду и мозг выбирает из них лучший. Поэтому зрительный образ соответствует самым хорошим условиям видимости, которые могут ненадолго наступить в процессе наблюдения. Однако зрение субъективно: мозг вмешивается в процесс наблюдения и может "дорисовать"

кое-какие несуществующие детали. Пример тому – марсианские каналы. Поэтому квизуальным наблюдениям планет астрономы относятся с осторожностью. А фотография – это объективный документ. В последние годы наблюдение планет с электронными приемниками света (ПЗС-матрицы) и анализ этих наблюдений на ЭВМ позволил приблизиться к возможностям глаза, сохранив при этом объективность фотографии.

8.48. Как видим, единственным существенным ограничением может стать проницающая сила телескопа, необходимая для наблюдения слабого компонента. Приняв предельную величину равной $m_{lim} = 12,5^m$, и зная, что

$$m_{lim} = 6^m + 5^m \lg \frac{D}{6\ \text{мм}} = 12,5^m,$$

находим $D = 12$ см. Значит для наблюдений необходим телескоп с объективом диаметром более 5 дюймов.

8.49. Оценим угол, на который может переместиться скопление за время распространения сигнала ($\Delta t = r/C$):

$$\alpha = \Delta t \frac{V}{r} = \frac{V}{C},$$

где V – компонент скорости скопления, перпендикулярный лучу зрения, r – расстояние до скопления. С другой стороны, угол расходимости луча определяется условием дифракции:

$$\beta = \frac{\lambda}{D}.$$

Чтобы за время распространения сигнала скопление не вышло за пределы луча, нужно, чтобы выполнялось условие $\beta > \alpha$, откуда

$$V < \frac{\lambda C}{D} = 200\ \text{км/с}.$$

Насколько серьезным для шаровых скоплений является такое ограничение скорости? Решить этот вопрос индивидуально для

каждого скопления пока невозможно: в отличие от радиальных компонентов скорости, которые легко измеряются по доплеровскому смещению линий в спектре, трансверсальные компоненты измеряются только астрометрическими методами и известны пока лишь для самых близких скоплений и с очень низкой точностью. Поэтому будем рассуждать так.

Полученное ограничение скорости практически совпадает со значением круговой скорости в диске Галактики, а шаровые скопления в большинстве своем движутся по эллиптическим орбитам и большую часть времени проводят в области апоцентра, имея скорость меньшую круговой. К тому же, трансверсальный компонент меньше полного значения скорости. Поэтому с высокой степенью вероятности можно заключить, что любое скопление удовлетворяет найденному условию, и упреждение по углу не требуется.

8.50. Поскольку точность измерения величин A и B составляет $\delta = (A \text{ или } B) \times 1\% \simeq 1$, то такая же ошибка сохранится у разности $(A - B)$, но ее относительная величина уже будет составлять

$$\Delta = \frac{\delta}{A - B} = \frac{1}{10} = 10\%.$$

Следовательно, точность вычисленного значения величины $(A - B)$ будет 10%.

8.51. Точность измерения длины волны составит, соответственно,
1) $\Delta\lambda = 0,02$ мм $\cdot$ 200 Å/мм $= 4$ Å,
2) $\Delta\lambda = 0,02$ мм $\cdot$ 1 Å/мм $= 0,02$ Å.
Поскольку лучевая скорость определяется по формуле Доплера:

$$\frac{V}{C} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0},$$

с учетом ошибок измерения ее можно переписать так:

$$\frac{V \pm \Delta V}{C} = \frac{\lambda \pm \Delta\lambda - \lambda_0}{\lambda_0},$$

откуда получаем:

$$\frac{\Delta V}{C} = \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0}.$$

Приняв $\lambda_0 = 4000$ Å, имеем:
1) $\Delta V = 300$ тыс км/с $\cdot$ 4 Å/4000 Å $= 300$ км/с,
2) $\Delta V = 300$ тыс км/с $\cdot$ 0,02 Å/4000 Å $= 1,5$ км/с,.

8.52. Эту задачу можно решить только при нескольких упрощающих предположениях. Во-первых, будем считать, что при увеличении экспозиции в 2,512 раза на фотопластинке будут зарегистрированы звезды на 1^m более слабые. Вообще говоря, это возможно только в том случае, если фон неба все еще не регистрируется на пластинке, и если имеет место *взаимозаместимость* экспозиции и освещенности. На самом деле для фотопластинок справедлив **закон Шваршильда**, который устанавливает связь между освещенностью и экспозицией для получения определенной плотности негатива. Например, чтобы продвинутся на 1^m в область слабых звезд, нужно увеличить экспозицию не в 2,512, а примерно в 3 раза. Но мы будем следовать простейшему предположению, принятому выше.

Теперь необходимо оценить, во сколько раз увеличивается число звезд на небе при понижении предела блеска на 1^m. Из фотометрического закона обратных квадратов получаем, что для звезд фиксированной светимости изменение блеска в 2,512 раз означает удаление от наблюдателя в $2,512^{1/2}$. При этом объем пространства и число наблюдаемых звезд, если они заполняют его однородно, возрастает в $2,512^{3/2} \simeq 4$ раза. Это значение и является решением задачи. Правда, в действительности межзвездное поглощение света немного снижает истинное число звезд, наблюдаемых на больших расстояниях. Все отмеченные

причины приводят к тому, что при увеличении экспозиции в 2,5 раза число звезд на пластинке увеличивается примерно в 3 раза.

8.53. Учитывая наклон лунной орбиты к эклиптике (5,3°), суточный параллакс Луны (1°) и ее радиус ($0,25^m$), мы можем вычислить ширину полосы небесной сферы, в которой, в принципе, бывает видна Луна из различных точек на Земле:

$$L = 2 \times (5,3^\circ + 1^\circ + 0,25^\circ) = 13,1^\circ.$$

Площадь этой полосы, опоясывающей небесную сферу, составляет $L \times 360^\circ = 4716\ \square^\circ$, а площадь небесной сферы $4\pi(57,3\ldots)^2 = 41253\ \square^\circ$. Поэтому лишь 4680/41253 = 11,4% неба доступны методу покрытий Луной. А поскольку это очень плодотворный метод в астрономии всех диапазонов излучения, – от рентгеновской до радио, – то именно эти 11% неба изучены сейчас заметно полнее, чем оставшиеся 89%, которые не посещает Луна.

8.54. Судя по большой толщине звездных следов и малому размеру хвоста по отношению к голове кометы, масштаб снимка довольно велик. Ясно, что за 1 час экспозиции следы звезд при неподвижной камере стали бы значительно длиннее. Да и изображение кометы выглядит достаточно резким, не размытым суточным движением неба. В чем же дело?

Разумеется, телескоп отрабатывал суточное движение и, если бы комета оставалась неподвижной относительно звезд, то астрономы не вмешивались бы в работу телескопа, и звезды на снимке получились бы точками. Но ведь комета в своем орбитальном движении перемещается относительно звезд, поэтому астроном с помощью дополнительного телескопа-гида внимательно следит за ее положением в течение экспозии и немного изменяет движение телескопа (гидирует) так, чтобы изображение кометы не перемещалась по фотопластинке. Поэтому перемещаются звезды.

Оценим угол этого смещения за время экспозиции ($t = 1^h$). По эфемериде кометы Галлея мы можем определить, что в течение

декабря 1985 г. она продвинулась от орбиты Марса до орбиты Земли. Суточное изменение ее экваториальных координат составляло:

$$\Delta\alpha \simeq 7^m \quad \text{и} \quad \Delta\delta \simeq 0,5^\circ,$$

что дает суточное движение $(\Delta\alpha^2 + \Delta\delta^2)^{1/2} \simeq 2^\circ$. Следовательно, за время экспозиции комета перемещалась относительно звезд на $2^\circ/24^h = 5'$. Впрочем, даже не имея под руками эфемериды кометы, легко можно оценить ее перемещение. Сравнительно развитый хвост появляется у комет на расстоянии порядка 1 а.е. от Солнца. Такого же порядка будет и ее расстояние от Земли ($d \simeq 1$ а.е.), а скорость кометы можно принять $V \simeq 50$ км/с. Тогда ее перемещение за время экспозиции составит (в секундах дуги)

$$\alpha = 206265'' \frac{V\,t}{d} \simeq 250'' \simeq 4'.$$

Как видим, результаты практически не различаются и убеждают нас в том, перемещение изображений звезд по фотопластинке возникло из-за гидирования за движущейся кометой, а не вследствие суточного вращения Земли, как полагал корреспондент газеты.

Однако, у внимательного читателя должен возникнуть вопрос: "Ведь не только кометы, но и все прочие обьекты Солнечной системы перемещаются на фоне звезд. Почему же на их фотографиях мы не видим звездных треков?". А дело в том, что планеты очень ярки и имеют малый угловой размер. Поэтому их фотографируют с короткими экспозициями и малым полем зрения. Слабые звезды при таких экспозициях не получаются, а яркие практически никогда не попадают. Поэтому на фотографиях планет мы почти никогда не видим звезды. Но даже если они попадут туда, короткая экспозиция позволяет не гидировать телескоп, и изображения звезд получаются точечными.

При фотографировании астероидов также редко применяется гидирование, поскольку именно смещение астероида относительно звезд позволяет его обнаружить. А поскольку форма астероидов все равно не видна, их вытянутые треки несут не меньше

информации, чем точечные изображения. Таким образом, как правило, лишь при фотографировании комет астрономы перемещают телескоп относительно звезд в течение экспозиции.

8.55. Прежде всего определим, что же наблюдалось. Угловой размер пятна найдем по его опубликованному размеру на расстоянии Луны: $\alpha = (20\text{ км}/384000\text{ км}) \cdot 206265'' = 11''$. Даже если у видеокамеры был телеобъектив с полем зрения 1°, ее разрешение при разложении изображения на 600 строк составляло $6''$, т.е. объект был практически точечным и о его форме судить нельзя. Более того, при измерении углового размера изображения вполне можно было ошибиться вдвое. Теперь определим угловую скорость:

$$V = 3438' \times \frac{200\text{ км/с}}{384000\text{ км}} = 2'\text{ с}^{-1}.$$

Ясно, что двигаться вокруг Луны или по лунной орбите со скоростью 200 км/с нельзя: слишком быстро! Давайте проверим несколько более серьезных, чем НЛО, гипотез . Например, ИСЗ, самолет, птица и аэростат. Предположив характерный размер этих объектов (L) и приняв найденные нами значения α и V, расчитаем их линейную скорость (W) и расстояние (D):

	ИСЗ	Самолет	Аэростат	Птица
L (м)	3	30	3 ÷ 20	0,5 ÷ 2
D (км)	62	620	62 ÷ 410	10 ÷ 40
W (м/с)	36	360	36 ÷ 240	6 ÷ 24

Итак, для спутника – слишком низко, для самолета – слишком высоко. Небольшой аэростат (шар-зонд) мог бы, вероятно подняться на высоту в несколько десятков километров и лететь со скоростью ураганного ветра. Но все же это выглядит маловероятным. А вот птица – это другое дело. Для птицы среднего размеры с размахом крыльев 0,5 м полет на высоте в несколько километров со скоростью в несколько метров в секунду – это

обычное дело. Любой астроном-наблюдатель может рассказать вам немало случаев, когда на его глазах диск Луны или Солнца пересекала птица или даже целый косяк перелетных птиц. Хотя автор этого задачника считает себя теоретиком, но и ему не раз приходилось наблюдать подобное. Угловой размер птиц при этом был не более $10'' \div 15''$. В хороший телескоп их без труда можно отождествить. Видеокамера этого не может.

8.56. Даже при наблюдении в телескоп Туманность Ориона имеет очень низкую поверхностную яркость, поэтому глаз человека настроен на "ночное" зрение, т.е. свет воспринимается нечувствительными к цвету палочками (при ярком освещении работают цветочувствительные колбочки). А фотопластинка, накапливая свет, способна более или менее верно передать цвета изображения.

Причина, по которой Туманность Ориона разноцветна, заключена в разных условиях возбуждения и ионизации различных ее частей. В зависимости от близости к источникам ионизации и нагрева газа – массивным горячим звездам, – изменяется температура газа и его ионный состав. Каждый атом или ион имеет свои характерные линии излучения: красная линия водорода, зеленая линия кислорода, и т.д. Поэтому в разных частях Туманности преобладают различные цвета.

8.57. Площадь обьектива возрасла в $6 \times (3/2)^2 = 13,5$ раза. Значит во столько же раз можно сократить экспозицию: 20/13,5 = 1,5 мин.

8.58. Поток оптического излучения Солнца значительно превышает потоки всех прочих светил. Поэтому даже небольшой части солнечного света, рассеянного атмосферой Земли, достаточно для создания яркого фона по всему небу, на котором не видны другие светила. Только Луну и Венеру можно заметить на дневном небе невооруженным глазом, а с помощью телескопа можно зарегистрировать еще около сотни ярчайших звезд. Но

изучать их днем невозможно – слишком яркий фон.

В отличие от оптического, поток солнечного радиоизлучения у Земли вполне сравним с потоками от многих других космических источников. К тому же, радиоизлучение гораздо слабее рассеивается в земной атмосфере, чем оптическое (эффективность рэлеевского рассеяния в воздухе $\propto \lambda^{-4}$). Поэтому дневное "радионебо" относительно темное и не препятствует наблюдениям в радиодиапазоне.

~~~ ⋆ ~~~

9. ДВИЖЕНИЕ КОСМИЧЕСКИХ ТЕЛ

РЕШЕНИЯ

* * * ⊙ * * *

9.1. Нет, не смогут. Вездеход должен двигаться со скоростью не больше первой космической, иначе он оторвется от поверхности и потеряет опору. Найдем время облета астероида по низкой орбите с этой предельной скоростью:

$$T = \frac{2\pi R}{V_I} = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}}\,.$$

Учтем, что плотность астероида выражается так: $\rho = 3M/4\pi R^3$. Тогда

$$T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}}\,.$$

Это очень важная формула. Она показывает, что время оборота по низкой орбите зависит не от размера притягивающего тела, а только от его средней плотности. Для поиска численных значений удобно помнить, что у низколетящего спутника Земли $T = 1{,}5$ часа, а плотность Земли $\rho_\oplus = 5{,}5$ г/см^3. Тогда для планеты плотности ρ получим:

$$T = 1{,}5 \text{ час}\sqrt{\frac{5{,}5 \text{ г/см}^3}{\rho}} = \frac{3{,}5 \text{ час}}{\sqrt{\rho\ (\text{г/см}^3)}}\,.$$
~~~

Зная плотность астероида, определим $T = 3,5/\sqrt{2,5} = 2,2$ часа. Значит вездеход не сможет объехать астероид за 2 часа. За такое время его нельзя облететь даже на ракете с выключенными двигателями. А с включенными? Смотри задачу **9.2**.

До сих пор мы предполагали астероид невращающимся. Но если он вращается вокруг оси (а большинство астероидов вращается, и довольно быстро, с периодами в несколько часов), то, двигаясь в сторону, противоположную вращению, космонавты могли бы объехать астероид за указанное время, не оторвавшись от его поверхности.

9.2. Могут, но для этого нужно лететь по низкой орбите с включенным двигателем, сообщая космическому кораблю дополнительное центростремительное ускорение (см. задачу **9.1**). Корабль должен быть направлен носом к центру астероида, а двигателем - от него.

9.3. Такой орбиты не существует. Москва расположена не на экваторе, и значит ее суточное вращение происходит по малому кругу относительно центра Земли. Орбиты же спутников всегда лежат в плоскости, пересекающей центр Земли. Только для точек на экваторе геостационарный спутник может постоянно находиться в зените.

9.4. Для того, чтобы комета в течение некоторого времени находилась на меридиане наблюдателя, она должна двигаться относительно звезд с угловой скоростью вращения Земли:

$$\frac{V_к}{R} \simeq \frac{2\pi}{24^h}\,, \qquad (1)$$

где $V_к$ – скорость кометы относительно Земли, R – ее расстояние от Земли. Рассмотрим два случая:

1) Комета сравнительно недалеко от Земли ($R \ll 1$ а.е.). Поскольку кометы движутся по почти параболическим орбитам, а скорости кругового и параболического движения в данной точке

связаны между собой как первая и вторая космические скорости ($V_{II} = \sqrt{2}\,V_I$), то

$$\sqrt{2} - 1 \le \frac{V_к}{V_\oplus} \le \sqrt{2} + 1\,, \qquad (2)$$

где $V_\oplus = 30$ км/с – орбитальная скорость Земли. Неопределенность значения $V_к$ связана с тем, что скорости кометы и Земли могут складываться под любым углом, ведь орбиты комет имеют всяческие углы наклона. Из уравнений (1) и (2) получим $R = (0,2 \div 1)$ млн км. Это расстояние того же порядка, что и расстояние до Луны.

2) Комета далеко от Земли ($R \ge 1$ а.е.). Если наблюдения проводятся ночью, то расстояние кометы от Солнца $\simeq (1 + R)$ а.е., а ее скорость относительно Солнца $\simeq \sqrt{2/(1+R)}V_\oplus$. Тогда уравнение (2) примет такую форму:

$$\sqrt{\frac{2}{1+R}} - 1 \le \frac{V_к}{V_\oplus} \le \sqrt{\frac{2}{1+R}} + 1\,. \qquad (2')$$

Легко показать, что уравнение (1) и неравенство (2′) при $R \ge 1$ а.е. совместно не разрешаются. Значит остается только одно решение, найденное для первого случая.

9.5. Орбита кометы сильно вытянута, поэтому в афелии она находится на расстоянии около $2a_к$ от Солнца, а планета – на расстоянии $a_п$ (a – большая полуось орбиты). Значит отношение расстояний в афелии, найденное из Третьего закона Кеплера:

$$\frac{2a_к}{a_п} = 2\left(\frac{T_к}{T_п}\right)^{2/3} = 2\left(\frac{76}{165}\right)^{2/3} = 1,2\,.$$

Комета Галлея в афелии удаляется за орбиту Нептуна.

9.6. Применяя Третий закон Кеплера $T^2(\text{лет}) = a^3(\text{а.е.})$, найдем, что большая полуось орбиты кометы равна $\sqrt[3]{4} \simeq 1,588$

а.е. Тогда величина большой оси составит 3,176 а.е., или около 480 млн км. Это противоречит афелийному расстоянию в 820 млн км. Следовательно, подобной кометы быть не могло.

9.7. Будем считать орбиты планет круговыми. Тогда, используя III закон Кеплера $T^2(\text{лет}) = a^3(\text{а.е.})$ и выражение для орбитальной скорости $V = 2\pi a/T$, получим: $V = 2\pi/\sqrt{a}$, в астрономических единицах за год. Чтобы перейти к физическим единицам скорости, нужно вспомнить орбитальную скорость Земли (30 км/с) тогда $V = 30/\sqrt{a}$ км/с. Здесь большая полуось (a), равная радиусу орбиты, по-прежнему выражена в астрономических единицах.

9.8. Если скорость заключена между первой и второй космическими, то мяч должен двигаться по эллиптической орбите вокруг центра массы астероида. Поскольку орбита замкнутая и в одной точке (в точке удара) касается поверхности астероида, она непременно пересечет эту поверхность еще раз или хотя бы коснется ее. Теряя энергию при ударах о поверхность, мяч в конце концов обязательно остановится на ней.

9.9. Он был бы равен периоду обращения Меркурия вокруг Солнца. Дело в том, что приливное влияние Солнца на Меркурий очень велико и оно давно уже затормозило его суточное вращение. Если бы орбита Меркурия было круговой, он двигался бы как Луна вокруг Земли, все время обращая к Солнцу одно свое полушарие (кстати, в течение многих лет астрономы были уверены, что именно так и обстоит дело). Однако орбита Меркурия заметно эллиптична: в перигелии, где приливное влияние Солнца наиболее чувствительно, Меркурий обращается с высокой угловой скоростью. Именно с этой скоростью и синхронизовано его суточное вращение. Но средняя угловая скорость обращения Меркурия в полтора раза меньше, поэтому за свой год он успевает сделать 1,5 суточных оборота.

9.10. Приливное влияние Харона на Плутон значительно больше, чем влияние Луны на Землю. Действительно, масса Харона в 40 раз меньше массы Луны, зато он в 20 раз ближе к Плутону, чем Луна к Земле. А поскольку приливное влияние изменяется обратно пропорционально кубу расстояния, то в результате Харон оказывает на Плутон в 200 раз более сильное влияние, чем Луна на Землю. Поэтому Плутон давно уже синхронизовал свое суточное вращение с обращением Харона. Однако и Земля постепенно замедляет свое вращение под действием приливного трения. Когда-нибудь настанет время, и она будет смотреть на Луну одним своим полушарием.

9.11. Массу планеты можно определить очень точно, если у нее есть спутник. Его расстояние от планеты (R) и период обращения (P) позволяют по Третьему закону Кеплера вычислить массу планеты:

$$M = \frac{R^3}{GP^2}.$$

У Венеры и Меркурия спутников нет. Поэтому их массу оценивали по влиянию на другие планеты или пролетающие мимо них кометы и астероиды. Это давало не очень точный результат. После пролета мимо этих планет космических аппаратов, и особенно после появления у Венеры искусственных спутников значения массы были существенно уточнены.

9.12. Формально за 3,5 года. Однако, учитывая что вторая космическая скорость на поверхности Солнца $(2GM_\odot/R_\odot)^{1/2} = 618$ км/с, а скорость снаряда 1,5 км/с , ясно, что снаряд вообще не покинет Солнце.

9.13. Напомним, что наиболее удаленная от поверхности Луны точка орбиты называется **апоселением**, а наиболее близкая – **периселением** (от греч."Селена" – Луна). Расстояние апоселения от центра Луны $Q = R_\subset + 1007$ км $= 2744$ км, а расстояние периселения $q = R_\subset + 361$ км $= 2098$ км. Тогда большая полуось

орбиты спутника $a = (Q + q)/2 = 2421$ км. Из Третьего закона Кеплера получаем

$$\frac{P_\oplus}{P_\subset} = \left(\frac{a_\oplus}{a_\subset}\right)^{3/2} \left(\frac{M_\subset}{M_\oplus}\right)^{1/2},$$

где $P_\oplus$ и $P_\subset$ – периоды обращения спутников Земли и Луны, $M_\oplus$ и $M_\subset$ – массы Земли и Луны, $a_\oplus$ и $a_\subset$ – большие полуоси орбит спутников Земли и Луны. Вспомним, что на низкой орбите ИСЗ высотой около 250 км орбитальный период равен 1,5 часам. Тогда

$$\frac{M_\subset}{M_\oplus} = \left(\frac{P_\oplus}{P_\subset}\right)^2 \left(\frac{a_\subset}{a_\oplus}\right)^3 = \left(\frac{1{,}5^{\mathrm{h}}}{2^{\mathrm{h}}58^{\mathrm{m}}}\right)^2 \left(\frac{2421}{6621}\right)^3 = \frac{1}{81}.$$

9.14. Солнечная система обращается вокруг галактического центра со скоростью около 250 км/с практически по круговой орбите. Вектор скорости лежит в плоскости Галактики и направлен в точку с галактическими координатами $l = 90°$, $b = 0°$ (созвездие Лебедя, недалеко от Денеба). Очевидно, чтобы ракета с круговой орбиты перешла на сильно сжатую эллиптическую (практически на радиальную) орбиту и начала падать к центру Галактики, необходимо погасить круговую скорость Солнечной системы, т.е. нужно сообщить ракете такую же по величине скорость, но в обратном направлении. Это направление с координатами $l = 270°$, $b = 0°$ лежит на южном небе в центре созвездия Парусов.

Однако запустить ракету со скоростью 250 км/с невероятно сложно. Поэтому для полета к центру Галактики необходимо применить пертурбационный маневр, который уже не раз использовался в Солнечной системе для полета к далеким планетам. Речь идет о том, что при облете движущегося массивного тела (планеты, звезды) по гиперболической орбите скорость космического аппарата может как уменьшиться, так и возрасти

в зависимости от направления относительного движения. Как правило, если аппарат и тело движутся навстречу друг другу, то скорость аппарата возрастает. (Здесь есть глубокая аналогия с отскакиванием маленького упругого шарика от движущегося ему навстречу более массивного шара. В обоих случаях подобным образом работают законы сохранения энергии и импульса).

Космическим аппаратам серии "Пионер" и "Вояджер" удалось существенно увеличить свою скорость в результате пролета вблизи Юпитера. Точно также межзвездный корабль может использовать притяжение движущихся звезд для увеличения своей скорости. Вообще говоря, при правильном выборе звезды достаточно одного сближения, чтобы корабль получил скорость около 250 км/с в нужном направлении (см.: В.Г.Сурдин. *Межзвездным перелетам помогают ... звезды.* **Квант**, 9, 1991). В этом случае начальная скорость ракеты, стартующей к центру Галактики из Солнечной системы, снижается до нескольких десятков километров в секунду, необходимых, чтобы преодолеть притяжение Солнца.

9.15. Оба аппарата должны были достигнуть окрестности Юпитера: "Галилео" – чтобы стать спутником планеты и сбросить в ее атмосферу зонд, а "Уллис" – чтобы под действием притяжения Юпитера выйти из плоскости эклиптики и направиться к полярным областям Солнца. Поэтому для запуска аппаратов требовалось вполне определенное взаимное расположение Земли и Юпитера, которое повторяется через один синодический период Юпитера, равный 399^{d} или 13 мес.

9.16. Сравним между собой первую космическую скорость на расстоянии R от звезды до ее взрыва, когда она имела массу M, со второй космической скоростью на том же расстоянии от звезды, но после взрыва, когда ее масса стала $0,3M$:

$$V_{\mathrm{I}}{}^2 = \frac{GM}{R},$$

$$W_{\text{II}}^2 = \frac{2G(0,3M)}{R} = 0,6\frac{GM}{R}.$$

Как видим, $V_{\text{I}} > W_{\text{II}}$. Поскольку сброс оболочки сверхновой происходит с колоссальной скоростью, несравненно более высокой, чем скорость движения тел планетной системы, эти тела почувствуют как бы мгновенное уменьшение массы звезды. Те объекты, которые двигались по орбитам, близким к круговым ($V \simeq V_{\text{I}}$), окажутся на гиперболических орбитах ($V > W_{\text{II}}$) и покинут планетную систему. По аналогии с нашей Солнечной системой это, вероятно, будут крупные планеты. (См. также задачу **9.31**.)

Любопытно, что если у нормальной звезды практически невозможно обнаружить планетную систему, то после ее взрыва как сверхновой это можно сделать довольно легко. После взрыва ядро звезды превращается в пульсар, который излучает радиоимпульсы с высокостабильной частотой. Если вокруг пульсара обращаются планеты, они будут возмущать его равномерное движение относительно Солнца, и мы заметим это по доплеровскому смещению частоты излучения пульсара. Такой поиск планет у двух сотен хорошо изученных радиопульсаров был предпринят в 1990-92 гг. и привел к отрицательному результату: рядом с ними нет ничего, крупнее Луны. Лишь у одного из них (PSR 1829-10) было заподозрено существование планетообразного тела, имеющего орбитальный период 184,4 сут. Но позже выяснилось, что это ошибка, связанная с неправильным учетом движения Земли вокруг Солнца. Итак, отсутствие планет рядом с пульсарами подтверждает наш вывод, что после взрыва сверхновой планетная система распадается.

Однако некоторые тела могут сохранить свою связь с остатком звезды. Это те объекты, которые находились в районе апоцентра своих вытянутых эллиптических орбит (назовем их кометами). В соответствии со Вторым законом Кеплера их скорость уменьшается с приближением к апоцентру и может быть значительно меньше, чем W_{II} в районе апоцентра, если перицентр

орбиты находится близко к звезде. Например, пусть r_a и r_p – расстояния апоцентра и перицентра, а V_a и V_p – скорости кометы в этих точках. Тогда, в соответствии с законом площадей Кеплера $V_a r_a = V_p r_p$. Но в перицентре сильно вытянутой эллиптической орбиты тело движется почти с параболической скоростью, поэтому можно заменить V_p на $\sqrt{2}V_{\text{I}}(r_p)$ (здесь запись $V_{\text{I}}(r_p)$ означает "скорость движения на круговой орбите радиуса r_p") и записать:

$$V_a = \frac{V_p r_p}{r_a} \simeq \sqrt{\frac{r_p}{r_a}} V_{\text{II}}(r_a),$$

где $V(r)$ – соответствующая скорость в точке r. Но, как мы уже выяснили, вторые космические скорости в любой точке до взрыва (V_{II}) и после взрыва (W_{II}) связаны соотношением $W_{\text{II}} = \sqrt{0,3}V_{\text{II}}$. Поэтому, чтобы комета в точке r_a не потеряла после взрыва связь с остатком звезды ($V_a < W_{\text{II}}$), требуется $r_p < \sqrt{0,3}r_a$, то есть эксцентриситет исходной орбиты кометы

$$e = \frac{r_a - r_p}{r_a + r_p}$$

должен быть $e > 0,3$. В этом случае кометы не покинут окрестности остатка взорвавшейся звезды, но их орбиты станут более круговыми.

9.17. По условию задачи звездные сутки на земле станут равны $T_{\text{сид}} = 36^{\text{d}}$. Используя формулу для синодического периода,

$$\frac{1}{T_{\text{син}}} = \frac{1}{T_{\text{сид}}} - \frac{1}{365,25^{\text{d}}},$$

получим $T_{\text{син}} = 40^{\text{d}}$. Значит продолжительность солнечных суток на Земле возрастет в 40 раз, а в году будет всего 9 дней, но 10 месяцев.

9.18. Из Третьего закона Кеплера орбитальный период планеты

$$P = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM}},$$

где M – масса звезды и R – радиус орбиты планеты. Если P неизменно для всех планетных систем, то $M \propto R^3$. В таком случае:

а) угловое перемещение звезды при ее движение относительно центра масс планетной системы ($\Delta\alpha$) будет пропорционально ее линейному смещению, равному Rm/M, где m – фиксированная масса планеты. Значит

$$\Delta\alpha \propto \frac{R}{M} \propto M^{-2/3}$$

б) амплитуда изменения лучевой скорости звезды $\Delta V \propto V_0 m/M$, где V_0 – орбитальная скорость планеты (здесь использовал знак "$\propto$", а не "$=$", поскольку неизвестен угол наклона плоскости планетной орбиты к лучу зрения). Следовательно,

$$\Delta V \propto \frac{1}{M}\sqrt{\frac{M}{R}} \propto M^{-2/3}.$$

Как видим, при уменьшении массы звезды возрастает амплитуда ее угловых колебаний и амплитуда изменения ее лучевой скорости. Поэтому поиск планетных систем астрономы предпочитают вести у маломассивных звезд.

9.19. Докажем, что количество тепла, полученное ядром кометы от Солнца, пропорционально углу поворота радиуса-вектора кометы. Действительно, поток тепла на единицу поверхности ядра составляет

$$F = \frac{L_\odot}{4\pi R^2},$$

где R – расстояние кометы от Солнца (длина радиуса-вектора). Но из Второго закона Кеплера мы знает, что $R^2\Delta\alpha \propto \Delta t$, где $\Delta\alpha$ – малый угол поворота радиуса-вектора за малый интервал времени Δt. Тогда количество тепла, полученное единицей поверхности ядра за время Δt, составляет

$$F\Delta t = \frac{R^2\Delta\alpha L_\odot}{4\pi R^2} = \frac{\Delta\alpha L_\odot}{4\pi}.$$

Но поскольку все величины, кроме $\Delta\alpha$, в правой части этого уравнения постоянны, оно справедливо не только для малых, но для любых значений $\Delta\alpha$, в том числе и для $\Delta\alpha = 180°$. Это и есть угол, на который поворачивается радиус-вектор кометы при движении по любому из двух участков орбиты.

9.20. Пусть $M_\odot$ – современная масса Солнца, а $M_{БК}$ – его масса после вревращения в белый карлик. Поскольку это превращение происходит постепенно, в виде медленной потери газа на стадии красного гиганта, то орбита Земли останется круговой с современным моментом вращения (ведь никакие силы, кроме центральных, на Землю не действовали). Масса Земли неизменна, поэтому сохраняется удельный момент вращения, равный rV, где $V = \sqrt{GM/r}$ – орбитальная скорость, M – масса звезды, и r – радиус орбиты. Из условия

$$1\text{ а.е.}\sqrt{\frac{GM_\odot}{1\text{ а.е.}}} = r\sqrt{\frac{GM_{БК}}{r}}$$

найдем радиус новой орбиты Земли: $r = 1$ а.е.$(M_\odot/M_{БК})$. Тогда из Третьего закона Кеплера получим новый орбитальный период Земли:

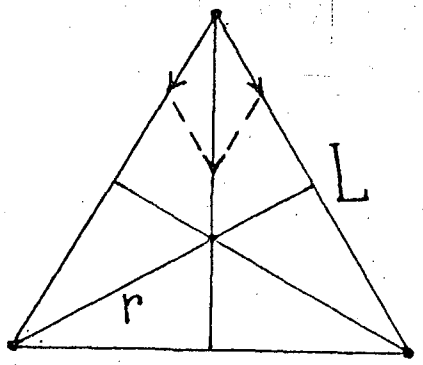
$$P = \left(\frac{r}{1\text{ а.е.}}\right)^{3/2}\left(\frac{M_{БК}}{M_\odot}\right)^{-1/2}\text{ лет} = \left(\frac{M_\odot}{M_{БК}}\right)^2\text{ лет}.$$

Для $M_{БК} = 0,6M_\odot$ получим $P = 2,8$ современного года.

9.21. Расстояние от звезды до центра масс (r), лежащего на пересечении биссектис треугольника, найдет с помощью теоремы Пифагора и теоремы о пересечении биссектис, делящих друг друга в отношении 1:2 (фиг. 9.1): $r = L/\sqrt{3}$. Сложив по правилу параллелограмма силы, действующие на звезду, найдем ее ускорение к центру масс: $a = \sqrt{3}Gm/L^2$, где m – масса звезды. Это ускорение играет роль центростремительного (V^2/r), поэтому скорость вращения $V = \sqrt{Gm/L}$. А поскольку орбитальный

период $P = 2\pi r/V$, то $(P/2\pi)^2 = L^3/(3Gm)$, откуда

$$m = \frac{4\pi^2 L}{3GP^2}.$$



Фиг. 9.1.

9.22. Собственное движение звезды (μ) в угловых секундах за год, используя параллакс (π) в секундах, легко перевести в тангенциальную скорость звезды в километрах за секунду (проверьте сами!):

$$V_t = 4{,}74\frac{\mu}{\pi} \simeq 15{,}8 \text{ км/с}.$$

Тогда полная скорость звезды $V = (V_t^2 + V_r^2)^{1/2} = 30$ км/с.

Поскольку современное расстояние до звезды $D = 1/\pi = 5{,}1$ пк, то из подобия треугольников (фиг. 9.2) для минимального расстояния $D_{\min}$ имеем:

$$D_{\min} = \frac{DV_t}{V} = \frac{V_t}{\pi V} = 2{,}7 \text{ пк}.$$

Длина пути до сближения определяется подобным же образом:

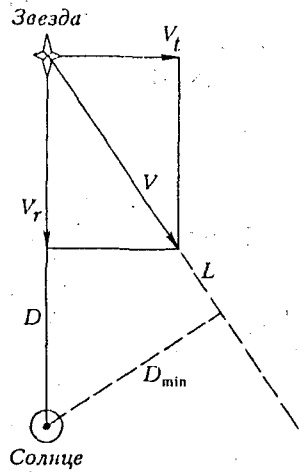
$$L = \frac{DV_r}{V} = \frac{V_r}{\pi V},$$

следовательно, сближение произойдет через

$$\Delta t = \frac{L}{V} = \frac{V_r}{\pi V^2} = 150 \text{ тыс лет}.$$

Освещенность Земли звездой изменится в $(D/D_{min})^2$ раз, следовательно ее звездная величина составит

$$m_{max} = 0{,}89 - 5\lg(5{,}1/2{,}7) = -0{,}49.$$



Фиг. 9.2.

9.23. Одного решающего доказательства не существует. Движение Солнца в Галактике вытекает из всей картины строения Галактики и движения ее звезд и газа относительно Солнца. Особенно убедительны радионаблюдения за движением газа, которые доказывают его вращение в диске, аналогичное тому, что наблюдается у других галактик.

9.24. Будем считать, что все астероиды движутся по круговой орбите на расстоянии $r = 3$ а.е. от Солнца. Тогда их

скорость равна

$$V_a = \sqrt{\frac{GM_\odot}{r}} = \frac{30 \text{ км/с}}{\sqrt{\text{r(а.е.)}}} = 17 \text{ км/с}.$$

Корабль движется практически по радиальной орбите к Юпитеру и рядом с ним имеет нулевую скорость. В этот момент его удельная (на единицу массы корабля) потенциальная энергия $U_1 = -GM_\odot/r_{\text{Юп}}$, где $r_{\text{Юп}} = 5,2$ а.е. – радиус орбиты Юпитера. В поясе астероидов потенциальная энергия корабля $U_2 = -GM_\odot/r$, а удельная кинетическая энергия при скорости V равна $E = V^2/2$. Очевидно, что $E + U^2 = U_1$, откуда

$$V = \sqrt{2GM_\odot\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r_{\text{Юп}}}\right)} = 16 \text{ км/с}.$$

Поскольку эти скорости в момент столкновения перпендикулярны друг другу, относительная скорость столкновения равна

$$V_{\text{отн}} = \sqrt{V^2 + V_a^2} = 23 \text{ км/с}.$$

9.25. Продолжительность "галактического года" составляет

$$P_G = \frac{2\pi R_\circ}{V_\circ} = 250 \text{ млнлет}.$$

Поскольку квадрат круговой скорости $V_\circ^2 = GM_G/R_\circ$, то масса

$$M_G = \frac{R_\circ V_\circ^2}{G} = 2,8 \cdot 10^{41} \text{ кг} = 1,4 \cdot 10^{11} M_\odot.$$

А скорость ухода "на бесконечность" с галактической орбиты Солнца

$$V_\infty = \sqrt{2}V_\circ = 354 \text{ км/с}.$$

Но поскольку, двигаясь вместе с Солнечной системой, ракета имеет скорость $V_\circ$, то ей нужно дополнительно сообщить скорость

$$V_\infty - V_\circ = 104 \text{ км/с}.$$

9.26. Чтобы ракета перешла на эллиптическую траекторию полета к Меркурию, ее скорость на орбите Земли должна быть меньше круговой. Следовательно, ракету нужно запускать в сторону, противоположную орбитальному движению Земли. Поскольку направления суточного вращения и орбитального обращения у Земли совпадают, при дневном запуске стартовая скорость ракеты складывается со скоростью вращения Земли. Это выгодно. Разница стартовых скоростей дневного и ночного запусков может составить до 1 км/с (поскольку скорость вращения Земли на экваторе 0,5 км/с). Довольно легко доказать, что запуск должен происходить в первой половине дня. Сделайте это сами.

9.27. Падение по радиусу к Солнцу с расстояния $r_\oplus$ можно представить как движение по предельно сжатому эллипсу с большой полуосью $a = r_\oplus/2$. Тогда время падения t, равное половине орбитального периода P на этой орбите, согласно Третьему закону Кеплера, равно

$$t = \frac{P}{2} = \pi\sqrt{\frac{a^3}{GM_\odot}} = \frac{\pi}{2^{3/2}}\sqrt{\frac{r_\oplus^3}{GM_\odot}} = P_\oplus \cdot 2^{-5/2},$$

где

$$P_\oplus = 2\pi\sqrt{\frac{r_\oplus^3}{GM_\odot}} = 1 \text{ год}.$$

Следовательно $t = 1$ год $\times\ 2^{-5/2} = 65$ суток.

9.28. Пусть радиус окружности – R. Каждая из двух крайних звезд притягивается к центру окружности двумя компаньон-

ками и движется с ускорением

$$a = \frac{GM}{R^2} + \frac{GM}{(2R)^2} = \frac{5GM}{4R^2}.$$

Приравняем его к центростремительному ускорению (V^2/R) и найдем орбитальную скорость:

$$V = \sqrt{\frac{5GM}{4R}},$$

откуда без труда определим период:

$$P = 2\pi\frac{R}{V} = 4\pi\sqrt{\frac{R^3}{5GM}}.$$

9.29. Простейшее решение – стартовать со скоростью орбитального движения Земли (30 км/с) в сторону, противоположную этому движению. Для этого вблизи Земли с учетом ее притяжения ракете необходимо развить скорость $(29,8^2 + 11,2^2)^{1/2} = 31,8$ км/с ≈ 32 км/с. Но более разумное решение – использовать для изменения скорости ракеты притяжение какой-либо планеты, совершив вблизи нее пертурбационный маневр. Например, направив ракету к Юпитеру со скоростью около 16 км/с, можно таким образом расчитать ее движение, что, сблизившись с планетой-гигантом, она изменит траекторию и упадет на Солнце.

9.30. Итак, может ли быть у планеты спутник, обращающийся так, что 14 его синодических периодов составляют 9 орбитальных периодов самой планеты? Пусть массы спутника $(M_\text{с})$, планеты $(M_\text{п})$ и звезды (M_*) связаны простым соотношением: $M_* \gg M_\text{п} \gg M_\text{с}$. Пусть $r_\text{с}$ и $r_\text{п}$ – радиусы орбит спутника и планеты. Тогда орбитальный период спутника

$$P_\text{с} = 2\pi\sqrt{\frac{r_\text{с}^3}{GM_\text{п}}},$$

а орбитальный период планеты

$$P_\text{п} = 2\pi\sqrt{\frac{r_\text{п}^3}{GM_*}}.$$

Синодический период спутника $(P_\text{си})$ найдем из условия

$$\frac{1}{P_\text{си}} = \frac{1}{P_\text{с}} \pm \frac{1}{P_\text{п}},$$

где нижний знак соответствует обращению планеты и спутника в одном направлении, а верхний знак – в противоположных. По условию задачи $14P_\text{си} = 9P_\text{п}$, откуда $P_\text{с} = 9P_\text{п}/(14 \mp 9)$. Следовательно, находим:

$$r_\text{с} = r_\text{п}\left[\frac{M_\text{п}}{M_*(\frac{14}{9} \mp 1)^2}\right]^{1/3}$$

Возможно ли такое соотношение между величинами $r_\text{с}$ и $r_\text{п}$? Как известно, радиус орбиты спутников планеты ограничен возмущающим влиянием на них со стороны Солнца. Он в принципе не может быть больше, чем расстояние ближайших к планете точек либрации L_1 и L_2, которое составляет

$$r_L = r_\text{п}\left(\frac{M_\text{п}}{3M_*}\right)^{1/3}.$$

Сразу видно, что для спутника, имеющего обратное направление обращения, орбиты не существует $(r_\text{с} > r_L)$. Но и для спутника, обращающегося в прямом направлении, совпадающим с направлением обращения планеты, получаем $r_\text{с} = 0,76r_L$. Такой устойчивой орбиты тоже не существует. Спутник мог бы находиться в точках либрации $(r_\text{с} = r_L)$, но тогда его сидерический период совпадал бы с орбитальным периодом планеты. В противном случае для устойчивого движения спутника по орбите с произвольным периодом требуется, чтобы радиус его орбиты

был в 2-3 раза меньше расстояния до точек либрации. Это условие в нашем случае не выполняется. Следовательно, описанный в романе спутник не может существовать.

9.31. Очевидно, место гравитационного центра занял бы Юпитер, а скорости планет остались бы прежними. Значит нужно решить, сможет ли Юпитер удержать планеты. Предположим самые благоприятные обстоятельства: в момент исчезновения Солнца все планеты находились по одну сторону от него, вдоль одного гелиоцентрического направления. Тогда их скорости относительно Юпитера составят $\Delta V = |V_{\text{п}} - V_{\text{ю}}|$, где $V_{\text{п}}$ – современная орбитальная скорость какой-либо планеты, а $V_{\text{ю}}$ – скорость Юпитера. Расстояния планет от Юпитера в этот момент будут $\Delta R = |R_{\text{п}} - R_{\text{ю}}|$, где $R_{\text{п}}$ – современный радиус орбиты планеты, а $R_{\text{ю}}$ – радиус орбиты Юпитера. Условием сохранения планеты на орбите будет неравенство

$$\Delta V < V_{\text{II}} = \sqrt{\frac{2GM_{\text{ю}}}{\Delta R}},$$

где $M_{\text{ю}} = 10^{-3} M_{\odot}$ – масса Юпитера (т.е. относительная скорость планеты не должна превышать вторую космическую скорость в поле тяготения Юпитера). После элементарных преобразований это условие запишется так:

$$\Delta V < \frac{1{,}3 \text{ км/с}}{\sqrt{\Delta R(\text{а.е.})}}.$$

Ни для одной из планет это неравенство не выполняется, что видно из нижеследующей таблицы:

	ΔR (а.е.)	ΔV (км/с)	V_{II} (км/с)
Сатурн	4,3	3,5	0,63
Уран	14	6,3	0,35
Нептун	25	7,7	0,26
Плутон	34	8,4	0,22
Марс	3,7	11	0,68
Земля	4,2	17	0,63
Венера	4,5	22	0,61
Меркурий	4,8	35	0,59

Впрочем, это не удивительно: если бы для какой-либо планеты было $\Delta V < V_{\text{II}}$, то влияние Юпитера на нее было бы так велико, что планета не могла бы устойчиво двигаться по своей орбите вокруг Солнца. Итак, при внезапном исчезновении Солнца наша планетная система должна разрушиться.

Разумеется, Солнцу внезапное исчезновение не грозит, хотя его масса может со временем существенно уменьшиться (см.задачу **9.20**). Но более массивные звезды могут взрываться как сверхновые, мгновенно уменьшая свою массу в несколько раз. При этом система из легких планет, окружавших взорвавшуюся звезду, распадается (см. задачу **9.16**). Но, как мы теперь показали, даже присутствие в планетной системе одного гигантского тела, подобного Юпитеру, не сможет предотвратить распада этой планетной системы.

9.32. Если при выстреле сообщить аппарату достаточно большую скорость, такую, чтобы, выйдя за пределы земной атмосферы, он двигался со скоростью больше второй космической, то при правильном выборе направления выстрела аппарат будет двигаться по кеплеровской орбите и сможет достигнуть Луны, Марса, Солнца. Но спутником Земли он не станет. Ведь в этом случае, двигаясь по эллипсу вокруг Земли и завершая первый оборот, аппарат должен будет пройти через точку старта, что

непременно приведет к его столкновению с Землей или, по крайней мере, с ее атмосферой.

Поэтому просто "из пушки" запустить ИСЗ *нельзя*. Однако идея наземного ускорителя ("пушки") для запуска ИСЗ все же не отброшена. Подумайте, при каких условиях она может быть реализована.

9.33. Из пушки. При выстреле из идеальной пушки вся затраченная энергия сообщается аппарату: она равна его кинетической энергии $mv^2/2$. А при запуске идеальной ракеты, подчиняющейся формуле Циолковского:

$$v = v_r \ln \frac{m_r}{m},$$

большая часть энергии сообщается горючему: $\simeq m_r v_r^2/2$.

9.34. Если эксцентриситет гиперболы лишь немного больше единицы, а так обычно и бывает у "гиперболических" комет, то со временем траектория кометы может стать замкнутой – эллиптической. Не следует забывать, что в Солнечной системе не вся масса заключена в центральном теле. Вблизи Солнца комета практически чувствует только его притяжение (влияние планет в значительной степени компенсирует друг друга), а за пределом орбиты Плутона комета воспринимает всю Солнечную систему как единое тело с суммарной массой. Поэтому вдали от Солнца ее орбита может стать сильно вытянутым эллипсом. Если же комета испытает сближение с одной из планет, то ее орбита вообще может измениться самым непредсказуемым образом.

9.35. Если небесное тело вращается так, что на экваторе его скорость превосходит первую космическую, то тело разрушится. Пусть это скорости равны. Тогда, используя решение задачи **9.1**, имеем:

$$T = \frac{3,5 \text{ час}}{\sqrt{\rho}},$$

где T – период вращения планеты, ρ – ее плотность в г/см^3. Для $T = 1$ мин получим $\rho = 4,4 \cdot 10^4$ г/см^3. Это минимальная плотность, которую должна иметь планета Фонарщика, чтобы не разрушиться и не сбросить с себя самого Фонарщика с его фонарем. Очень плотная планета. Скорее всего, это остывший белый карлик ($\rho \simeq 10^6$ г/см^3).

9.36. Пусть расстояние этой точки от Земли r, а от Луны $(60 - r)$. Тогда по закону всемирного тяготения (в единицах массы Земли и расстояния между Землей и Луной):

$$\frac{1}{(60-r)^2} = \frac{81}{r^2},$$

откуда, решив квадратное уравнение, найдем два его корня:

$$r_1 = 54 \quad \text{и} \quad r_2 = 67,5.$$

Ясно, что r_1 – это точка, лежащая между Землей и Луной, а r_2 – точка, расположенная за Луной. Формально в этой точке силы притяжения к Земле и к Луне равны, но направлены в одну сторону и не уравновешивают друг друга.

В первой точке космический корабль мог бы на мгновение ощутить отсутствие ускорения, но уже в следующий момент из-за движения Луны корабль покинет эту точку. Чтобы тело надолго сохранило неподвижность во вращающейся системе Земля-Луна, суммарное притяжение этих планет должно сообщать телу центростремительное ускорение, достаточное для вращения с такой же угловой скоростью, как у системы Земля-Луна. Точки, удовлетворяющие такому условию, существуют. Их пять и они называются **точками либрации**. Попробуйте их найти.

9.37. Современный момент импульса Солнца $J_\odot = 6 \cdot 10^{48}$ г см^2/с. Момент импульса планетной системы $J_p = 3,13 \cdot 10^{50}$ г см^2/с. Сейчас Солнце вращается со скоростью $V_\odot = 2$ км/с на экваторе. Поскольку момент импульса тела составляет

$$J = kMRV,$$

где M – масса, R – радиус, V – экваториальная скорость, k – коэффициент, зависящий от распределения массы тела относительно его радиуса, то $J \propto V$, если не изменяется геометрия тела. Предположим, что она практически не меняется (это будет доказано при решении задачи **9.3.8**), тогда скорость вращения Солнца в результате передачи ему всего момента вращения Солнечной системы стала бы равна

$$V = 2 \text{ км/с}\frac{J_\odot + J_\text{р}}{J_\odot} = 106 \text{ км/с}.$$

Любопытно, что многие звезды типа Солнца вращаются со скоростью такого же порядка. Вероятно, это свидетельствует о том, что такие звезды лишены планетной системы. Солнце же в период формирования планет передало им почти весь свой момент.

Замечание: задачу можно решить приближенно, не вычисляя и не разыскивая в справочниках значения $J_\odot$ и $J_\text{р}$. Практически весь момент нашей планетной системы сосредоточен в орбитальном движении планет-гигантов. Поскольку Юпитер вдвое массивнее всех прочих вместе взятых планет, но расположен в несколько раз ближе к Солнцу, чем они, то можно считать, что в нем заключена половина углового момента планетной системы. Теперь достаточно вспомнить четыре общеизвестные величины:
а) масса Юпитера $M_\text{ю} \simeq 10^{-3} M_\odot$,
б) радиус орбиты Юпитера $r_\text{ю} = 5,2$ а.е.,
в) орбитальная скорость Земли $V_\oplus = 30$ км/с,
г) видимый с Земли радиус Солнца $\alpha_\odot = 0,25°$.

Используя зависимость орбитальной скорости от радиуса орбиты

$$V_\text{I} = \sqrt{\frac{GM}{r}} \propto r^{-1/2},$$

найдем орбитальную скорость Юпитера: $V_\text{ю} = 30 \text{ км/с}\cdot r_\text{ю}^{-1/2}$. Значит его момент составляет $J_\text{ю} = M_\text{ю} V_\text{ю} r_\text{ю} = 0,07 M_\odot \cdot$км/с$\cdot$а.е.

Считая начальный момент Солнца равным нулю, запишем его итоговый момент, полагая массу Солнца расположенной в среднем на расстоянии $R_\odot/2$ от оси вращения:

$$2J_\text{ю} = \frac{1}{2} M_\odot V R_\odot,$$

отсюда, выразив радиус Солнца в астрономических единицах:

$$R_\odot(\text{а.е.}) = \frac{\alpha_\odot}{57,3°},$$

получим:

$$V = 4\frac{J_\text{ю}}{M_\odot}\frac{57,3°}{\alpha_\odot} = 64 \text{ км/с}.$$

Как видим, столь грубое решение отличается от правильного не более, чем вдвое, и позволяет верно оценить порядок величин.

9.38. Для слабо сжатого вращением жидкого тела найдем связь между скоростью вращения на экваторе (V) и степенью сжатия

$$\epsilon \equiv \frac{a-b}{a},$$

где a и b – экваториальный и полярный радиусы тела. Поскольку поверхность жидкого тела совпадает с поверхностью постоянного потенциала в системе координат, связанной с этим телом (если бы это было не так, то началось бы перемещение вещества и изменение формы тела, пока не было бы достигнуто данное состояние), то будем считать, что потенциал на полюсе

$$U_\text{b} = \frac{GM}{b}$$

равен потенциалу на экваторе

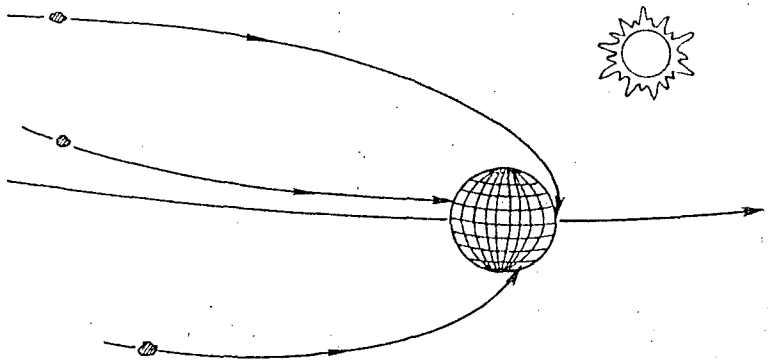
$$U_\text{a} = \frac{GM}{a} + \frac{\omega^2 a^2}{2},$$

где ω – угловая скорость вращения, а $\omega^2 a^2/2$ – потенциал центробежной силы. Тогда, из условия $U_a = U_b$ легко получить:

$$\epsilon = \frac{\omega^2 a^3}{2GM} = \left(\frac{V}{V_{II}}\right)^2,$$

где V_{II} – вторая космическая скорость на поверхности тела. Для Солнца $V_{II} = 618$ км/с и $V = 106$ км/с (см. задачу **9.37**). Следовательно, $\epsilon = (106/618)^2 = 0,03$. Это сжатие невелико, поэтому предположение о слабом сжатии тела можно считать выполненным.

9.39. Да, наблюдалось бы. В зависимости от прицельного параметра (P) догоняющий метеорит может войти в атмосферу над любой точкой планеты (фиг. 9.3).



Фиг. 9.3. Пронырливый метеорит.

9.40. Рассмотрим три случая:

а) спутник находится на геостационарной орбите, имеющей период

$$P_g = 2\pi\sqrt{\frac{r_g^3}{GM_\oplus}} = 24^h$$

и радиус

$$r_g = \sqrt[3]{GM_\oplus\left(\frac{12^h}{\pi}\right)^2}.$$

В этом случае он неподвижно висит над одной точкой экватора и, разумеется, останется в этом положении, даже будучи привязанным к Земле канатом.

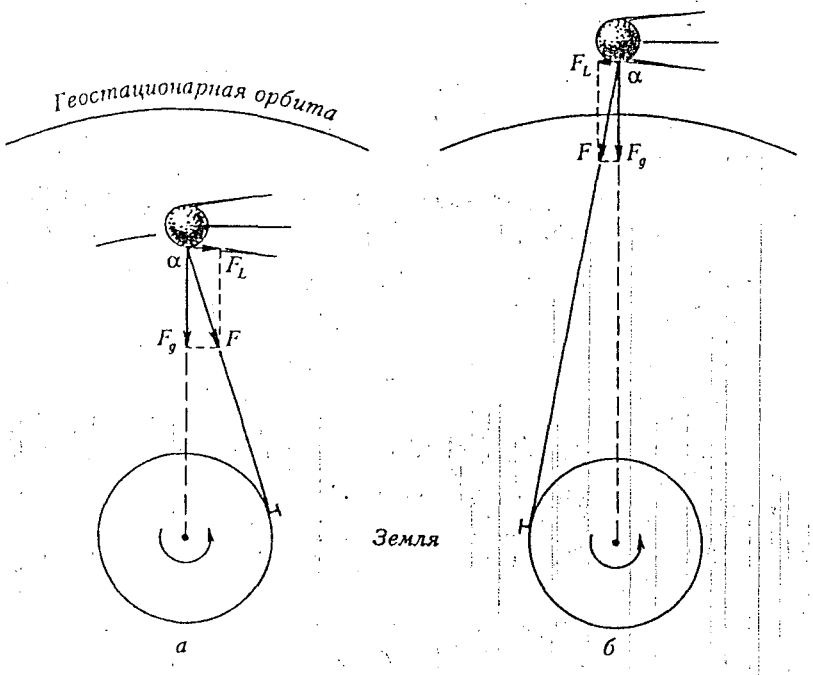
б) орбита спутника ниже геостационарной. На такой орбите ИСЗ опережает вращение Земли. Поэтому он станет наматывать канат на Землю и, когда канат натянется, спутник начнет притягиваться им к Земле (на фиг. 9.4 сила натяжения каната F). При этом скорость его возрастет (закон сохранения момента) и наматывание каната ускорится. Однако канат не только притягивает спутник к Земле (составляющая силы F_g), но и отбирает у него орбитальный момент (составляющая F_L). Поэтому спутник будет постоянно приближаться к Земле, пока не упадет на ее поверхность.

в) орбита спутника выше геостационарной - это самый интересный случай. Угловая скорость спутника меньше, чем Земли. Поэтому канат начнет наматываться на планету и притягивать спутник вниз. Поскольку радиус орбиты велик ($r_o > r_g$) и, следовательно, суточный параллакс мал (угол α на фиг. 9.4), в первом приближении можно считать, что натяжение каната арифметически складывается с силой притяжения Земли, а удельный угловой момент спутника ($L_o = r_o V_o$) некоторое время сохраняется. Круговая скорость на этой орбите

$$V_o = \sqrt{\frac{GM_\oplus}{r_o}},$$

поэтому угловой момент спутника

$$L_o = \sqrt{GM_\oplus r_o} \propto r_o^{1/2}$$



Фиг. 9.4.

т.е. больше, чем на геостационарной орбите. Поэтому, притянутый канатом к Земле, спутник найдет себе новую орбиту ($r_{\rm m}$), лежащую выше $r_{\rm g}$, но также имеющую период $24^{\rm h}$. На этой орбите его движение на некоторое время стабилизируется, поскольку наматывание каната прекратится. Определим радиус этой (минимальной) орбиты:

i) из закона сохранения момента имеем: $L_{\rm o} = r_{\rm m} V_{\rm m}$,

ii) из определения орбитального периода: $24^{\rm h} = 2\pi r_{\rm m}/V_{\rm m}$

решая эту систему уравнений, находим:

$$r_{\rm m} = \sqrt{\frac{12^{\rm h} L_{\rm o}}{\pi}} \quad \text{и} \quad V_{\rm m} = \sqrt{\frac{\pi L_{\rm o}}{12^{\rm h}}} \ .$$

Нетрудно найти и составляющую натяжения каната, направленную к центру Земли ($F_{\rm g} \simeq F$). Вместе с силой тяжести ($F_{\rm G}$) она играет роль центростремительной силы. Для спутника массы M

$$\frac{M V_{\rm m}^2}{r_{\rm m}} = F_{\rm G} + F_{\rm g} = \frac{G M_\oplus M}{r_{\rm m}^2} + F_{\rm g},$$

откуда

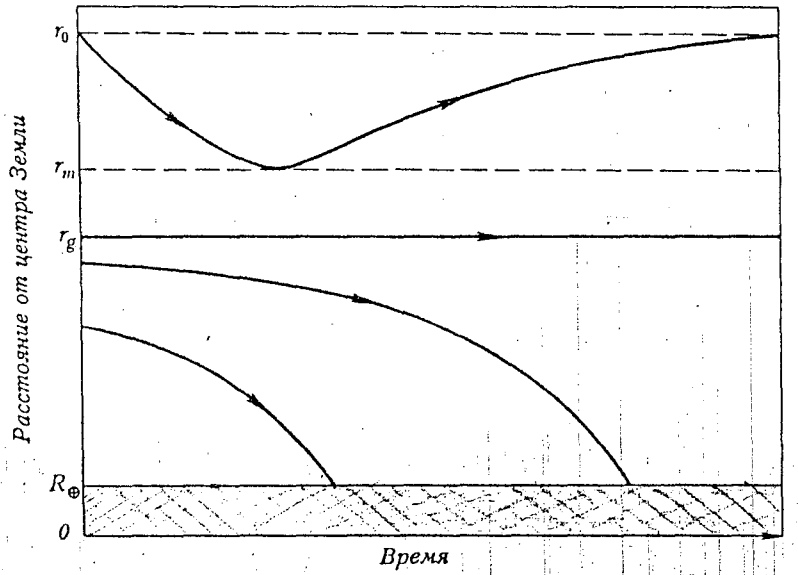
$$F_{\rm g} = \frac{M}{r_{\rm m}^2}\left(\sqrt{\frac{\pi L_{\rm o}^3}{12^{\rm h}}} - G M_\oplus\right) .$$

Теперь вспомним, что существует еще небольшая сила $F_{\rm L}$ тянет спутник вперед и постоянно увеличивает его момент вращения. Значит величина $L_{\rm o}$ понемногу возрастает. А поскольку $r_{\rm m} \propto L_{\rm o}^{1/2}$, то быстро опустившийся до орбиты $r_{\rm m}$ спутник начнет затем понемногу подниматься, пока не достигнет своей прежней орбиты $r_{\rm o}$. Но теперь он будет двигаться по ней с большей скоростью, имея больший момент вращения.

Графики изменения высоты полета спутников схематично показаны на фиг. 9.5. Между прочим, рассмотренный нами случай "в" используется в проекте "Космический лифт". Если бы действительно удалось протянуть нить от спутника на высокой орбите до Земли, то по ней можно было бы с малыми затратами энергии (а возможно и вообще даром) и не загрязняя атмосферу запускать в космос грузы. Подумайте, как может быть реализован этот проект и что служит в нем источником энергии?

Все наши рассуждения касались спутника, обращающегося в сторону суточного вращения Земли. Если же движение спутника было обратным, то при любом $r_{\rm o}$ наматывание каната на Землю

неминуемо приведет к быстрому падению спутника.



Фиг. 9.5.

9.41. По закону сохранения энергии скорость частицы при входе в атмосферу Земли (V) связана со скоростью вдали от Земли (V_∞):

$$V^2 = V_{\text{II}}^2 + V_\infty^2,$$

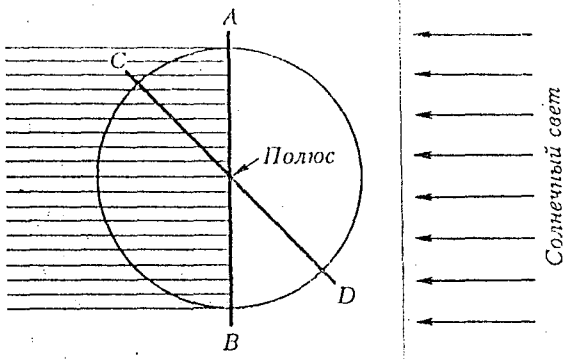
где $V_{\text{II}} = 11,2$ км/с – вторая космическая скорость у Земли. Значение V_∞ вблизи орбиты Земли может составлять от 0 км/с (для метеорита, с трудом догоняющего Землю) до 72 км/с (для метеорита, летящего по параболической траектории навстречу нашей планете). Следовательно, граничные значения V составляют $V_{\min} = 11,2$ км/с и $V_{\max} = 73$ км/с.

Предполагая, что время разрушения в атмосфере (т.е. длительность вспышки) у различных частиц одинакова, и что пре-

образование кинетической энергии частиц в свет происходит одинаково эффективно, мы можем определить разность звездных величин метеоров:

$$\Delta m = 2,5 \lg \left(\frac{V_{\max}}{V_{\min}}\right)^2 = 4,1.$$

В действительности, разрушение быстро летящей частицы происходит быстрее и при более высокой температуре. Поэтому истинное различие яркостей в несколько раз превосходит нашу оценку в 4^m.



Фиг. 9.6.

9.42. Одно полушарие Земли освещено Солнцем всегда (фиг. 9.6), поэтому, по крайней мере, половина орбиты CD обязательно освещена. Если же полярная орбита AB расположена в плоскости, перпендикулярной к направлению на Солнце (что может быть в дни равноденствий), то она освещена Солнцем полностью.

9.43. По параллаксу вычисляем расстояние: $1/0,038 = 26,3$ пк. Затем переводим собственное движение в трансверсальную скорость. За год звезда проходит $0,13'' \cdot 26,3$ пк $= 3,4$ а.е. $= 5,1 \cdot 10,8$ км. А в году $3,2 \cdot 10,7$ сек. Значит трансверсальная скорость $51/3,2 = 16$ км/с. Тогда полная скорость звезды $V = (9^2 + 16^2)^{1/2} = 18,4$ км/с.

9.44. При однократном броске вы получаете скорость отдачи 1 см/с. Но спустя 2 секунды мяч вернется к вам и добавит еще около 1 см/с. Если вы снова его бросите, то ваша скорость будет уже 3 см/с. Считая удар мяча о стенку абсолютно упругим, ваше движение можно представить в первом приближении как равноускоренное с ускорением $a = 1$ см/с^2. Тогда время, за которое будет пройдено расстояние $S = 10$ м, составит

$$t = \sqrt{\frac{2S}{a}} = \sqrt{\frac{2 \times 10 \text{ м}^2}{1\text{см/с}}} = 45 \text{ с}.$$

В действительности это время будет немного больше, поскольку каждый следующий раз путь шарика удлиняется, а переданный импульс уменьшается.

9.45. В соответствии с 3-м законом Кеплера период и радиус круговой орбиты связаны зависимостью: $P \sim R^{3/2}$. Следовательно $P = 23^{\text{h}}56^{\text{m}}04^{\text{s}} \times 2^{3/2} = 67^{\text{h}}41^{\text{m}}49^{\text{s}}$. Теперь легко найти период спутника относительно неподвижной точки на поверхности Земли:

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{23^{\text{h}}56^{\text{m}}04^{\text{s}}} - \frac{1}{67^{\text{h}}41^{\text{m}}49^{\text{s}}} = \frac{1}{37^{\text{h}}01^{\text{m}}29^{\text{s}}}$$

Итак, $T = 37^{\text{h}}01^{\text{m}}29^{\text{s}}$.

9.46. Запишем уравнение для центростремительного ускорения при круговом движении:

$$a = \frac{V^2}{R} = \frac{GM}{L^2},$$

где V – круговая скорость, R – радиус окружности, M и L – масса и расстояние до притягивающего тела. Тогда

$$V^2 = \frac{GMR}{L^2}.$$

В двойной системе с компонентами равной массы звезды обращаются вокруг центра масс, лежащего точно между ними, Значит

$L = 2R$ и $V^2 = GM_\odot/1$ а.е. Но орбитальная скорость Земли определяется таким же выражением и составляет около 30 км/с. Следовательно, максимальная разность лучевых скоростей звезд составит $(30 + 30) = 60$ км/с для наблюдателя, находящегося в плоскости орбиты двойной ($i = 90°$); 0 км/с при $i = 0°$ и $60 \cos 45° = 42$ км/с при $i = 45°$.

~~~ ★ ~~~
~~~

10. КОСМИЧЕСКИЕ ЭКСПЕДИЦИИ И ПРИРОДА ПЛАНЕТ

РЕШЕНИЯ

* * * ⊙ * * *

10.1. Поскольку Солнце вращается вокруг центра Галактики со скоростью около 250 км/с, результирующая скорость корабля будет почти такой же и направленной в ту же сторону, что и у Солнца. Иными словами, орбита космического корабля не будет существенно отличаться от галактической орбиты Солнечной системы, и корабль никогда не попадет в центр Галактики.

10.2. Спутники, находящиеся на высоких круговых орбитах (например, геостационарых), выгоднее переводить на гиперболические траектории, выводящие их на гелиоцентрические орбиты, поскольку в этом случае спутнику надо сообщить дополнительную скорость $(\sqrt{2}-1)V_{\text{круг}}$, тогда как для торможения и возвращения на Землю необходимо уменьшить до нуля его скорость $V_{\text{круг}}$. Спутники на низких орбитах или на сильно вытянутых орбитах с низким перигеем (менее 500 км) удобнее затормозить и "уронить" на Землю, используя сопротивление атмосферы. Для этого можно снабжать ИСЗ большим надувным мешком из тонкой пленки, который будет резко увеличивать аэродинамическое сопротивление спутника. Возможны и другие способы. Однако взрывать спутники на орбите не рекомендуется: возникающие при этом осколки лишь увеличат опасность столкновения.

Чтобы очистить околоземное пространство от неуправляемых спутников и прочего мусора предлагается два способа (см.: Ю.А.Мозжорин, С.В.Чекалин. *Проблема "космического мусора"*. В кн. Космос и экология. М., Знание, 1991, с. 16-17):
а) Можно запустить большие пенные шары для поглощения кинетической энергии частиц "мусора", после чего частицы будут терять высоту и входить в плотные слои атмосферы. Однако при таком неизбирательном воздействии есть опасность повредить и функционирующие спутники.
б) Орбитальное движение достаточно крупных частиц, за которыми ведется радиолокационный контроль и известно их положение, можно затормозить с помощью лазерного луча или пучка нейтральных частиц (подобные устройства разрабатываются для противоракетной обороны).

10.3. Рассмотрим физику прыжка с шестом. Сначала прыгун разбегается до скорости V, приобретая при этом кинетическую энергию $mV^2/2$. Затем он упирается шестом в стенку под планкой и давит на свободный конец шеста. Кинетическая энергия бегуна почти полностью переходит в энергию деформации шеста. Выпрямляясь, шест возвращает прыгуну его энергию, но за это время человек переместился относительно закрепленного конца шеста и движется уже не в горизонтальном, а в вертикальном направлении. Таким образом, шест служит лишь для изменения направления движения спортсмена. Если считать, что хороший шест не поглощает энергию, то в тот момент, когда вся кинетическая энергия разбега перейдет в потенциальную энергию подъема (mgh), центр массы прыгуна поднимется на высоту $h = V^2/2g$.

Учтем также, что в начале прыжка центр массы находится на уровне пояса спортсмена ($\simeq 1$ м), а при "перекате" через планку проходит почти точно на ее уровне. Тогда

$$h = \frac{V^2}{2g} + 1 \text{ м}.$$

Зная результаты бегунов на короткие дистанции, определяем, что лучшие спортсмены бегуют со скоростью 11-12 м/с. Поскольку бежать с шестом в руках несколько труднее, примем скорость разбега $V = 10$ м/с. Тогда на Земле ($g = 9{,}8$ м/с^2) получим $h = 6{,}1$ м, что действительно очень близко к мировому рекорду. Следовательно наша формула верна.

Приняв ускорение силы тяжести на Луне в 6 раз меньше земного и ту же скорость разбега, получим $h = 31{,}6$ м. Вообще говоря, скорость разбега на Луне может немного отличаться от земной. Ее точное значение зависит от сделанных предположений (наличие или отсутствие скафандра, плотности атмосферы, свойств поверхности, и т.д.). Однако простой физический анализ показывает, что без учета сопротивления атмосферы максимальная скорость бегуна есть предельная скорость, с которой он способен перемещать ступни ног относительно своего тела. А она определяется лишь "конструкцией" человека. Поэтому в закрытом помещении на Луне человек (без скафандра) должен бежать с той же скоростью, что и на Земле.

10.4. Из формулы для центростремительного ускорения ($a = v^2/r$) найдем значение $v = \sqrt{ar}$. Тогда для $a = g$ получим $v = \sqrt{gr} = 5{,}4$ м/с. Это нормальная скорость бега для тренированного человека. Ориентация станции в данном случае никакого значения не имеет.

10.5. Расстояние до звезды в парсеках есть величина, обратная параллаксу: $r = 1/\pi = 1/0.76'' = 1{,}32$ пк. По определению в одном парсеке столько же астрономических единиц, сколько угловых секунд в радиане – 206265. Но Земля, двигаясь с такой же скоростью, как звездолет, проходит 2π а.е. за год. Значит время полета звездолета $t = 1{,}32 \cdot 206265/2\pi \simeq 43$ тыс лет. Как видите, умелое использование астрономических единиц измерения позволяет сократить вычисления.

Замечание: к сожалению, в астрономии принято обозначать

годичный параллакс буквой π (от греческого $\pi\alpha\rho\alpha\lambda\lambda\alpha\xi\iota\varsigma$ – уклонение), которая по виду ни чем не отличается от математической константы $\pi = 3{,}14...$ Разумеется, между ними есть определенное родство: они обе вычисляются как отношение дуги окружности к ее радиусу. Правда, для числа Пифагора дугой служит половина окружности, а для параллакса – лишь мизерная ее часть. Обычно в астрономических текстах эти величины не встречаются вместе, но в данной задаче они встретились, и это могло бы привести к недоразумению. Чтобы избежать подобной неоднозначности, в англоязычной литературе все чаще для параллакса используют букву p (от англ. *parallax*). Но мы верим, что наш читатель сразу разобрался, где π астрономическое, а где – математическое. В связи с этим как не вспомнить историю про "π для гренландского кита".

10.6. Как показано в решении задачи **9.1**, время оборота на низкой орбите

$$T = \sqrt{\frac{3\pi}{G\rho}} = \frac{3{,}5 \text{ час}}{\sqrt{\rho(\text{г/см}^3)}}$$

Тогда $\rho = (3{,}5^{\text{h}}/T)^2$ г/см^3. Например, из того факта, что ИСЗ на низкой орбите оборачиваются за 1,5 часа, следует, что средняя плотность Земли $\rho_\oplus = (3{,}5/1{,}5)^2 = 5{,}5$ г/см^3.

10.7. Чем ближе спутник к Юпитеру, чем выше его тектоническая активность, причиной которой является приливное влияние и магнитное поле гигантской планеты. Поэтому у внутренних спутников поверхность активно перерабатывается и старые кратеры на ней исчезают.

10.8. У Меркурия нет атмосферы, поэтому явление метеоров, возникающих при сгорании твердых космических частиц в атмосфере, там не наблюдается. У поверхности Меркурия метеороиды имеют скорость не менее 4,3 км/с (вторая космическая скорость на поверхности планеты). Поэтому их кинетическая

энергия столь велика, что при ударе о твердую поверхность метеороид должен испариться. У планет с атмосферами, подобных Земле, метеороиды испытывают постепенное торможение и охлаждение в результате абляции. Только благодаря этому мы иногда обнаруживаем на земле метеориты.

10.9. Земля, Ио, Венера (косвенно), Тритон (сухие вулканы).

10.10. В невесомости кровоснабжение головы увеличивается и организм космонавта привыкает к этому, включает определенные компенсирующие механизмы. После возвращения на землю они еще некоторое время продолжают действовать, и космонавту приходится спать "вниз головой", чтобы обеспечить приток в нее крови "как в невесомости".

10.11. Астронавты дышали чистым кислородом, поэтому давление и плотность атмосферы внутри станции были в 3 раза ниже, чем на Земле. Расчитанный на плотный земной воздух, оперенный дротик не успевал сориентироваться и подлетал к мишени, кувыркаясь.

10.12. В атмосфере Юпитера нет свободного кислорода, необходимого для горения метана.

10.13. В атмосфере Марса, состоящей почти из чистого углекислого газа, не будут гореть ни керосин, ни дерево. Только термит может согреть космонавтов, поскольку все необходимые для горения компоненты содержатся в нем самом.

10.14. Действительно, атмосфера Венеры очень сильно рассеивает свет, поэтому четко увидеть небесные светила с ее поверхности невозможно. Но рассеянный свет частично доходит до поверхности, поэтому днем на Венере довольно светло, как на Земле в пасмурную погоду. А ночью там темно.

10.15. а) Только благодаря выносу приборов за пределы

атмосферы смогли возникнуть такие области астрономии, как рентгеновская-, далекая инфракрасная-, гамма-, ультрафиолетовая- и сверхдлинноволновая радиоастрономия.
б) Прямое изучение космических частиц, солнечного ветра, микрометеоритной пыли возможно только в космосе.
в) Появилась возможность непосредственного изучения поверхности и атмосферы планет, в том числе и недоступных областей атмосферы Земли, лежащих выше 40 км.
г) С появлением на орбите телескона им. Хаббла преимуществами внеатмосферных наблюдений стала пользоваться оптическая астрономия, почти на порядок увеличившая свою разрешающую способность.
д) Полет аппарата "Улисс" к полярным областям Солнца позволит изучить принципиально недоступные ранее области нашей звезды.
е) вынос за пределы Земли радиотелескопов увеличит базу интерферометров на много порядков, что позволит непосредственно измерять расстояния до любых галактических радиоисточников и даже соседних галактик, а также изучить структуру ядер квазаров.

10.16. Пусть V и ρ – объем и средняя плотность человеческого тела, а $\rho_в$ – плотность воды. Тогда вес человека в воде по закону Архимеда равен $P = gV(\rho - \rho_в)$, где g – ускорение свободного падения. Поэтому при прочих равных обстоятельствах легче плавать на Луне, где g в 6 раз меньше, чем на Земле. Однако, учитывая, что ρ очень близко к $\rho_в$, не менее важным обстоятельством является конкретная плотность воды. Так, значительно легче плавать на Земле в Мертвом море, чем на Луне в дистиллированной воде.

10.17. В условиях невесомости свеча быстро погаснет, поскольку отсутствует конвекция воздуха, подводящая кислород к пламени.

10.18. Пилот должен провести коррекцию своей траектории так, чтобы новая орбита пересекала исходную, и в точку пересечения он прибыл бы одновременно с летящим впереди спутником. Возможны два основных варианта:

а) точка пересечения совпадает с точкой коррекции. Предполагается, что догоняющий спутник переходит на эллиптическую орбиту, которая касается исходной круговой орибты в тоске коррекции. Предположим, что пилот решил устремиться в классическую погоню: он выдает корректирующий импульс, увеличивающий скорость спутника в направлении движения. При этом он перейдет на эллиптическую орбиту, охватывающую исходную круговую и имеющую больший период (поскольку ее большая полуось превышает радиус круговой орбиты). На такой орбите он еще сильнее отстанет от впереди летящего аппарата.

Что же должен сделать грамотный пилот? Очевидно, он должен немного **затормозить** полет ИСЗ и перевести его на эллиптическую орбиту, которая в апогее касается исходной круговой орбиты. Поскольку большая полуось новой орбиты меньше радиуса исходной, то и период обращения по ней будет короче. При правильном выборе эллиптической орбиты спутники, завершая оборот, встретятся в точке касания. Этот вариант хорошь тем, что если торопиться некуда, а горючее надо экономить, то можно выдать сколь угодно малый корректирующий импульс, и встреча все равно произойдет, но не через один оборот, а через несколько.

б) Точка пересечения не совпадает с точкой коррекции. Пилот ускоряет движение спутника, но не в направлении движения, а немного в сторону Земли. Тогда аппарат перейдет на эллиптическую (или параболическую) орбиту, перигей которой лежит внутри круговой орбиты. Поскольку путь до второй точки пересечения по новой орбите будет короче, чем по круговой, а скорость больше, то есть шанс догнать. Но этот способ более расточителен и не всегда пригоден (попробуйте самостоятельно проанализировать особенности этого способа). Но если расстояние между аппаратами невелико, а горючее в запасе имеется, то и этот способ вполне годится.

Минимальное число коррекций для сближения спутников – одна. Но чтобы после сближения спутники уравняли свои скорости, нужна и вторая коррекция.

10.19. Сравним период обращения станции вокруг Марса с периодом обращения Луны вокруг Земли. Согласно Третьему закону Кеплера

$$P^2 = \frac{a^3}{M},$$

где P – период обращения в лунных (сидерических) месяцах, M – масса в массах Земли, a – большая полуось орбиты в радиусах орбиты Луны. Приняв массу Марса $M_м = 0,107 M_⊕$, определим a:

$$a = 384,4 \text{ тыс км} \cdot \left[0,107 \left(\frac{12^d}{27,3^d}\right)^2\right]^{1/3} = 105,5 \text{ тыс км}.$$

Учитывая, что расстояние в перицентре орбиты составляет 5 тыс км, а радиус Марса равен 3,4 тыс км, определим расстояние станции от поверхности Марса в апоцентре: 105,5 - 5 - 3,4 ≃ 97 тыс км.

10.20. Из условия задачи не ясно, начальному или текущему весу ракеты равна тяга ее двигателей. Поэтому рассмотрим оба варианта. Сразу после начала работы двигателей масса ракеты, а вместе с ней и ее вес, начинают уменьшаться за счет выброса сгоревшего топлива. Поэтому тяга двигателей начнет сначала немного, а затем все больше и больше превышать вес ракеты, и она полетит. Во втором случае предполагается, что тяга и вес постоянно равны. Но и в этом случае полет возможен, если ракета будет разгоняться горизонтально, пока не приобретет первую космическую скорость.

10.21. Атмосферное давление у поверхности Марса составляет всего 6 мбар, это в 160 раз меньше, чем на Земле. При таком

низком давлении вода может существовать только в твердом и газообразном состояниях; жидкой воды быть не может.

10.22. За время полета корабля Земля повернулась на угол $360° \cdot 1,5^{\text{h}}/24^{\text{h}} = 22,5°$. Следовательно, корабль опустился на широте Байконура и на $22,5°$ западнее него.

10.23. Удобнее всего наблюдать для этого восход или заход звезд за горизонт планеты: промежуток между двумя последовательными заходами какой-либо звезды и есть орбитальный период корабля.

10.24. Поскольку ослабленный солнечный свет доходит до поверхности Венеры, ее жители могли бы измерить продолжительность солнечных суток. Воспользовавшись маятником Фуко или гироскопом, можно измерить угловую скорость вращения планеты, т.е. длительность звездных суток. Этих данных достаточно, чтобы вычислить продолжительность года.

10.25. Магнитного поля у Венеры нет. Звезды на небе не видны. Солнечный свет очень сильно рассеян, поэтому определить направление на Солнце по яркости неба невозможно. Однако это можно сделать по поляризации рассеянного света: так ориентируются некоторые перелетные птицы, когда Солнце закрыто облаками. Возможно, есть и другие способы. Какие?

10.26. Пусть V_{p}^{I} и V_{p}^{II} – первая и вторая космические скорости в точке перигея, V_{a}^{I} и V_{a}^{II} – соответствующие скорости в апогее, V_{p} и V_{a} – скорости корабля в перигее и апогее при движении по эллиптической орбите, r_{p} и r_{a} – расстояния перигея и апогея от центра Земли, e – эксцентриситет орбиты. Тогда, из определения эксцентриситета, имеем:

$$\frac{r_{\text{a}}}{r_{\text{p}}} = \frac{1+e}{1-e},$$

из Второго закона Кеплера:

$$V_{\text{p}} r_{\text{p}} = V_{\text{a}} r_{\text{a}},$$

и из закона сохранения энергии:

$$e = 1 - \left(\frac{V_{\text{a}}}{V_{\text{a}}^{\text{I}}}\right)^2 = \left(\frac{V_{\text{p}}}{V_{\text{p}}^{\text{I}}}\right)^2 - 1\,,$$

или

$$e = 1 - 2\left(\frac{V_{\text{a}}}{V_{\text{a}}^{\text{II}}}\right)^2 = 2\left(\frac{V_{\text{p}}}{V_{\text{p}}^{\text{II}}}\right)^2 - 1\,.$$

Отсюда

$$V_{\text{a}} = V_{\text{a}}^{\text{II}}\sqrt{\frac{1-e}{2}} \quad \text{и} \quad V_{\text{p}} = V_{\text{p}}^{\text{II}}\sqrt{\frac{1+e}{2}}\,.$$

Определим удельный импульс, который требуется сообщить кораблю для достижения второй космической скорости в перигее и апогее:

$$\Delta V_{\text{a}} = V_{\text{a}}^{\text{II}} - V_{\text{a}} = V_{\text{a}}\left(\sqrt{\frac{2}{1-e}} - 1\right)\,,$$

$$\Delta V_{\text{p}} = V_{\text{p}}^{\text{II}} - V_{\text{p}} = V_{\text{p}}\left(\sqrt{\frac{2}{1+e}} - 1\right)\,.$$

Из последних двух уравнений нетрудно получить следующее:

$$\Delta V_{\text{p}} = A \cdot \Delta V_{\text{a}}\,,$$

где

$$A = \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}\left(\frac{\sqrt{2}-\sqrt{1+e}}{\sqrt{2}-\sqrt{1-e}}\right)$$

Легко доказать, что при $0 < e < 1$ будет $A < 1$. Следовательно,

$$\Delta V_{\text{p}} < \Delta V_{\text{a}}\,.$$

Итак, мы доказали, что разгон межпланетного корабля в районе перигея переходной орбиты потребует меньших затрат топлива, чем его разгон в районе апогея. Из общих физических соображений это понятно: при разгоне в перигее выброшенное из двигателя рабочее тело (сгоревшее топливо) оказывается ближе к Земле, а значит обладает меньшей энергией, чем при разгоне в апогее. Эта разность энергии и есть та причина, по которой отдается предпочтение перигею при старте с промежуточной орбиты.

10.27. Пусть Земля имеет постоянную плотность ρ. Тогда ускорение тяготения, действующее на ракету внутри Земли на расстоянии r от ее центра, равно

$$a(r) = \frac{GM_\oplus r}{R_\oplus^3} ,$$

т.е. оно изменяется по закону Гука, как у пружины. Аналогично тому, как это делается в школьном курсе физики для пружины, находим работу этой силы на единицу массы ракеты:

$$W(r) = \frac{GM_\oplus r^2}{2R_\oplus^3} .$$

Тогда удельная кинетическая энергия свободно падающей ракеты в центре Земли составляет

$$\frac{V_c{}^2}{2} = W(R_\oplus) = \frac{GM_\oplus}{2R_\oplus} ,$$

а скорость

$$V_c = \sqrt{\frac{GM_\oplus}{R_\oplus}} \equiv V_I = 8 \text{ км/с}.$$

Пусть, пролетая через центр Земли, ракета включает двигатель и изменяет свою скорость на величину ΔV. Тогда, вылетая с противоположной стороны шахты, она будет иметь скорость

$$V = \sqrt{(V_c + \Delta V)^2 - V_c{}^2} ,$$

откуда

$$\Delta V = \sqrt{V^2 + V_c{}^2} - V_c .$$

Чтобы запустить межпланетный корабль, необходима скорость $V = V_{II} = 11{,}2$ км/с. Значит достаточно $\Delta V = 5{,}8$ км/с для запуска межпланетного корабля таким способом. Оценим экономию топлива по формуле Циолковского:

$$\Delta V = V_r \cdot \ln \frac{M_1}{M_2} ,$$

где ΔV – изменение скорости ракеты, V_r – скорость истечения газа, M_1 и M_2 – начальная и конечная масса ракеты. При $\Delta V = 0{,}5V_{II}$ получаем экономию начального веса ракеты в $e^2 \simeq 7$ раз. Неплохо!

Причина выигрыша энергии здесь та же, что и в задаче **10.26**: выброшенные газы в центре Земли имеют значительно меньшую энергию, чем над ее поверхностью. Чтобы использовать шахту вторично, пришлось бы поднять эти газы на поверхность Земли, а значит затратить часть выигранной энергии. Кстати, мы не учли сопротивление воздуха движению ракеты сквозь шахту. Попробуйте оценить давление и плотность воздуха в середине шахты. Сделав это, вы поймете, что перед запуском ракеты из шахты необходимо откачивать весь газ.

Форма шахты зависит от географической широты места ее сооружения, поскольку свободно падающее тело отклоняется кориолисовой силой от вертикали к востоку. Между полюсами Земли шахта будет прямая. А на экваторе она будет представлять из себя половину вытянутого эллипса (вспомните, что ракета внутри однородной Земли движется по закону Гука). В действительности Земля не совсем однородна, плотность ее возрастает к центру. Это еще больше увеличит выигрыш энергии при запуске ракеты через шахту и сделает экваториальную шахту не совсем эллиптической.

10.28. Для достижения скорости $V = 11$ км/с, необходимой при старте к Луне, двигаясь с ускорением a, нужно пройти путь

$$S = \frac{V^2}{2a} = \frac{V^2}{20g} = 605 \text{ км}.$$

Такую глубокую шахту создать невозможно. Вес человека в момент выстрела увеличился бы в 11 раз. Однако приборы спутников могут выдерживать ускорения до $10^4 g$. При этом длина пушки сокращается до 1 км, что технически вполне осуществимо.

10.29. Нет, поскольку скорость истечения газов из них существенно меньше второй космической скорости у поверхности Земли: эти газы не покинут Землю и не сообщат ей движения.

10.30. Чем выше температура газа, тем больше скорость теплового движения его атомов или молекул. А эта скорость практически совпадает со скоростью звука в газе и со скоростью истечения газа из ракетного двигателя ($V_\text{г}$). Значение величины $V_\text{г}$ является важнейшим показателем эффективности ракеты, поскольку импульс, переданный истекающими газами ракете, пропорционален произведению $V_\text{г}$ на логарифм массы топлива. Действительно, если M – сухая масса ракеты, а $M_\text{г}$ – масса топлива, то скорость ракеты по формуле Циолковского равна

$$V = V_\text{г} \ln \frac{M + M_\text{г}}{M} \simeq V_\text{г} \ln \frac{M_\text{г}}{M},$$

поскольку обычно $M_\text{г} \gg M$. Поэтому, если температура сгорания топлива повышается вдвое, то скорость истечения возрастает в 1,4 раза, и масса топлива может быть уменьшена в $e^{1,4} = 4$ раза.

10.31. Для электролитического разложения воды на водород и кислород нужно затратить не меньше энергии, чем ее выделится при сгорании полученной "гремучей смеси". Поэтому данный процесс имеет смысл лишь для аккумуляции энергии. Например, если космический аппарат непрерывно получает энергию от солнечных батарей невысокой мощности, а ракетный двигатель включается периодически через большие интервалы времени, то этот процесс может быть выгоден: лучше иметь основной запас топлива в виде воды, чем отдельно хранить кислород и водород в криогенных емкостях.

10.32. Период колебания маятника в вакууме $P \propto \sqrt{L/a}$, где L – его длина, a – ускорение силы тяжести. Но при прочих равных условиях маятник в сопротивляющейся среде будет колебаться с большим периодом. Поэтому самыми быстрыми будут часы на Земле, а самыми медленными - лунные часы, помещенные в воздушную среду.

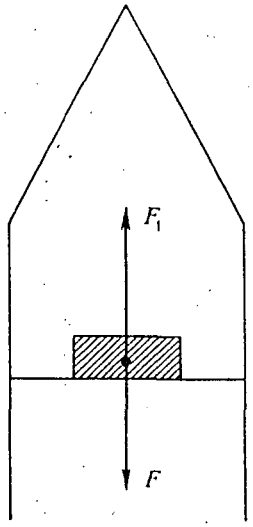
10.33. Для космонавтов опасна не оптическая вспышка, а следующие за ней космические частицы (протоны). Они приходят к Земле с небольшим запаздыванием и их поток, постепенно уменьшаясь, совсем спадает лишь через несколько часов. Поэтому своевременная весть о начале вспышки дает космонавтам возможность укрыться в толстостенном спускаемом аппарате и не подвергаться облучению. Сами космонавты обычно не следят за поверхностью Солнца: у них для этого нет ни времени, ни соответствующих инструментов. Важно также, что наземные службы могут не только регистрировать оптическую вспышку, но и предсказывать ее по конфигурации солнечного магнитного поля.

10.34. Пусть F – сила притяжения тела к Земле (фиг. 10.1). Вес – это сила, с которой тело давит на опору. С такой же по величине силой опора давит на тело (Третий закон Ньютона). Обозначим эту силу через F_1. Вместе с ракетой тело движется вверх с ускорением g и, следовательно, сумма F_2 всех действующих на него сил равна mg (Второй закон Ньютона). Положительным направлением мы выбрали направление движения ракеты,

т.е. вверх. Поскольку $F_2 = F + F_1$, получим

$$F_1 = F_2 - F,$$

где $F_2 = mg$ и $F = -mg$. Отсюда $F_1 = 2mg$. Таким образом, у поверхности Земли вес тела равен $2mg$. С удалением от Земли сила притяжения F уменьшается, приближаясь к нулю (закон тяготения Ньютона). В предельном случае при $F = 0$ и $F_1 = F_2$ вес тела будет равен mg. Итак, вес тела убывает от $2mg$ у поверхности Земли до mg на бесконечности.



Фиг. 10.1.

10.35. Лишенная солнечного света, поверхность Земли будет охлаждаться за счет ИК излучения. В результате резко понизится температура поверхности. Такие условия возникают ночью в сухой пустынной или высокогорной местности, где атмосфера лишена паров воды, задерживающих ИК излучение. К утру температура там опускается на несколько десятков градусов.

11. АСТРОФИЗИКА

РЕШЕНИЯ

* * * ⊙ * * *

11.1. Солнечная корона очень разрежена и не может заметно нагреть плотное вещество ядра кометы. Точно также не нагреваются ИСЗ, движущиеся в термосфере Земли, где температура – тысячи градусов.

11.2. Притяжение Луны в 6 раз меньше земного, поэтому атомы и молекулы газов, составляющих атмосферу, смогли за долгие годы эволюции покинуть Луну, но не могут вырваться с Земли.

11.3. Самая осторожная оценка размера (L) излучающего объекта получается из тех соображений, что L не может превышать расстояние, проходимое светом за время импульса ($P = 0,002$ с), иначе импульсы, вышедшие из различных точек объекта, наложились бы друг на друга. Тогда $L \leq CP = 600$ км. Однако мы точно знаем, что пульсары – это вращающиеся компактные звезды. За один оборот звезда посылает один импульс. Значит, чтобы скорость поверхности не превосходила скорости света, должно выполняться неравенство

$$\frac{2\pi R}{P} \leq C,$$

где R – радиус звезды. Тогда $R \leq 100$ км. Так малы могут быть

только нейтронные звезды – катастрофически сжавшиеся ядра массивных звезд, испытавших взрыв сверхновой.

11.4. Очевидно, что изменение частоты прихода импульсов от всех пульсаров в одинаковым периодом, – в 1 год, – связано с орбитальным движением Земли и возникающим вследствие этого эффектом Доплера. Если расстояние между источником и наблюдателем изменяется со скоростью V, а частота испускания импульсов источником ν_0, то изменение этой частоты для наблюдателя составляет

$$\Delta\nu \equiv \nu - \nu_0 = -\nu_0 \frac{V}{C} ,$$

где C – скорость света, с которой распространяются радиоимпульсы. Появление в формуле знака "минус" легко объяснить: например, если источник удаляется от наблюдателя, то расстояние до него возрастает, а значит скорость его **положительна**, но частота прихода импульсов при этом уменьшается, а значит $\Delta\nu$ **отрицательна**. Важно помнить, что скорость V – это не полная скорость источника относительно наблюдателя, а лишь та ее составляющая, которая направлена вдоль соединяющей их прямой. Обычно ее называют **радиальным** компонентом скорости или **лучевой скоростью** и обозначают с помощью индекса "r". Доплеровское изменение частоты, таким образом, составляет

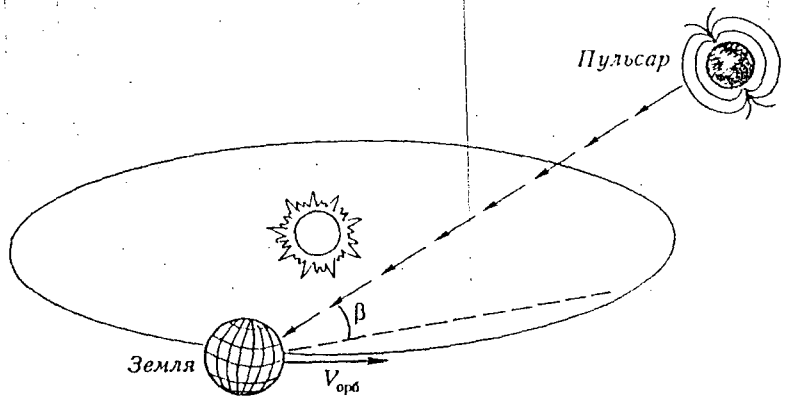
$$\Delta\nu = -\nu_0 \frac{V_r}{C} .$$

Поскольку период и частота импульсов связаны обратно пропорциональной зависимостью ($P = 1/\nu$), то

$$\frac{\Delta P}{P_0} = -\frac{\Delta\nu}{\nu_0} .$$

Здесь знак "минус" тоже понятен: например, если источник приближается к наблюдателю, то частота прихода импульсов возрастает, а интервал между ними, напротив, – уменьшается. Значит изменение интервала между импульсами

$$\Delta P = P_0 \frac{V_r}{C} .$$



Фиг. 11.1.

Конечно, Земля вместе с Солнечной системой движется с какой-то скоростью относительно любого пульсара. Но это галактическое движение изменяется очень медленно, – за миллионы лет, – и его можно не принимать во внимание, полагая, что измененная вследствие этого движения частота импульсов и есть основная частота пульсара (ν_0). А реально наблюдаемые изменения с годичным периодом происходять за счет движения Земли с орбитальной скоростью $V_{орб} = 30$ км/с. Вектор этой скорости лежит в плоскости эклиптики. Если эклиптическая широта пульсара β, то скорость Солнца по отношению к нему в течение года изменяется на $\pm V_{орб}\cos\beta$ (фиг. 11.1). Значит вариации периода составят $\Delta P = \pm P_0 V_{орб}\cos\beta/C = \pm 10^{-4} P_0 \cos\beta$. Поскольку Крабовидная туманность находится в эклиптическом созвездии

Тельца, можно положить $\cos\beta \simeq 1$. Тогда $\Delta P = \pm 3{,}3 \cdot 10^{-6}$ с. Минимальным период будет в тот момент, когда Земля движется в направлении пульсара. Это происходит через четверть года после того, как рядом с ним по эклиптике пройдет Солнце. А поскольку Солнце в восточной части Тельца бывает в середине декабря, то искомый месяц – март.

Кстати, чтобы доплеровское смещение частоты из-за движения Земли не мешало исследовать истинные изменения периодов пульсаров, обычно сразу после наблюдения исправляют измеренный период, вычитая из него ΔP и приводя таким образом период к фиктивному наблюдателю, расположенному в центре масс Солнечной системы.

11.5. Решая задачу **11.4**, мы доказали, что изменение периода между принимаемыми импульсами, вызванное движением пульсара относительно наблюдателя, описывается формулой Доплера:

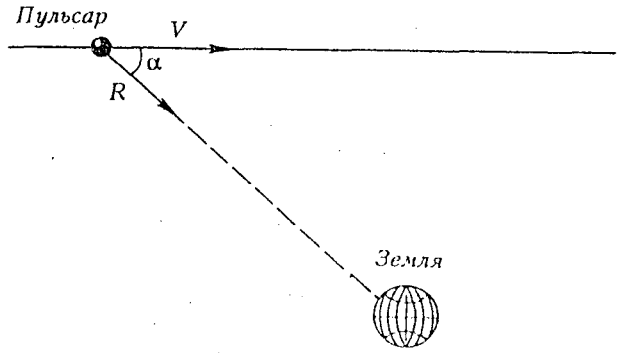
$$\Delta P = P_0 \frac{V_r}{C},$$

где P_0 – период между излучаемыми импульсами, C – скорость света, V_r – компонент скорости пульсара, направленный вдоль луча зрения наблюдателя (т.е. **лучевая скорость**).

Если вектор скорости пульсара $\mathbf{V}$ составляет угол α с единичным вектором $\mathbf{R}$, направленным от пульсара к наблюдателю (фиг. 11.2), то

$$\Delta P = -P_0 \frac{|\mathbf{V}| \cos\alpha}{C}.$$

Если пульсар движется равномерно и прямолинейно, то абсолютная величина его скорости $|\mathbf{V}|$ неизменна, а угол α постоянно увеличивается в пределах от 0° до 180°. Значит $\cos\alpha$ будет постоянно уменьшаться, а интервал между импульсами $P = P_0 + \Delta P$ будет постоянно возрастать. По существу, это и есть знаменитый эффект Доплера, заключающийся в том, что тон паровозного гудка постоянно понижается при движении паровоза относительно наблюдателя.



Фиг. 11.2.

11.6. Учитывая, что приливное влияние планеты возбуждает на Солнце два диаметрально противоположных "горба", можно заключить, что максимальная высота приливов бывает в те моменты, когда обе планеты и Солнце располагаются на одной прямой (тогда "горбы" складываются друг с другом). Период (T) между этими моментами есть время между противостоянием и соединением Венеры и Юпитера. Найдем его, использовав уравнение синодического движения:

$$\frac{1}{2T} = \frac{1}{T_в} - \frac{1}{T_ю},$$

где $T_в$ – орбитальный период Венеры (0,62 года) и $T_ю$ – орбитальный период Юпитера (11,86 года). Тогда $T = 0{,}33$ земного года или 4 земных месяца. Ясно, что 11-летний и (более фундаментальный) 22-летний циклы солнечной активности нельзя объяснить приливным влиянием планет на Солнце.

11.7. Так же, как в задаче **11.3**, мы можем утверждать, что если бы размер области излучения превышал ее **световую длину**, равную $L = C\Delta t$, то излучение от разных частей этой области не могло бы синхронно (т.е. с разбросом времени не

более Δt) достичь наблюдателя. По условию задачи $\Delta t = 5^m$, значит $L \leq 0,6$ а.е.

11.8. Плотность межзвездной среды очень мала, поэтому ее атомы сталкиваются друг с другом редко и имеют достаточно времени между столкновениями, чтобы излучить избыток энергии и перейти в основное состояние, в котором электрон находится на самой низкой орбите. Поэтому межзвездные линии поглощения в спектрах звезд образуются при переходах электронов с низшего уровня на более высокие. У большинства наиболее распространенных в природе атомов (H, He, C, N, O) эти переходы обладают большой энергией и поэтому линии поглощения лежат в далекой ультрафиолетовой области спектра, доступной лишь космическому телескопу.

В атмосферах звезд плотность высока, и атомы в результате частых столкновений постоянно находятся в возбужденном состоянии. Поэтому они поглощают свет при переходах электронов со второго, третьего уровней на более высокий. Энергия этих переходов невелика и линии поглощения лежат в видимой области спектра.

11.9. Прежде всего – по спектру. Даже если горячая звезда покраснела из-за межзвездного поглощения света, особенно сильного в голубой области спектра, это не повлияло на наличие в ее спектре линий с высокой энергией возбуждения, которых не может быть у холодной звезды.

Однако очень часто можно и без спектральных исследований определить истинный цвет и температуру звезды. Для этого необходимо измерить ее блеск в нескольких диапазонах спектра, например, в широкополосных фильтрах U, B и V (соответственно, **ультрафиолетовый, голубой** и **визуальный** диапазоны спектра) и грубо определить его форму по разности блеска в соседних диапазонах: (U – B) и (B – V). Эти разности астрономы называют **цветами**. Оказывается, изменение температуры звезд (например, вдоль главной последовательности) и изменение степени межзвездного поглощения поразному влияют на соотношение цветов звезды. Поэтому в большинстве случаев трех измерений блеска в фильтрах U, B и V бывает достаточно для определения как степени межзвездного поглощения, так и истинной температуры звезды.

11.10. Эмиссионные линии возникают в том случае, когда горячий газ виден на фоне более холодной поверхности. Например, если звезда имеет протяженную полупрозрачную атмосферу, то большую часть атмосферы мы видим на фоне холодного космического пространства. Обычно протяженные атмосферы возникают в результате инверсии температуры, когда монотонное падение температуры с удалением от центра звезды сменяется ее ростом.

Примеры нестационарных звезд с таким строением – это сбросившие оболочку Новые или планетарные туманности. Более стационарными звездами с эмиссионными линиями в спектрах являются звезды Вольфа-Райе, Of-, Be- и Ae-звезды, звезды типа P Лебедя и некоторые другие горячие звезды, интенсивно теряющие вещество и поэтому окруженные довольно плотным горячим газом.

Наше Солнце тоже имеет инверсию температуры в атмосфере, поскольку хромосфера и, тем более, корона Солнца горячее лежащей под ними фотосферы. Однако протяженность хромосферы столь мала, а корона до такой степени разрежена, что эмиссионный спектр Солнца можно наблюдать только в моменты затмений, когда фотосфера вообще не видна.

11.11. У каждого элемента множество характерных спектральных линий. Если какие-то из них совпадают с линиями других элементов (а так нередко бывает), то нужно поискать в спектре другие линии этого элемента.

11.12. Поскольку скорость встречи превышает критическую

(вторую космическую) скорость как на поверхности нормальных звезд (500-650 км/с), так и для галактики в целом (300-600 км/с), можно считать, что столкновение галактик представляет собой просто пролет одной галактики сквозь другую без существенного влияния эффекта гравитационной фокусировки. При меньшей скорости встречи взаимное притяжение звезд могло бы привести к их сближению, что увеличило бы вероятность столкновения. Вероятность столкновения для одной звезды, пролетающей сквозь галактику, равна отношению суммарной площади сечений звезд (S_*) к площади сечения галактики (S_G). Если r – радиус типичной звезды, а N – число звезд в галактике, то $S_* = \pi r^2 N$. Для дисковой галактики радиуса R и толщины H сечение зависит от ориентации: если диск развернут плашмя, то $S_G = \pi R^2$, а если ребром, то $S_G = 2RH$. Тогда полное число столкновений (k) при пролете одной галактики сквозь другую будет равно произведению вероятности столкновения для одной звезды на число звезд в галактике, принимающих участие в столкновении, т.е. пролетающих сквозь вторую галактику (N_*):

$$k = N_* \frac{S_*}{S_G} .$$

Рассмотрим три случая:

1) "обе плашмя": $N_* = N$

$$k_1 = \frac{N N \pi r^2}{\pi R^2} = N^2 \left(\frac{r}{R}\right)^2 .$$

2) "ребром в ребро": $N_* = N$

$$k_2 = \frac{N N \pi r^2}{2RH} = N^2 \left(\frac{\pi R}{2H}\right)\left(\frac{r}{R}\right)^2$$

3) "ребром в диск": $N_* \simeq 2RHN/(\pi R^2)$ – это число звезд галактики, развернутой плашмя, пролетающих сквозь галактику,

повернутую ребром. Тогда

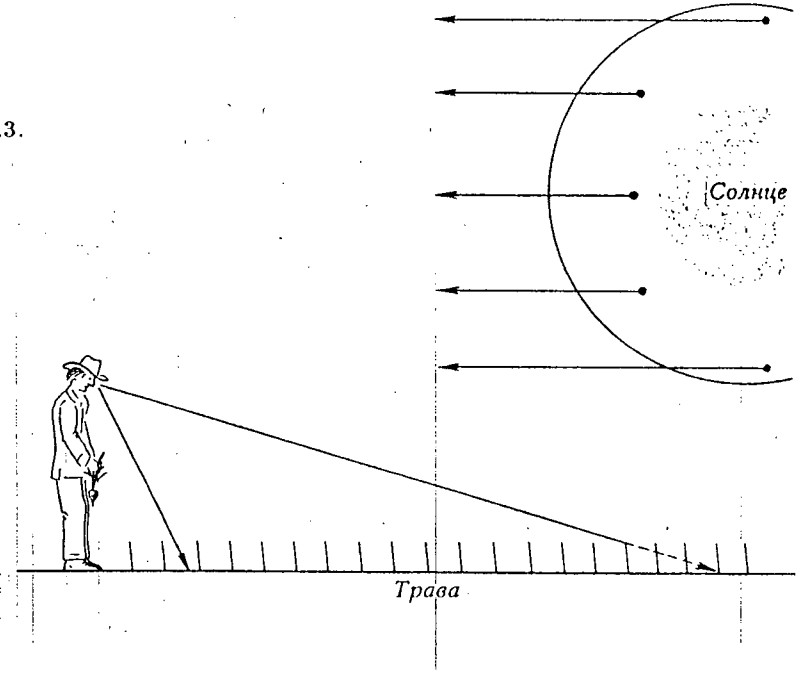
$$k_3 = \left(\frac{2RHN}{\pi R^2}\right)\left(\frac{N\pi r^2}{2RH}\right) = N^2 \left(\frac{r}{R}\right)^2 .$$

Поскольку у дисковых галактик $R \simeq 10H$, то

$$k_1 = k_3 = \frac{2H}{\pi R} k_2 \simeq \frac{1}{16} k .$$

Для галактик, подобных нашей, $N \simeq 2 \cdot 10^{11}$, $R \simeq 15$ кпс, $r \simeq r_\odot = 7 \cdot 10^8$ м. Значит $k_1 = k_3 = 0,1$, а $k_2 = 1,6$. Иными словами, при встрече галактик "плашмя" или "ребром в диск" столкновения звезд маловероятны, а при встрече "ребром в ребро" возможно 1-2 столкновения. Таким образом, при пролете галактик друг сквозь друга звезды практически не сталкиваются и, следовательно, не разрушаются. Но, разумеется, межзвездный газ испытывает сильное столкновение с газом другой галактики.

Фиг. 11.3.



11.13. Это наблюдение вполне справедливо и имеет простое геометрическое истолкование (фиг. 11.3). Травинки растут, в основном, вертикально, поэтому площадь их видимого сечения пропорциональна $\sin\alpha$ где α – угол между лучом зрения и вертикалью. С другой стороны, путь луча зрения в травяном слое обратно пропорционален $\cos\alpha$. Следовательно, вероятность того, что на пути луча зрения попадется травинка, а не голая земля, пропорциональна $\mathrm{tg}\,\alpha$. Вот почему, глядя себе под ноги, мы видим сквозь траву голую землю, а когда смотрим на участок соседа, наш взгляд скользит под небольшим углом к поверхности земли, встречает больше травинок и не достигает голой земли. Если у вас и вашего соседа нет травяного газона перед домом, то вы сможете проверить этот эффект, посмотрев под разными углами на щетину обычной зубной щетки.

Аналогичный эффект на Солнце приводит к потемнению солнечного диска к краю. Когда мы смотрим в центр солнечного диска, то видим лучи, выходящие из глубоких и довольно горячих слоев фотосферы. Когда же мы смотрим на солнечный край, то эти лучи нас не достигают, поскольку не могут пробиться сквозь большую толщу более холодного поглощающего свет вещества. Поэтому на краю мы видим более высокие, а значит и более холодные и темные слои фотосферы.

Поглощающую способность вещества в данном направлении астрономы называют **оптической толщей**. Очевидно, проходя перпендикулярно к поверхности, свет преодолевает меньшую оптическую толщу, чем в любом другом направлении. Поэтому, глядя в центр солнечного диска, мы видим свет, выбравшийся с большей глубины, чем в том случае, когда смотрим на край диска.

Возвращаясь "на землю", можно сказать (в терминах астрономии), что для любого наблюдателя на участке соседа оптическая толща травы больше, чем на собственном участке. Поэтому она "зеленее".

11.14. Почему частицы кольца должны сталкиваться? Если бы все они двигались в одной плоскости по круговым орбитам, то их пути не пересекались бы. Но под действием различных возмущений (прежде всего, это спутники Сатурна) орбиты частиц кольца чуть-чуть наклонены друг к другу. Поэтому за один орбитальный период (P) каждая частица два раза пересекает толщину кольца (H), имея среднюю скорость относительно других частиц $V = 2H/P$. По условию задачи $H \le 3$ км. А орбитальный период определим из III закона Кеплера:

$$P = 2\pi\sqrt{\frac{R^3}{GM_c}}\,,$$

где R – средний радиус кольца, а M_c – масса Сатурна. Радиусы основных колец Сатурна (A, B и C) составляют от $1,3R_c$ до $2,3R_c$, где R_c – экваториальный радиус самой планеты. Для нашей оценки достаточно принять $R \simeq 2R_c$ и вспомнить, что период обращения ИСЗ на низкой орбите составляет

$$P_{\text{ИСЗ}} = 2\pi\sqrt{\frac{R_\oplus^3}{GM_\oplus}} = 1,5 \text{ час}.$$

Обратив внимание, что величина в скобках обратно пропорциональна средней плотности планеты, получим для кольца Сатурна

$$P = P_{\text{ИСЗ}}\left(\frac{\rho_\oplus}{\rho_c}\right)^{1/2}\left(\frac{R}{R_c}\right)^{3/2}\,,$$

где $\rho_\oplus = 5,5$ г/см^3 – плотность Земли, $\rho_c = 0,7$ г/см^3 – плотность Сатурна. Окончательно $P = 1,5$ час $\sqrt{5,5/0,7} \times 2^{3/2} = 12$ час. Следовательно скорость столкновения частиц

$$V \le 2\frac{3 \text{ км}}{12 \text{ час}} = 0,5 \text{ км/час} = 14 \text{ см/с}.$$

Можно полагать, что удары со столь малой скоростью не приводят к существенному разрушению твердых частиц кольца.

О частоте столкновений можно судить по поглощению света: поскольку он ослабевает примерно в 2 раза, значит каждый второй фотон, пересекая кольцо, встречает на пути частицу. Очевидно, что и частицы будут сталкиваться друг с другом так же часто: один раз за два пересечения кольца, т.е. за один орбитальный период.

11.15. Это достаточно убедительно можно сделать даже без телескопа. Тот факт, что звезды мигают, а планеты нет, указывает на значительно больший угловой размер планет. И несмотря на это, блеск планет часто уступает блеску звезд (сравните Сатурн и Вегу). Так может быть только в том случае, если единица поверхности планеты излучает гораздо меньше света, чем единица поверхности звезды. У самосветящихся тел это возможно только при разности температур поверхности. Но тогда различался бы и спектральный состав излучения. Однако у планет примерно такой же цвет, как у звезд (сравните те же Сатурн и Вегу или Марс и Антарес). Значит планеты светят отраженным светом. Еще один аргумент в пользу этого – зависимость яркости планет от фазового угла "Солнце-планета-Земля".

11.16. Если до вспышки светимость звезды была L_1 и блеск m_1, а после вспышки – L_2 и m_2, то связь между ними такова:

$$\lg \frac{L_2}{L_1} = 0,4(m_1 - m_2) = 0,4(21 - 2) = 7,6.$$

Следовательно, светимость звезды увеличилась в $10^{7,6} \simeq 4 \cdot 10^7$ раз. Согласно принципу Доплера, оболочка звезды расширялась со скоростью

$$V = C\,\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 3 \cdot 10^5 \text{ км/с}\,\frac{41\,\text{Å}}{4861\,\text{Å}} = 2,5 \text{ тыс км/с}.$$

11.17. Только историческая: внешний вид некоторых планетарных туманностей напоминает диски планет. К тому же, круглая туманность с яркой звездой посередине наводила некоторых астрономов эпохи Гершелей на мысль, что это формирующаяся в соответствии с гипотезой Канта и Лапласа планетная система (planetary nebula).

11.18. Радиус орбиты увеличивается. Дело в том, что у вращающегося астероида, освещаемого солнечными лучами, максимальная температура поверхности существует в районе терминатора при переходе от света к тени ("вечерняя" область), а минимальная температура – также на терминаторе, но при переходе от тени к свету ("утренняя" область). При указанном направлении вращения холодная область будет по ходу движения астероида, а горячая – сзади. Возникает эффект фотонной ракеты: тепловое излучение астероида в основном направлено назад, а его реакция, ускоряющая астероид – вперед.

11.19. Белые карлики не содержат внутри себя водорода, они в основном состоят из гелия и более тяжелых элементов. А температуры в 40 млн К недостаточно для термоядерного горения гелия.

11.20. Очевидно, их около $10^8/50 = 2$ млн.

11.21. Из Второго закона Ньютона видим, что сила

$$F = am = \frac{\Delta V}{\Delta t}m = \frac{\Delta(Vm)}{\Delta t},$$

т.е. равна изменению импульса тела (mV) за единицу времени (если масса тела постоянна). Будем считать, что протоны солнечного ветра прилипают к Луне, передавая ей свой импульс, но практически не изменяя ее массу. Пусть V – скорость ветра, а n – плотность числа частиц. Тогда за единицу времени на единицу площади сечения лунного диска падает nV частиц, принося импульс m_pVnV. Следовательно, импульс, получаемый за единицу

времени всей Луной радиусом $R_C = 1737$ км, равен

$$F = \pi R_C^2 n m_p V^2 = 1,4 \cdot 10^4 \text{ Н} = 1,4 \text{ тонны}.$$

11.22. Поскольку химический состав звезд одного возраста практически одинаков, то и доля радиоактивных элементов в них должна быть равная. Тогда мощность излучения звезды (светимость) была бы пропорциональна ее массе, а в действительности для звезд типа Солнца светимость пропорциональна четвертой степени массы!

11.23. Спектральная классификация звезд производится по внешнему виду спектра. Наличие одинаковых спектральных линий означает наличие в атмосферах звезд одинаково возбужденных или ионизованных химических элементов. Но у карлика атмосфера значительно плотнее, чем у гиганта. В плотном газе чаще происходит рекомбинация электронов и ионов (поскольку они чаще встречаются друг с другом). Поэтому для поддержания сходного состояния ионизации карлику требуется более высокая температура.

Пример: Солнце – карлик спектрального класса G2, имеет температуру 5780 К, а звезда π Цефея – гигант спектрального класса G2, – всего 5300 К.

11.24. В соответствии с принципом Доплера лучевая скорость галактики $V = C\Delta\lambda/\lambda_\circ$. Считая эту скорость целиком связанной с космологическим расширением Вселенной, по закону Хаббла ($V = H_\circ D$) определим расстояние до галактики:

$$D = \frac{V}{H_\circ} = \frac{C\Delta\lambda}{H_\circ \lambda_\circ},$$

где C – скорость света, $H_\circ$ – постоянная Хаббла, которую мы примем равной 100 км/(с·Мпк). Если выразить угловой размер галактики в радианах ($d = 3'/3438' = 8,7 \cdot 10^{-4}$ рад), то ее линейный радиус

$$R = \frac{dD}{2} = \frac{d\Delta\lambda C}{2\lambda_\circ H_\circ}.$$

Скорость движения звезд в галактике также определим из принципа Доплера: расширение спектральных линий в галактиках связано с тем, что часть звезд движется к нас, а часть – от нас. Поэтому характерная скорость звезд $v = C\sigma/2\lambda_\circ$. Очевидно, это есть не что иное, как скорость вращения звезд вокруг галактического центра, близкая к круговой скорости: $v^2 \simeq GM/R$, где M – масса галактики. Тогда

$$M = \frac{v^2 R}{G} = \frac{d\Delta\lambda\sigma^2 C^3}{8\lambda_\circ^3 H_\circ G} = 2,4 \cdot 10^9 M_\odot .$$

Если по имеющимся данным вычислить теперь радиус галактики и скорость движения в ней звезд, то получим $R = 1,2$ кпк и $\sigma = 93$ км/с. Таким образом, перед нами маленькая, но довольно плотная эллиптическая галактика, похожая на спутника Туманности Андромеды галактику Мессье 32.

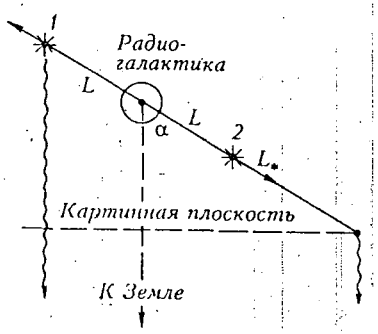
11.25. Формально эту задачу решить несложно. Температура нормальной фотосферы 5800 К, а пятна – в среднем около 4500 К. Светимость, согласно закону Стефана–Больцмана, пропорциональна четвертой степени температуры поверхности, поэтому болометрическая яркость пятна в $(58/45)^4 = 2,8$ раза ниже яркости фотосферы. Значит покрытая пятнами половина солнечной поверхности будет иметь светимость $L = (0,5/2,8)L_\odot = 0,2L_\odot$, а все Солнце – $0,7L_\odot$.

Однако более глубокий анализ задачи указывает на некоторую неоднозначность условия. Например, что такое "солнечное пятно"? У пятна есть **тень** с температурой на 2-2,5 тыс К ниже, чем в фотосфере, и **полутень**, которая холоднее фотосферы всего лишь на несколько сотен кельвинов. Соответственно, болометрическая яркость тени раз в 10 меньше, чем у фотосферы, а полутени – всего на 25%. Поэтому ответ задачи сильно зависит от принятого соотношения между площадьми тени и полутени пятна.

Но еще сложнее учесть

сматривать не только само пятно, но и окружающую его территорию фотосферы, то оказывается, что полный поток энергии с этой территории при появлении пятна практически не изменяется. Не найдя выхода сквозь пятно, энергия устремляется наружу сквозь соседние участки фотосферы. Обычно пятна окружены обширными факельными полями. Температура факелов на 200-300 К больше, чем у фотосферы, но по площади они заметно превосходят пятна и существенно компенсируют потерю светимости Солнца, связанную с последними.

Данная задача отнюдь не является отвлеченным астрофизическим упражнением. Хотя поверхность нашего Солнца никогда не покрывается пятнами наполовину, существуют звезды с более сильным магнитным полем, которое приводит к образованию гигантских пятен, покрывающих заметную часть поверхности звезды. Поэтому точное решение этой задачи является вполне актуальной и непростой научной проблемой.



Фиг. 11.4.

11.26. Пусть источники удалились от ядра галактики на расстояние L (фиг. 11.4). Найдем время, необходимое для того, чтобы сигнал, испущенный удаляющимся источником (1), достиг картинной плоскости, в которой движется приближающийся к нам источник (2):

$$\Delta t = \frac{2L\cos\alpha}{C - V\cos\alpha},$$

где α – пока произвольный угол между направлением разлета источников и лучом зрения. Очевидно, за это время источник (2) пройдет расстояние $V\Delta t$ и удалится от ядра галактики уже на расстояние $L_* = L + V\Delta t$. Следовательно, наблюдаемое отношение угловых расстояний источников от центра галактики равно

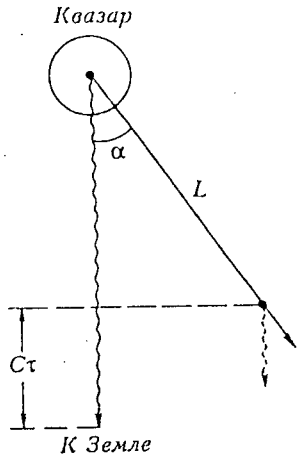
$$\frac{L_*}{L} = 1 + \frac{2\cos\alpha}{\frac{C}{V} - \cos\alpha}.$$

Для $V/C = 2/3$ и $\alpha = 60°$ получим $L_*/L = 2$.

11.27. С ростом массы звезды увеличивается температура газа в ее ядре, и поэтому быстро возрастает интенсивность термоядерных реакций. У звезд не слишком большой массы (до 30 $M_\odot$) светимость зависит от массы очень сильно: $L \propto M^\gamma$, где $3 \le \gamma \le 5$. А запас ядерного горючего, очевидно, пропорционален массе звезды. Поэтому время жизни $t \propto M/L \propto M^{1-\gamma}$. Положив в среднем $\gamma = 4$, получаем $t \propto M^{-3}$. Если время жизни Солнца должно быть порядка 10^{10} лет, то у звезды вдвое более массивной оно будет порядка 10^9 лет.

Но у очень массивных звезд светимость увеличивается не так круто. Их светимость уже столь высока, что лучевое давление становится сравнимо с газовым и играет все большую роль в равновесии звезды. Поэтому газовое давление (а значит и температура) с ростом массы звезды увеличиваются уже не так быстро, и интенсивность термоядерных реакций также изменяется незначительно. Для очень массивных звезд справедливо соотношение $L \propto M$, поэтому их время жизни не зависит от массы и близко к 3-5 млн лет.

11.28. Пусть V – скорость источника, C – скорость света. За время t источник удалился от ядра квазара на расстояние $L = Vt$, а в проекции на небесную сферу – на расстояние $\sigma = L\sin\alpha$ (фиг. 11.5). За это же время сигнал, посланный источником в момент "старта" из ядра, прошел расстояние Ct. В проекции



Фиг. 11.5

на луч зрения расстояние между ним и источником составляет $(Ct - L\cos\alpha)$. На Земле мы сначала увидим источник в ядре, а через интервал времени $\tau = (Ct - L\cos\alpha)/C$ увидим его на расстоянии L от ядра. Но поскольку нам известно лишь расстояние до квазара (по красному смещению) и угловое перемещение радиоисточника, то можно определить только проекцию отрезка L на небесную сферу, т.е. значение σ. Вычисленная по этим данным скорость источника составит

$$W = \frac{\sigma}{\tau} = C\frac{\sin\alpha}{\frac{C}{V} - \cos\alpha}\,.$$

Если радиоисточник выброшен с околосветовой скоростью, то $V \simeq C$ и

$$W = C\frac{\sin\alpha}{1-\cos\alpha}\,.$$

Для $\alpha = 30°$ получим $W = 3,7C$. Значит вычисленная нами скорость радиоисточника почти вчетверо будет превышать скорость света! Этот парадокс хорошо известен радиоастрономам: они уже давно обнаружили "сверхсветовые" радиоисточники. Для произвольного α имеем:

α =	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
W/C =	11,4	5,7	3,7	2,8	2,1	1,7	1,4	1,2	1,0

11.29. Для болометрического (т.е. полного по всем диапазонам электромагнитного излучения) потока, согласно закона Стефана-Больцмана, получим отношение яркости:

$$\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^4 = \left(\frac{58}{45}\right)^4 = 2,8\,.$$

Однако в оптическом диапазоне это отношение значительно больше. Дело в том, что с изменением температуры существенно изменяется распределение энергии в спектре нагретого тела. У абсолютно черного тела оно подчиняется закону Вина: максимум излучения приходится на длину волны

$$\lambda_{\max} = \frac{3\text{ мм}}{T}\,.$$

При средней температуре пятна $T = 4500$ Å максимум должен приходиться на $\lambda_{\max} = 6700$ Å – это красный цвет, к которому глаз слабо чувствителен. На самом деле центральная часть пятна – тень, имеет температуру около 3500 К, поэтому для нее $\lambda_{\max} = 8600$ Å. Этот цвет вообще недоступен глазу, а видимых лучей тень пятна почти не излучает. Поэтому она кажется нам такой темной.

С другой стороны, при температуре фотосферы $T = 5800$ К максимум излучения приходится на $\lambda_{\max} = 5200$ Å. Как раз в этой области спектра глаз наиболее чувствителен (разумеется, не случайно!). Поэтому контраст яркости между пятном и фотосферой так велик.

11.30. Во внутренних областях Солнца, где высока температура, энергия переносится излучением, поскольку плотность излучения там высока, а горячее вещество очень прозрачно. Во внешних областях вещество становится менее прозрачным и излучению все труднее "пробираться" сквозь него – в дело вступает конвекция. Теплопроводность практической роли не играет. Но если иметь в виду не только перенос энергии в фотосферу, но вообще ее отвод от ядра, то следует не забывать про поток нейтрино, уносящий из ядра заметную долю энергии и не передающий ее другим частям звезды. Есть и другие экзотические способы переноса энергии: например, из конвективной оболочки Солнца в его хромосферу и корону часть энергии передается сквозь фотосферу в форме звуковых и магнитозвуковых колебаний.

11.31. Частица будет двигаться прямолинейно, т.е. не будет чувствовать влияния звезды, если две действующих на нее силы – гравитации и светового давления, уравновесят друг друга. От расстояния обе они зависят одинаково: обратно пропорциональны квадрату расстояния (закон Ньютона для гравитации и фотометрический закон для излучения). Дальше рассуждаем так: сила тяготения пропорциональна массе тела, т.е. кубу его размера, а сила светового давления пропорциональна площади сечения тела, т.е. квадрату его размера. Значит отношение этих сил меняется пропорционально размеру тела. Если радиус пылинки в $6\cdot10^{10}$ раз меньше радиуса Земли, то две названных силы уравновесят друг друга. Значит радиус пылинки $R = R_\oplus/6\cdot10^{10} \simeq 10^{-5}$ см. Это типичный размер межзвездной пылинки. Возможно это неспроста: более крупные пылинки падают на звезды, а более мелкие "выдуваются" световым давлением из Галактики. Впрочем, вопрос этот не так прост, как кажется.

Эту задачу можно решать и более детально. Сила тяготения, действующая на сферическую частицу,

$$F_{\rm g} = \frac{GMM_\odot}{r^2} = \frac{4\pi GR^3\rho M_\odot}{3r^2} ,$$

где M, R и ρ – масса, радиус и плотность частицы, а r – ее расстояние от Солнца. Сила светового давления на эту частицу определяется суммарным импульсом поглощенных в единицу времени фотонов. Фотон с энергией E имеет импульс E/C, поэтому световое давление на частицу

$$F_\gamma = k\cdot\pi R^2\cdot\frac{L_\odot}{4\pi r^2 C} ,$$

где k – коэффициент порядка единицы, зависящий от способности тела поглощать, отражать и излучать электромагнитные колебания. Для абсолютно черного шарика с одинаковой во всех точках температурой поверхности $k = 1$. Для зеркального шарика тоже $k = 1$ (попробуйте это доказать!). А вот для пористого

белого шара, почти весь свет отражающего обратно в сторону Солнца, $k \simeq 2$. Это легко понять: фотон не просто отдает свой импульс, а меняет его на противоположный, значит шарик приобретает удвоенный импульс фотона.

Найдем отношение гравитационной и радиационной сил:

$$\frac{F_{\rm g}}{F_\gamma} = \frac{16\pi C\rho GM_\odot R}{3kL_\odot} \propto R .$$

Как видим, оно действительно пропорционально размеру тела. Подставив численные значения и приняв для определенности $k = 1$ получим:

$$\frac{F_{\rm g}}{F_\gamma} = 10^5 R(\text{см}) .$$

Следовательно, эти силы равны для частицы радиусом $R = 10^{-5}$ см.

11.32. В соответствии с законом Стефана-Больцмана светимость звезды радиусом R и температурой поверхности T составляет

$$L = 4\pi R^2\sigma T^4 = L_\odot\left(\frac{R}{R_\odot}\right)^2\left(\frac{T}{T_\odot}\right)^4 .$$

Отсюда находим радиус белого карлика:

$$R = R_\odot\left(\frac{T_\odot}{T}\right)^2\left(\frac{L}{L_\odot}\right)^{1/2} = 8\cdot10^{-3}R_\odot .$$

А плотность белого карлика составит

$$\rho = \rho_\odot\left(\frac{R_\odot}{R}\right)^3 = 2\cdot10^6\rho_\odot \simeq 3 \text{ млн г/см}^3 .$$

11.33. Согласно закону Стефана-Больцмана, чтобы иметь одинаковую температуру, тело должно поглощать (а значит и

излучать) одинаковое количество энергии. На орбите Земли планета поглощает мощность

$$\Phi_1 = L_\odot \frac{S(1-A)}{4\pi r_\oplus^2},$$

где S – площадь сечения планеты, A – ее альбедо, $r_\odot$ – расстояние Земли от Солнца. А на орбите Марса абсолютно черная планета поглощает

$$\Phi_2 = L_\odot \frac{S}{4\pi r_м^2},$$

где $r_м \simeq 1,5 r_\oplus$. Приравняв мощности $\Phi_1 = \Phi_2$, получим $(1-A) = (r_\oplus/r_м)^2 = 0,44$. Откуда $A = 0,56$.

11.34. В соответствии с законом Стефана-Больцмана светимость

$$L \propto R^2 T^4,$$

где R и T – радиус и температура поверхности звезды. Отсюда

$$R \propto T^{-2} L^{1/2}.$$

Тогда для Солнца в эпоху красного гиганта получим:

$$R = R_\odot \left(\frac{T_\odot}{T}\right)^2 \cdot \left(\frac{L}{L_\odot}\right)^{1/2} = R_\odot 2^2 400^{1/2} = 80 R_\odot = 0,37 \text{ а.е.}$$

Это чуть меньше среднего радиуса орбиты Меркурия (0,387 а.е.), но больше, чем расстояние Меркурия от центра Солнца в перигелии его орбиты (0,31 а.е.). Поэтому Меркурий будет проглочен!

11.35. Если звездолет летит со скоростью, близкой к скорости света, то эффект Доплера и эффект аберрации света будут хорошо заметны "на глаз". Первый приведет к тому, что звезды по курсу корабля поголубеют и станут ярче, а за кормой – покраснеют и ослабнут. Второй эффект сдвинет все звезды вперед по курсу. Поэтому в направлении полета на небе будет много ярких голубых звезд, а за кормой – несколько слабеньких красных.

11.36. Предположим, что температура капли комнатная ($T = 20°$C), а радиус r. Внешнее давление на каплю в вакууме равно нулю, значит давление внутри капли (P) будет определяться только силой ее поверхностного натяжения $\zeta = 0,07$ Н/м :

$$P = \frac{2\zeta}{r} = \frac{1,4 \cdot 10^{-4} \text{ атм}}{r(\text{см})}.$$

А давление насыщенного пара при температуре 20°C равно 10^{-2} атм. Отсюда критический размер капли $r_c = 0,14$ мм. Если у нашей капли $r < r_c$, то ее внутреннее давление препятствует кипению воды. Если $r > r_c$,то при попадании капли в вакуум вода внутри нее закипит и разрушит саму каплю. Ясно, что любая крупная капля моментально распадется на облачко мелких капель с диаметрами менее 0,3 мм.

Что же будет с ними дальше? А дальше каждая из них станет испаряться с поверхности и быстро замерзнет. Ведь теплота парообразования у воды очень велика (539 кал/г), поэтому, чтобы охладить каплю на несколько десятков градусов (т.е. отобрать у каждого ее грамма несколько десятков калорий), достаточно испарить всего несколько процентов ее массы. Итак, потеряв немного массы, каждая капелька превратится в льдинку. Если опыт с каплей проводился вдали от Солнца или в тени, то на этом все и закончится: большая капля резко вскипит и превратится в расширяющееся облачко тумана, который быстро станет роем мельчайших градинок.

Но если солнечные лучи согревают градинки, то каждая из них будет вести себя как маленькая комета. Поскольку давление у их поверхности ниже, чем в тройной точке на фазовой диаграмме воды ($T_0 = 0°$C, $P_0 = 0,006$ атм), то при нагревании жидкая вода образовываться не будет, а льдинки станут сублимироваться, т.е. сухо испаряться. Так же ведут себя ледяные ядра комет.

Когда вся вода превратится в пар, под действием ультрафиолетового излучения Солнца ее молекулы начнут распадаться

(диссоциировать), а затем – терять электроны (произойдет их ионизация). Облако плазмы – это заключительный этап эволюции капли. А может быть и нет. Подумайте, что будет дальше?

11.37. Вспомним задачу **11.2**. В ней был поставлен аналогичный вопрос, но в отношении Земли и Луны. У этих двух тел сильно различаются значения второй космической скорости у поверхности ($V_{II} = 11,2$ км/с у Земли и $= 2,38$ км/с у Луны). Поэтому Земли удерживает рядом с собой почти все газы (кроме водорода), а Луна не удерживает их.

В случае же Титана и Меркурия причина несколько иная. Хотя сами планеты различаются незначительно, причем Меркурий "крепче" удерживает газы у своей поверхности ($V_{II} = 2,7$ км/с у Титана и $= 4,3$ км/с у Меркурия), скорость движения газов у них существенно различается. Как известно, энергия движения молекул пропорциональна температуре газа, следовательно, скорость молекул $V \propto \sqrt{T}$. Поскольку температура поверхности Меркурия около 800 К, а Титана – около 100 К, скорость молекул у них различается почти втрое. К тому же, близость Меркурия к Солнцу приводит к интенсивной диссоциации молекул на отдельные атомы, которые, имея меньшую массу, движутся быстрее тяжелых молеул. Поэтому у поверхности Меркурия практически не осталось летучих веществ (хотя астрономы еще не прекратили попытки обнаружить у него следы атмосферы), а Титан удержал рядом с собой почти все газы, за исключением самых летучих – водорода и гелия.

Точные расчеты показывают, что газ за несколько миллиардов лет покидает атмосферу планеты, если тепловая скорость его молекул

$$V \geq 0,2V_{II} .$$

Для того, чтобы вычислить скорость молекул, необходимо знать абсолютную температуру газа (T), его молекулярный вес (μ) и

универсальную газовую постоянную ($\Re$):

$$V = \sqrt{\frac{3\Re T}{\mu}} .$$

Теперь вы сами можете расчитать, какие газы способны долго сохранятся в атмосфере любой планеты, а какие из них за время эволюции Солнечной системы должны были улетучиться.

11.38. Ядро гелия состоит из двух сортов частиц – протонов и нейтронов. А легкий изотоп водорода ^{1}H, из которого в основном состоят звезды, содержит только протоны. Поэтому ни одна цепочка термоядерных реакций в звездах не обходится без главной реакции:

$$p \Rightarrow n + e^+ + \nu ,$$

т.е. реакции превращения протона (p) в нейтрон (n) с выделением позитрона (e^+) и нейтрино (ν). Непосредственно такая реакция произойти не может, поскольку масса протона меньше массы нейтрона. Но она может происходить при взаимодействии быстро движущихся частиц. Например, в недрах Солнца она имеет вид:

$$p + p \Rightarrow d + e^+ + \nu ,$$

где d – **дейтрон**, ядро тяжелого изотопа водорода – **дейтерия** (обозначается также ^{2}H или D). В реакции превращения протона в нейтрон участвует слабейшая из ядерных сил – так называемое *слабое взаимодействие*. Поэтому реакция протекает очень неохотно, превращение происходит очень редко, и сдерживает темп всех последующих реакций в звезде. Поэтому, если по какой-то причине температура в недрах звезды немного увеличится, то прежде, чем термоядерные реакции отреагируют на это большим выделением энергии, звезда успеет расшириться и охладиться.

В водородной бомбе происходят реакции только с участием тяжелого изотопа водорода – дейтерия, и сверхтяжелого – **трития**

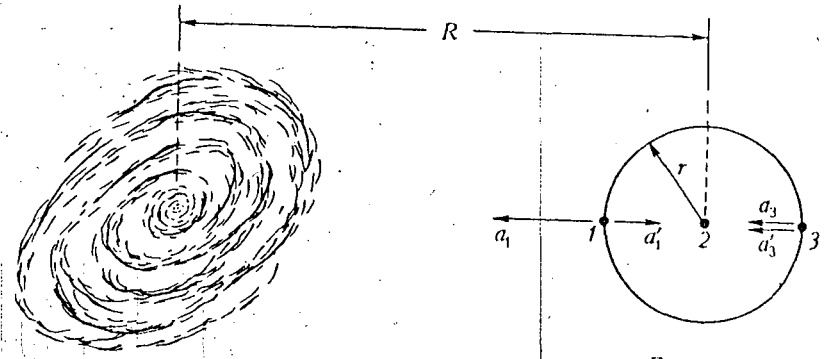
(его ядро – тритон, обозначают ^{3}H, или T, или t). Эти изотопы помимо протона содержат и нейтроны (d = p + n; t = p + 2n). Реакции с ними происходят без участия слабого взаимодействия и поэтому – очень активно. Например:

$$\mathrm{d} + \mathrm{d} \Rightarrow {}^4\mathrm{He} + \gamma\,,$$
$$\mathrm{d} + \mathrm{t} \Rightarrow {}^4\mathrm{He} + n\,,$$

где γ – гамма-квант. Чтобы реакция произошла, требуется только хорошенько сблизить частицы, преодолев их электростатическое отталкивание. Для этого тяжелый водород нагревают, взрывая в нем маленькую атомную бомбу. После этого термоядерная реакция происходит так быстро, что горячее вещество не успевает расшириться и охладиться.

Итак, основное различие звезды и водородной бомбы в том, какие изотопы водорода участвуют в их термоядерных реакциях. В природе дейтерий встречается в очень малых количествах и в недрах звезд он "сгорел" еще в дни ранней молодости звезды при относительно низкой температуре, не произведя заметного эффекта. Тритон вообще нестабилен: он распадается с периодом полураспада 12,4 года. Поэтому в природе его нет совсем.

11.39. На фиг. 11.6 галактика в Скульпторе изображена в виде сферы. Если бы все ее части испытывали одинаковое ускорение к центру Млечного Пути, то никакого приливного эффекта не было бы. Однако точка 1 ближе к Млечному Пути и значит испытывает большее ускорение (a_1) к нему, чем точка 3 (ускорение a_3). Поэтому точки 1 и 3 стремясь удалиться друг от друга. Это и есть приливный эффект, который разрушил бы маленькую галактику в Скульпторе, если бы не ее собственное притяжение к центру (точка 2), стремящееся удержать точки 1 и 3, сообщая им ускорения a_1' и a_3'. Вычислим суммарные ускорения в точках 1 и 3, вызываемые как притяжением Млечного Пути, так и притяжением самой галактики в Скульпторе:



Фиг. 11.6.

$$(a_1 - a_1') = \frac{GM}{(R-r)^2} - \frac{Gm}{r^2}\,, \qquad \text{(точка 1)}$$

$$(a_3 + a_3') = \frac{GM}{(R+r)^2} + \frac{Gm}{r^2}\,. \qquad \text{(точка 3)}$$

Если $(a_1 - a_1') < (a_3 + a_3')$, то звезды в точках 1 и 3 сближаются, если же $(a_1 - a_1') > (a_3 + a_3')$, то звезды удаляются друг от друга и галактика разрушается. Значит максимальный размер галактики, еще устойчивой к разрушающему приливному эффекту, можно найти из равенства

$$\frac{M}{(R+r)^2} + \frac{m}{r^2} = \frac{M}{(R-r)^2} - \frac{m}{r^2}\,.$$

После тождественных преобразований

$$r^3 = R^3\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right)\frac{m}{2M}.$$

Учитывая, что $r \ll R$, примем $1 - (r/R)^2 \simeq 1$. Тогда

$$r = R\left(\frac{m}{2M}\right)^{1/3}\,.$$

Подставив численные значения, получим $r = 2,3$ кпк.

11.40. Оптическим интерферометром; при покрытии звезды Луной; по длительности затмения в двойных системах; по соотношению между светимостью и температурой.

11.41. Вычислим расстояния в перигелии и афелии:

$$R_p = a(1-e) = 1,5 \text{ а.е.}$$

$$R_a = a(1+e) = 18,5 \text{ а.е.}$$

По закону Стефана-Больцмана скорость охлаждения поверхности пропорциональна T^4, а поток лучистой энергии $\propto (1-A)/R^2$. Поэтому $T = (300K)(1-A)^{1/4}R^{-1/2}$. В перигелии $T = 240$ К и в афелии $T = 68$ К.

11.42. За счет эффекта Доплера линии сдвинуты в голубую сторону на

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{V}{C},$$

а за счет гравитационного красного смещения на поверхности звезды

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{GM}{RC^2}.$$

Вычисления показывают, что оба эффекта в точности компенсируют друг друга и смещение линий в спектре отсутствует.

~~~ ★ ~~~

12. АСТРОНОМИЧЕСКАЯ ВИКТОРИНА

РЕШЕНИЯ

* * * ⊙ * * *

12.1. В Антарктиде видны.

12.2. Луна не изменилась, но блеск ее вдвое ослаб.

12.3. Никогда. Он перейдет на новую орбиту, немного отличающуюся от орбиты станции, и через 1,5 часа вновь сблизится с ней.

12.4. Можно, если жить на Меркурии: поскольку его орбитальный период около трех земных месяцев, в течение земного года там можно четырежды отметить новый меркурианский год.

У этой шуточной задачи возможны варианты: живя на внешних планетах, вы можете в течение одного их года отметить множество земных новогодних праздников.

12.5. Ответ "10 пк" неверен. Большая полуось орбиты Марса 1,5 а.е. Следовательно расстояние до звезды 15 пк.

12.6. Если скорость указана относительно Солнца (точнее – относительно барицентра Солнечной системы), то это означает, что звезда двойная и поэтому изменяет свою скорость. Если же лучевая скорость звезды указана относительно Земли, то можно предположить проявление орбитального движения Земли. Однако максимальный его вклад за полгода может составить 30 + 30
~~~

= 60 км/с. А звезда изменила скорость на 100 - 20 = 80 км/с. Значит она в любом случае двойная.

12.7. По изменению блеска астероидов, который возникает вследствие их вращения.

12.8. Через 2 месяца. Точное решение см. к задаче **9.27**.

12.9. а) за 7 минут; б) за 1,5 часа.

12.10. Порядка 1 Å/с^2. Это ускорение вызвано притяжением Солнца к центральной части Галактики и направлено к ее центру.

12.11. Через кончик Вашего носа каждую секунду пролетает несколько десятков миллиардов нейтрино. Действительно, итоговая реакция превращения водорода в гелий имеет вид:

$$4^1\mathrm{H} \Rightarrow {}^4\mathrm{He} + 2\mathrm{e}^+ + 2\nu + 26{,}2\ \text{МэВ}.$$

Поскольку 26,2 МэВ = $4{,}2\cdot10^{-12}$ Дж, то легко найти число нейтрино, рождающихся в недрах Солнца ежесекундно:

$$\Omega_\nu = \frac{2L_\odot}{4{,}2\cdot10^{-12}\ \text{Дж}} = 2\cdot10^{38}\ \nu/\text{с}.$$

Их поток у Земли, на расстоянии $r_\oplus = 1$ а.е., составит

$$F_\nu = \frac{\Omega_\nu}{4\pi r_\oplus^2} = 7\cdot10^{10}\ \nu/(\text{см}^2\,\text{с}).$$

Теперь, в зависимости от размеров кончика Вашего носа, Вы сами можете вычислить поток нейтрино через него. Теперь Вы почувствовали, насколько это неуловимая частица!

Любопытно, что помимо солнечных нейтрино, через тот же самый кончик носа пролетают реликтовые космологические нейтрино, родившиеся в те далекие времена, когда Вселенная была [illegible] и горячей. И пролетают они в количестве

$\simeq 10^{12}\ \nu/(\text{см}^2\text{с})$. Однако космологическое нейтрино гораздо холоднее солнечного, поэтому наш нос, как и нейтринные телескопы, их не замечает и подавно.

12.12. Порядка 1 г. Посмотрите на реакцию синтеза гелия, записанную в решении предыдущей задачи: в этой реакции рождаются позитроны (e^+) со скоростью $\Omega_{\mathrm{e}^+} = 2\cdot10^{38}\ \mathrm{e}^+/\text{с}$. Позитрон живет, пока не встретится с электроном. Классический радиус электрона составляет $r_\circ = 2{,}8\cdot10^{-13}$ см, его площадь сечения $\sigma_\circ = \pi r_\circ^2$. Но сечение аннигиляции электрона с позитроном зависит еще от их взаимной скорости (V): чем меньше скорость, тем больше вероятность "заметить" друг друга в момент сближения. Поэтому полное сечение

$$\sigma_\mathrm{a} = \sigma_\circ \frac{C}{V}.$$

Теперь, зная плотность числа электронов в центре Солнца:

$$n_\mathrm{e} \simeq \frac{\rho}{m_\mathrm{p}} \simeq \frac{100\ \text{г/см}^3}{1{,}7\cdot10^{-24}\ \text{г}} \simeq 6\cdot10^{25}\mathrm{e}/\text{см}^3,$$

легко найти время жизни позитрона до его аннигиляции:

$$\tau = (n_\mathrm{e}\sigma_\mathrm{a}V)^{-1} = (n_\mathrm{e}\pi r_\circ^2 C)^{-1} \simeq 2{,}3\cdot10^{-12}\ \text{с}.$$

Следовательно, в солнечном ядре одновременно будут жить

$$N_{\mathrm{e}^+} = \tau\times\Omega_{\mathrm{e}^+} \simeq 10^{27}\ \mathrm{e}^+.$$

Их полная масса составит $M = m_\mathrm{e}N_{\mathrm{e}^+} \simeq 1$ г.

12.13. Нормальная настольная лампа мощностью в 60 Вт создает освещенность около 100 лк на расстоянии в 1 м. А Солнце в безоблачный день освещает Землю с интенсивностью 10^5 лк. Значит нужно удалиться от Солнца в $\sqrt{10^3}$ раз, т.е. до расстояния в 32 а.е. [illegible]

так же, как настольная лампа освещает книгу. Значит в районе орбиты **Нептуна** легко можно работать при естественном освещении.

12.14. Свет полной Луны на 14^m слабее солнечного света ($m_\odot = -26,7^m$; $m_\subset = -12,7^m$). Но зеркало 10-м телескопа имеет во столько же раз большую площадь, чем типичная лупа диаметром 2 см:

$$\left(\frac{10\text{ м}}{2\text{ см}}\right)^2 = 3\cdot 10^5 \simeq 14^m\ .$$

Значит оно соберет столько же света от Луны, сколько лупа собирает от Солнца. Кроме этого можно вспомнить, что видимый свет составляет менее 10% от полного излучения Луны, так что в инфракрасном диапазоне мы получим 10-кратное увеличение потока. Однако в фокусе гигантского зеркала изображение Луны будет далеко не точечным – при фокусном расстоянии зеркала около 20 м диаметр изображения составит около 20 см. Распределенный по такой поверхности лунный свет не вызовет ни какого термического эффекта. Итак, при Луне выжигать нельзя, даже с помощью гигантской "лупы".

Здесь мы столкнулись с частным случаем одной весьма общей теоремы о том, что никакая оптическая система не может создать изображение более горячее, чем поверхность источника излучения. Даже в специально сконструированных оптических установках, – **солнечных печах**, – температура в фокусе не превышает 3000 К. Использовав такую установку при лунном свете мы едва ли ощутим тепло, ведь температура дневной поверхности Луны обычно не превышает 400 К.

12.15. Да, верю, поскольку 40 футов – это чуть больше, чем 12 м, а такое изменение уровня воды во время приливов и отливов в некоторых бухтах бывает.

В открытом море амплитуда приливов всего 50 см, а у берега в некоторых узких бухтах достигает 15 м.

12.16. Если в момент отхода яхты часы были выставлены по среднему солнечному времени, то теперь они "спешат" по сравнению с местным солнечным временем на 6 час, если по декретному зимнему времени, то на 5 час, а если по летнему – то на 4 час. Значит яхта ушла на запад от С.-Петербурга на $60° \div 90°$. Учитывая, что долгота города около $30°$ в востоку, заключаем, что долгота яхты $30° \div 60°$ к западу от Гринвича. Значит яхта в Атлантике.

12.17. Разумеется, Врунгель считал, что петушки кричат в определенное время по Гринвичу и выполняют таким образом роль хронометра. Вот только догадывались ли об этом петушки?

~~~ ⋆ ~~~
~~~

13. ЗАДАЧИ СТАРИКА ХОТТАБЫЧА

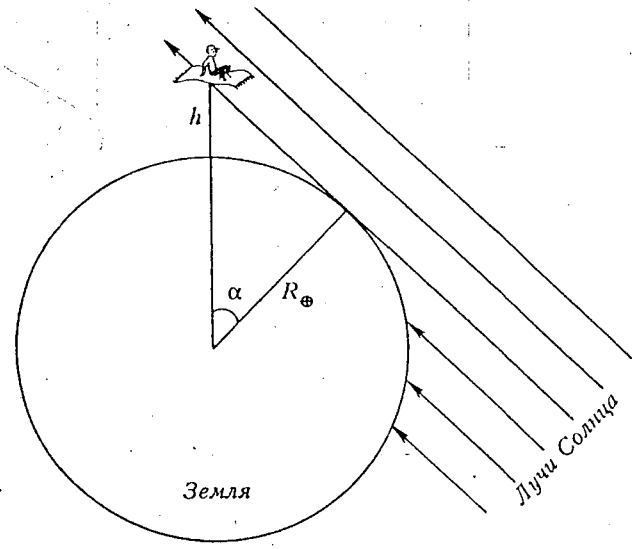
РЕШЕНИЯ

* * * ⊙ * * *

13.1. В принципе, наручные солнечные часы изготовить можно. Но чтобы верно определить по ним время, их необходимо установить горизонтально и сориентировать по сторонам света. Для этого в часах должен быть уровень (или отвес) и магнитный компас. Во времена султанов обходились без компаса, определяя направление "север-юг" по звездам и Солнцу. Но это требовало многодневных наблюдений, после которых часы жестко закрепляли на земле или стене здания и больше не трогали. Когда же в Европе 8 веков назад появился магнитный компас (о котором Хоттабыч знать не мог, ибо провел несколько тысячелетий в сосуде), то стали изготавливать небольшие походные солнечные часы. Их можно увидеть, например, в Эрмитаже. Правда, были они не наручными, а карманными, но умещались иногда в коробочке не больше спичечной.

13.2. Волька пожелал морской бинокль вовсе не потому, что собирался стать моряком. Бинокль нужен был ему для астрономических наблюдений. Морской же бинокль отличается от всех прочих тем, что имеет наибольший диаметр обьектива, что позволяет видеть слабые звезды. К тому же морские бинокли специально сконструированы для ночных наблюдений, поскольку ночь

– наиболее опасный период кораблевождения. Высокая светосила морских биноклей, дающая возможность наблюдать слабосветящиеся туманности, делает их вожделенными для всех любителей астрономии.



Фиг. 13.1.

13.3. Пусть $R_\oplus = 6371$ км – радиус Земли, h – высота полета ковра-самолета, α – угол между направлениями на горизонт с поверхности Земли и с ковра-самолета (фиг. 13.1). Тогда в прямоугольном треугольнике с гипотенузой $c = (R_\oplus + h)$ и катетом $R_\oplus$ второй катет равен

$$b = \sqrt{(R_\oplus + h)^2 - R_\oplus^2} = \sqrt{2R_\oplus h + h^2}\,.$$

Если $h \ll R_\oplus$, то угол α мал и, выраженный в радианах, составляет

$$\alpha \simeq \sin\alpha = \frac{b}{c} \simeq \sqrt{\frac{2h}{R_\oplus}}\,.$$

Если теперь подставить численное значение $R_\oplus$ и выразить α в градусах (1 радиан = 57,3...), то получим очень простую и удобную формулу:

$$\alpha \simeq 1^\circ \sqrt{h(\text{км})} ,$$

где h(км) – это h, выраженная в километрах. Поскольку 600-700 локтей составляют 300-350 м, то линия горизонта для путешественников оказалась на $0,6^\circ$ ниже, чем для наземного наблюдателя. А видимый диаметр Солнца составляет $0,5^\circ$. Значит оно могло быть видимым на высоте ковра-самолета, если только что зашло на земле. Хоттабыч правильно расчитал высоту полета.

13.4. Воспользовавшись формулой для α из задачи **13.3**, определим разницу в положении горизонта у наблюдателей, находящихся на высотах h_1 и h_2 (выраженных в километрах):

$$\alpha_1 - \alpha_2 = 1^\circ \left(\sqrt{h_1} - \sqrt{h_2}\right) .$$

Если $h_2 = 600 - 700$ локтей, а $h_1 = h_2 + 500$ локтей, то $\alpha_1 - \alpha_2 \simeq 0,2^\circ$. Даже с учетом того, что вертикальный размер солнечного диска у горизонта уменьшен атмосферной рефракцией на $6'$ и составляет $0,4^\circ$, подъема на 500 локтей явно недостаточно, чтобы сделать видимым зашедший за горизонт солнечный диск. В действительности для этого пришлось бы подняться на 1300 локтей. Значит Волька ошибся и не достоин звания "величайшей в мире балды".

Расстояние до горизонта – это длина катета b из задачи **13.3**. Для малых высот:

$$b \simeq \sqrt{2R_\oplus h} = 113 \text{ км } \sqrt{h(\text{км})} .$$

С высоты человеческого роста на ровной поверхности (степь, море) горизонт находится на расстоянии 5 км, а с высоты в 1000 локтей он удаляется до 80 км!

13.5. Очевидно, считая свой шаг длиннее Волькиного (хотя на самом деле они были равны), Омар Юсуф использовал пропорцию

$$\frac{V}{11} = \frac{1200}{1400}$$

и вылетел со скоростью $V = 9,4$ км/с. При этом его удельная (на единицу массы) кинетическая энергия была $V^2/2$. Если движение происходило радиально и прекратилось на расстоянии R_m от центра Земли, то увеличение потенциальной энергии составило

$$\Delta E = GM_\oplus \left(\frac{1}{R_\oplus} - \frac{1}{R_\text{m}}\right) .$$

Тогда из равенства

$$\Delta E = \frac{V^2}{2}$$

получим

$$R_\text{m} = \left(\frac{1}{R_\oplus} - \frac{V^2}{2GM_\oplus}\right)^{-1} = 21,5 \text{ тыс км}$$

т.е. 15 тыс км от поверхности Земли.

Если же джинн вышел на круговую орбиту, то его полная энергия будет состоять не только из потенциальной $(-GM_\oplus/R_\text{c})$, но и из кинетической $V_\text{I}(R_\text{c})^2/2$, где $V_\text{I}(R_\text{c}) = \sqrt{GM_\oplus/R_\text{c}}$ – круговая скорость на орбите радиуса R_c. Тогда

$$\frac{V^2}{2} = \frac{V_\text{I}^2}{2} + GM_\oplus \left(\frac{1}{R_\oplus} - \frac{1}{R_\text{c}}\right) ,$$

откуда

$$R_\text{c} = \frac{R_\text{m}}{2} = 11 \text{ тыс км}$$

или 4,4 тыс км от поверхности Земли.

13.6. Сложив по правилу параллелограмма две первых космических скорости (V_I), направленных под прямым углом друг

к другу, получим вторую космическую скорость ($V_{II} = \sqrt{2}\,V_I$), направленную под углом 45° к вертикали. В результате Хоттабыч перешел на параболическую орбиту, которая, если не пересечет поверхность Земли, то уведет его от нашей планеты в космическую даль. Чтобы встреча с Землей состоялась, начальная круговая орбита должна быть достаточно низкой. Найдем ее максимальную высоту.

Пусть $R_\circ$ – радиус начальной орбиты, $M_\oplus$ – масса Земли, G – постоянная тяготения. В результате маневра удельный момент вращения Хоттабыча, равный $L = V_I R_\circ$, не изменился, а энергия (кинетическая + потенциальная) стала $E = V_{II}^2/2 - GM_\oplus/R_\circ = 0$. Тогда в точке перигея параболической орбиты на кратчайшем расстоянии $R_п$ от Земли из закона сохранения энергии получим:

$$\frac{V_п^{\,2}}{2} - \frac{GM_\oplus}{R_п} = 0\ , \qquad (1)$$

а из закона сохранения момента:

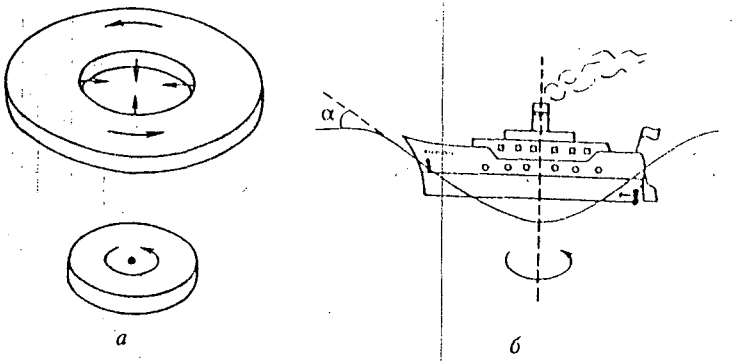
$$V_п R_п = V_I R_\circ\ . \qquad (2)$$

Найдем из уравнения (2) $V_п = V_I R_\circ/R_п$, подставим в уравнение (1) и увидим, что $R_\circ = 2R_п$. Учитывая, что для посадки Хоттабыч должен войти в плотные слои атмосферы, т.е. приблизиться к поверхности Земли не более, чем на 100 км, можно принять критическое значение $R_п = R_\oplus + 100$. Тогда максимальная высота начальной круговой орбиты, с которой Хоттабыч мог таким образом опуститься на Землю, составляет $H_m = R_\circ - R_\oplus = 2R_п - R_\oplus = R_\oplus + 200 = 6571$ км.

Глядя на решение задачи **13.5**, мы видим, что высота орбиты Омара Юсуфа могла быть от 4,4 до 15 тыс км, значит однозначного ответа, вернется ли Хоттабыч при таком маневре на Землю, дать нельзя.

13.7. Когда банка исчезла, вода устремилась со всех сторон к центру того места, где была банка. Имея момент импульса,

связанный с суточным вращением Земли, и уменьшая свое расстояние от локального центра вращения, слои воды увеличивали свою угловую скорость обратно пропорционально расстоянию от центра вращения. В системе отсчета, связанной с вращающейся Землей, этот эффект называют **ускорением Кориолиса** (фиг. 13.2 а).



Фиг. 13.2.

Пусть "Ладога", имея длину L, оказалась захвачена слоями воды, пришедшими с периферии банки (фиг. 13.2 б), диаметр которой был D. Тогда корабль вместе с водой будет вращаться с периодом $P = P_\circ L/D$, где $P_\circ = 24$ час – период суточного вращения Земли. Поверхность воды в воронке примет конусообразную форму с наклоном к горизонту $\alpha \simeq a/g$, где $g = 9{,}8$ м/с^2 – ускорение свободного падения, $a = v^2/r$ – центробежное ускорение. Учитывая, что $v = 2\pi r/P$ и $r = L/2$, найдем

$$\alpha = \frac{2(\pi D)^2}{LgP_\circ^{\,2}}\ .$$

При этом разница уровней воды между концами парохода и его серединой составит

$$h \simeq \frac{\alpha L}{2} = \frac{(\pi D)^2}{g P_\circ^2} .$$

(поскольку угол α невелик и выражен в радианах, мы заменили $\mathrm{tg}\,\alpha$ значением самого угла). Любопытно, что глубина водяной ямы под днищем парохода не зависит от его длины.

Для диаметра банки $D = 10$ км получим $h \simeq 1$ см, что очевидно не опасно для корабля. Да и период вращения корабля длиной 70 м составит 10 мин, что не вызовет серьезных центробежных напряжений. Но при $D = 200$ км уже $h \simeq 5$ м и $P = 30$ сек, что может иметь самые серьезные последствия: днище корабля потеряет опору и провиснет, а центробежная сила станет довольно велика.

В районе экватора движение воды вдоль поверхности Земли не изменяет ее расстояния от центра вращения, поэтому подобных эффектов наблюдаться не будет.

13.8. Все дело в отношении длины волны передаваемого колебания (электромагнитного или звукового – это безразлично) к размеру передающего устройства. Длина волны света в десятки тысяч раз меньше диаметра зеркального рефлектора фонарика, поэтому световые лучи отражаются им по законам геометрической оптики и не "загибаются" за край отражателя. Однако длина волны звуков нашей речи сравнима или даже превышает размер нашего речевого аппарата. Поэтому дифракция звуковых волн не дает нам возможности направить их в одну сторону. Кстати, приставленный ко рту рупор в несколько раз увеличивает размер звукового излучателя и уменьшает тем самым влияние дифракции. Даже Хоттабыч, несмотря на его волшебные способности, не пренебрег этим эффектом: подсказывая Вольке, он "прильнул к стенке и трудолюбиво забормотал, приставив ко рту ладонь трубкой", т.е. сделав из нее маленький рупор.

13.9. Покрытая маслом поверхность не смачивается водой, поскольку вода и масло имеют разные коэффициенты поверхностного натяжения: у воды натяжение больше, поэтому она собирается в капельки и скатывается по маслянистой поверхности вниз.

А какое отношение это имеет к астрономии? Самое прямое. В невесомости эффекты поверхностного натяжения играют большую роль. С ними хорошо знакомы космонавты, которые любят демонстрировать гигантские капли воды, плавающие по космической станции. Но стоит жидкости в невесомости прийти в соприкосновение со смачиваемой поверхностью, как она разбегается по поверхности во все стороны и проникает в самые недоступные места.

Иногда жидкими становятся на время и твердые тела, например, горные породы при ударе в них метеорита. Выброшенные взрывом в атмосферу или в космическое пространство, они быстро остывают, но и этого короткого времени хватает, чтобы силы поверхностного натяжения придали им сфероидальную или каплеобразную форму. Так появились тектиты. Некоторые из них, возможно, преодолели путь Луна - Земля и даже Марс - Земля. А как еще проявляют себя поверхностные силы в космосе? Это наш последний вопрос.

~~~ ★ ~~~
~~~

СПРАВОЧНЫЕ ДАННЫЕ

~~~≪≫~~~

Мы используем следующие обозначения:

$\equiv$ тождественно равно, $\propto$ пропорционально,
$\simeq$ приближенно равно,
$\pi \simeq 3,14$ отношение длины окружности к ее диаметру,
$e \simeq 2,72$ основание натуральных логарифмов,
$\square^\circ$ или "кв.градус" – квадратный градус,
$\square'$ или "кв.мин" – квадратная минута дуги,
$\square''$ или "кв.сек" – квадратная секунда дуги,
1 рад (радиан) $\simeq 57,3^\circ \simeq 3438' \simeq 206265''$; это угол, стянутый дугой окружности, длина которой равна радиусу этой окружности.

ИСЗ – искусственный спутник Земли,
φ – географическая широта места наблюдения,
λ – географическая долгота места наблюдения,
α – прямое восхождение,
δ – склонение.
Запись "R(см)" означает, что значение величины R выражено в сантиметрах.

Возможно, не все читатели знакомы с дробными и отрицательными показателями степени чисел:
запись $a^{1/2}$ означает $\sqrt{a}$, а в общем случае $a^{1/n}$ означает $\sqrt[n]{a}$;

запись a^{-1} означает $\frac{1}{a}$, а в общем случае a^{-n} означает $\frac{1}{a^n}$.

При решении задач иногда используются приближенные равенства:
а) для малых углов ($\alpha \ll 1$ рад)

$$\sin\alpha \simeq \alpha \text{ (рад)},$$

$$\operatorname{tg}\alpha \simeq \alpha \text{ (рад)}.$$

б) из правила "бинома Ньютона" при $\alpha \ll 1$ легко получить:

$$(1+\alpha)^n \simeq 1 + n\alpha\ .$$

Астрономические величины

Парсек 1 пк $= 3,086 \cdot 10^{16}$ м
Расстояние от Солнца до центра Галактики $R_0 \approx 8,5$ кпк
Радиус галактического диска $R_G \approx 20$ кпк
Толщина галактического диска $H_G \approx 1$ кпк
Скорость Солнца вокруг центра Галактики $V_0 \approx 220$ км/с
Тропический год $1^{\text{а}} = 3,16 \cdot 10^7$ секунд
Среднее расстояние до Солнца (астрон.ед.) 1 а.е. = 150 млн км

Физические константы

Скорость света $C = 300$ тыс. км/с
Постоянная тяготения $G = 6,67 \cdot 10^{-11}$ Н м^2/кг^2
Масса протона $m_{\text{p}} = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг
Постоянная Стефана-Больцмана $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт м$^{-2}$ К$^{-4}$
Универсальная газовая постоянная $\Re = 8,3$ Дж/(К моль)

Данные о Земле

Средний радиус $R_\oplus = 6371,032$ км
Экваториальный радиус $R_{\oplus\text{э}} = 6378,160$ км
~~~

Полярный радиус $R_{\oplus п} = 6356,777$ км
Масса $M_\oplus = 5,978 \cdot 10^{24}$ кг
Средняя плотность $\rho_\oplus = 5,52$ г/см^3
Средняя орбитальная скорость 29,765 км/с $\approx$ 100 000 км/ч
Критическая скорость на поверхности 11,2 км/с

Данные о Солнце

Масса $1\ M_\odot = 1,9904 \cdot 10^{30}$ кг
Радиус $R_\odot = 7 \cdot 10^8$ м
Критическая скорость на поверхности 618 км/с
Линейная скорость вращения на экваторе 2,03 км/с
Ускорение силы тяжести на поверхности $g_\odot = 273,8$ м/с^2
Светимость $L_\odot = 3,88 \cdot 10^{33}$ эрг/с $= 3,88 \cdot 10^{26}$ Вт
Видимая звездная величина в зените в фильтре V: $-26,6^m$
Видимая болометрическая звездная величина $-26,9^m$

Данные о Луне

Среднее расстояние Луны от центра Земли 384400 км; вследствие эксцентриситета орбиты оно изменяется от 356 до 407 тыс.км.
Сидерический месяц (звездный период обращения) 27,32 сут.
Синодический (солнечный) месяц 29,53 сут.
Наклонение плоскости орбиты к плоскости эклиптики (среднее) 5°09′, оно колеблется от 4°58′ до 5°20′ примерно за полгода.
Узлы орбиты перемещаются по эклиптике, совершая один оборот за 6793 сут = 18 лет 7 мес, т.е. перемещаясь на 1,5° в месяц.
Перигей орбиты, двигаясь к востоку, совершает оборот за 9 лет.
Ось вращения наклонена к плоскости орбиты (в среднем) на 83°20′
Изменяется в пределах от 83°10′ до 83°31′.
Плоскость эклиптики лежит между плоскостями экватора и орбиты Луны, и все они пересекаются по одной прямой (**закон Кассини**, 1721 г.)
Таким образом, плоскость лунного экватора с плоскостью лунной орбиты составляет угол 6°30′, а с плоскостью эклиптики 1°30′.

Вследствие равномерного вращения Луны вокруг оси и неравномерного движения по эллиптической орбите существует либрация (качание) по долготе с периодом в один аномалистический месяц и величиной ±7°54′.
Вследствие наклона оси вращения к плоскости орбиты существует либрация по широте ±6°50′ с периодом в драконический месяц.
При наблюдении из разных точек Земли возникает параллактическая (суточная) либрация, составляющая около ±1°
Видимая визуальная звездная величина в полнолуние $-12,7^m$
Визуальное альбедо 6%
Сферическое альбедо 7%
Освещенность, создаваемая полной Луной в зените на Земле на поверхности, перпендикулярной к направлению падающих лучей: 0,25 люкса
Радиус 1738 км
Масса $7,34 \cdot 10^{22}$ кг (1/81 массы Земли)
Средняя плотность 3,35 г/см^3
Ускорение силы тяжести 1,63 м/с^2 ($\simeq$ 1/6 земного)
Параболическая скорость на поверхности 2,38 км/с
Средняя орбитальная скорость 1,023 км/с
Температура в подсолнечной точке +130 °C
Температура ночной стороны Луны -160 °C

Время и календарь

Обозначения

1^a – 1 земной тропический год,
1^d – 1 земные солнечные сутки,
1^h – 1 час,
1^m – 1 минута,
1^s – 1 секунда.

Солнечные и звездные сутки: в тропическом году содержится 365,2422 средних солнечный суток и 366,2422 звездных суток. Следовательно,

24^h ср. солн. времени $= 24^h03^m56^s,555$ звездного времени,
24^h звездного времени $= 23^h56^m04^s,091$ ср. солн. времени.
Приближенно можно считать, что звездные сутки короче средних (или, наоборот, средние длиннее звездных) на 4^m, а один звездный час короче среднего (или средний длиннее звездного) на 10^s.

Декретное время

Для более полного использования дневного света в летние месяцы года во многих странах по специальному правительственному указу (**декрету**) переводят стрелки часов, идущих по поясному времени, на 1^h вперед. Это делают либо только на летний период, либо на все время. На **летнее время** ежегодно переходят страны Европы (за исключением Исландии), США, Канада, всего более 50 стран. С 16 июня 1930 г. на территории СССР стрелки часов постоянно переведены на 1^h вперед против поясного времени – это время называют **декретным**. Кроме того, с 1981 г. на территории СССР стало вводиться летнее время, опережающее поясное еще на 1° против декретного. Обычно переход на летнее время происходит в последнее воскресенье марта, а переход на зимнее время – в последнее воскресенье сентября.

Однако с 1982 по 1986 г. решением правительства СССР декретное время было отменено в 30 областях и автономных республиках России, в республиках Прибалтики. В 1990 г. по решению местных властей его отменили на Украине, в Молдове, Грузии и Азербайджане. Весной 1991 г. правительство СССР было вынуждено отменить декретное время на всей территории страны. Отмену совместили с переходом на летнее время. Поэтому в марте 1991 г., переходя на летнее время, стрелки часов не переводили, и мы перешли на всемирное летнее время. Осенью же был прибавлен 1^h и мы перешли на всемирное зимнее (т.е. поясное) время. Однако это принесло значительные экономические потери, и 23 октября 1991 г. Верховный Совет РСФСР принял решение о возврате к старому, "декретному" времени на территории России. Оно было осуществлено 19 января 1992 г.: все часы в России были переведены на 1^h вперед. Это не было сделано лишь в Астраханской, Волгоградской, Самарской, Саратовской, Кировской областях и Удмуртской республике.

Основные фотометрические формулы

1) Основной фотометрический закон или Закон обратных квадратов:

Освещенность поверхности (E), т.е. поток света через единицу площади поверхности, изменяется обратно пропорционально квадрату расстояния (r) от точечного или сферически симметричного источника света:

$$E = \frac{A}{r^2},$$

где A – константа для данного источника света.

2) Определение звездной величины (формула Погсона):

$$\lg \frac{E_1}{E_2} = 0,4(m_2 - m_1)$$

3) Светимость (мощность излучения) Солнца $L_\odot = 4 \cdot 10^{26}$ Вт.
4) Пусть m – видимая звездная величина светила, M – его абсолютная звездная величина (т.е. видимая звездная величина на расстоянии 10 пк), π – параллакс в секундах дуги, r – расстояние в парсеках, A – межзвездное поглощение в звездных величинах, тогда

$$M = m + 5 + 5\lg\pi - A$$

или

$$M = m + 5 - 5\lg r - A.$$

5) Отношение светимостей двух звезд (L_1 и L_2), имеющих абсолютные звездные величины M_1 и M_2:

$$\lg \frac{L_1}{L_2} = 0,4(M_2 - M_1).$$

6) Связь болометрической (полной) светимости звезды L (в единицах $L_\odot$) с ее абсолютной болометрической звездной величиной M:

$$\lg L = 0,4(4,7 - M)$$

или

$$L = 2,512^{(4,7-M)},$$

где $M_\odot = 4,7$ – абсолютная болометрическая величина Солнца.

Формулы практической астрофизики

Дифракционная разрешающая сила обьектива диаметром D:

$$\alpha = \frac{14''}{D(\text{см})}$$

Разрешающая способность человеческого глаза около $100''$.

Проницающая сила телескопа диаметром D:

$$m_{\text{lim}} = 7 + 5 \lg D(\text{см})$$

Формулы космической динамики

Закон всемирного тяготения: две точечные массы M_1 и M_2, разделенные расстоянием r, взаимно притягиваются с силой

$$F = \frac{GM_1M_2}{r^2},$$

где $G = 6,673 \cdot 10^{-11}$ м^3 кг$^{-1}$ с$^{-2}$ – постоянная тяготения.

Первая космическая скорость, с которой спутник движется по круговой орбите радиуса R вокруг планеты массы M:

$$V_{\text{I}} = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

Вторая космическая скорость, имея которую на расстоянии R от планеты, аппарат может удалиться от нее "на бесконечность":

$$V_{\text{II}} = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{2} \times V_{\text{I}}$$

Законы Кеплера

Первый: каждая планета движется по эллипсу, в одном из фокусов которого находится Солнце.

Второй (закон площадей): за равные промежутки времени радиус-вектор планеты заметает равные площади. Для малых интервалов времени Δt и малых углов поворота радиуса-вектора $\Delta\alpha$ можно записать

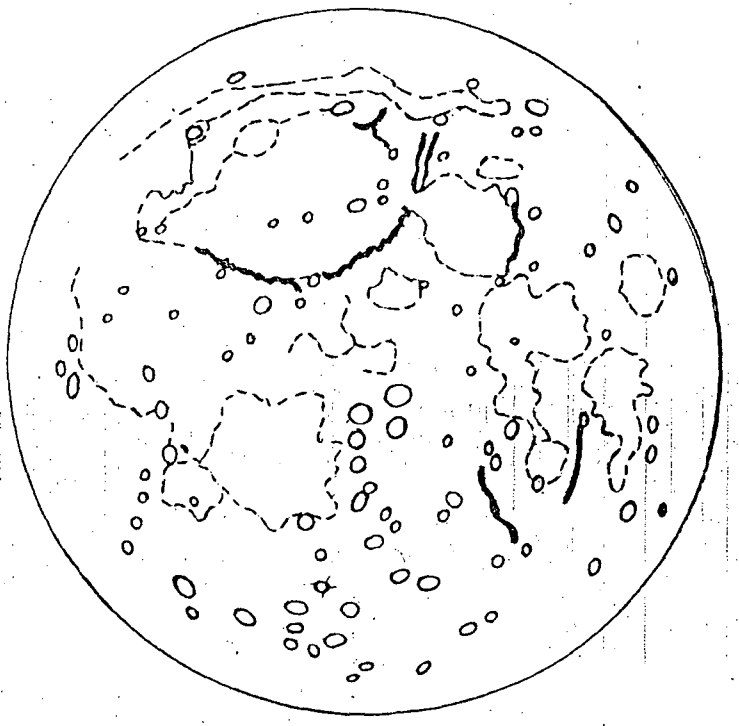
$$R^2 \Delta\alpha \propto \Delta t,$$

где R – мгновенная длина радиуса-вектора.

Третий (гармонический): орбитальный период планеты (P) связан с большой полуосью ее орбиты (a) и массай звезды (M):

$$P = 2\pi \sqrt{\frac{a^3}{GM}}.$$

НЕМАЯ КАРТА ЛУНЫ



В зависимости от уровня подготовки участников соревнования эта карта может быть более или менее детальной. Задание тоже может различаться по сложности: наиболее просто – назвать указанные детали рельефа (моря, кратеры, горы). Сложнее – дорисовать "забытые" детали. Дополнительную проблему можно создать, сместив нулевой меридиан с центральной линии карты и захватив тем самым часть невидимой стороны Луны. То же самое можно проделать и с экватором.

СОЗВЕЗДИЯ

Андромеда	Киль	Рыбы
Близнецы	Кит	Рысь
Большая Медведица	Козерог	Северная Корона
Большой Пес	Компас	Секстант
Весы	Корма	Сетка
Водолей	Лебедь	Скорпион
Возничий	Лев	Скульптор
Волк	Летучая Рыба	Столовая Гора
Волопас	Лира	Стрела
Волосы Вероники	Лисичка	Стрелец
Ворон	Малая Медведица	Телескоп
Геркулес	Малый Конь	Телец
Гидра	Малый Лев	Треугольник
Голубь	Малый Пес	Тукан
Гончие Псы	Микроскоп	Феникс
Дева	Муха	Хамелеон
Дельфин	Насос	Цефей
Дракон	Наугольник	Циркуль
Единорог	Овен	Часы
Жертвенник	Октант	Чаша
Живописец	Орел	Щит
Жираф	Орион	Эридан
Журавль	Павлин	Южная Гидра
Заяц	Паруса	Южный Крест
Змееносец	Пегас	Южная Рыба
Змея	Персей	Южная Корона
Золотая Рыба	Печь	Южный Треугольник
Индеец	Райская Птица	Ящерица
Кассиопея	Рак	
Кентавр (Центавр)	Резец	

Орбиты и движение планет

	a а.е.	$P_{орб}$	e	i	$P_{сут}$	Наклон оси
Меркурий	0,39	88 сут	0,206	7,0°	58,7 сут	0,0°
Венера	0,72	225 сут	0,007	3,4	243,0 сут	177,3
Земля	1,00	1,0 год	0,017	0,0	23,94 ч	23,5
Марс	1,52	1,88	0,093	1,9	24,63 ч	25,2
Юпитер	5,20	11,86	0,048	1,3	9,84 ч	3,1
Сатурн	9,54	29,46	0,056	2,5	10,23 ч	26,7
Уран	19,19	84,01	0,046	0,8	17,24 ч	97,9
Нептун	30,06	164,79	0,010	1,8	18,2 ч	29,6
Плутон	39,53	247,7	0,248	17,1	6,4 сут	120

Основные параметры планет

	Радиус $R_\oplus$	Масса $M_\oplus$	Плотность г/см^3	Макс. блеск	Макс. угл.диам.
Меркурий	0,38	0,055	5,4	$-1{,}9^m$	11″
Венера	0,95	0,81	5,3	-4,4	61
Земля	1,00	1,00	5,5	–	–
Марс	0,53	0,11	3,9	-2,0	18
Юпитер	11,2	318	1,3	-2,7	47
Сатурн	9,5	95	0,7	+0,7	20
Уран	4,0	15	1,2	+5,5	3,6
Нептун	3,8	17	1,7	+7,8	2,1
Плутон	0,18	0,003	2,0	+15,1	0,1

Условия на поверхности
или на уровне облачного слоя
(у планет-гигантов)

	Температура °C	Давление атм.	Сила тяжести g	Скорость отрыва км/с
Меркурий	-170/+430	0	0,38	4,3
Венера	462 ± 5	90	0,89	10,4
Земля	15 ± 20	1,0	1,00	11,2
Марс	-120/+20	0,01	0,38	5,0
Юпитер	-150	1:	2,54	59,5
Сатурн	-180	1:	1,07	35,5
Уран	-215	1:	0,8	21,3
Нептун	-217	1:	1,2	23,7
Плутон	-223	0	0,01	1,3

СПУТНИКИ ПЛАНЕТ

	Блеск зв.вел	Радиус орбиты тыс.км	Период орбит. сут.	Радиус км	Масса 10^{20} кг
ЗЕМЛЯ					
Луна	-12,7	384,4	27,3	1738	735
МАРС					
Фобос	11,3	9,4	0,32	14 × 10	11 × 10
Деймос	12,4	23,5	1,26	8 × 6	18 × 10
ЮПИТЕР					
Метис	17,5	128	0,30	(20)	–
Адрастея	18,7	129	0,30	12 × 8	–
Амальтея	14,1	181	0,50	135 × 75	–
Теба	16,0	222	0,68	(50)	–
Ио	5,0	422	1,77	1815	894
Европа	5,3	671	3,55	1569	480
Ганимед	4,6	1070	7,16	2631	1482
Каллисто	5,6	1883	16,7	2400	1077
Леда	20,2	11094	238,7	(8)	–
Гималия	15,0	11480	250,6	(90)	–
Лиситея	18,2	11720	259,2	(20)	–
Элара	16,6	11737	259,7	(40)	–
Ананке	18,9	21200	-631	(15)	–
Карме	17,9	22600	-692	(22)	–
Пасифе	16,9	23500	-735	(35)	–
Синопе	18,0	23700	-758	(20)	–

	Блеск зв.вел	Радиус орбиты тыс.км	Период орбит. сут.	Радиус км	Масса 10^{20} кг
САТУРН					
Атлас	18,0	138	0,60	20 × 15	–
Прометей	15,8	139	0,61	70 × 40	–
Пандора	16,5	142	0,63	55 × 35	–
Эпиметий	15,7	151	0,70	70 × 50	–
Янус	14,5	151	0,70	110 × 80	–
Мимас	12,9	186	0,94	195	0,38
Энцелад	11,7	238	1,37	250	0,84
Тефия	10,2	295	1,89	525	7,55
Телесто	18,7	295	1,89	(12)	–
Калипсо	19,0	295	1,89	15 × 10	–
Диона	10,4	377	2,74	560	10,5
Елена	18,4	377	2,74	18 × 15	–
Рея	9,7	527	4,52	765	24,9
Титан	8,3	1222	16,0	2575	1350
Гиперион	14,2	1481	21,3	175 × 100	–
Япет	10 ÷ 12	3561	79,3	720	18,8
Феба	16,5	12952	-551	110	–
УРАН					
Корделия	24	49,8	0,34	(15)	–
Офелия	24	53,8	0,38	(15)	–
Бианка	23	59,2	0,44	(20)	–
Кressида	22	61,8	0,46	(35)	–
Дездемона	22	62,7	0,47	(30)	–
Джульетта	22	64,4	0,49	(40)	–
Порция	21	66,1	0,51	(55)	–

	Блеск зв.вел	Радиус орбиты тыс.км	Период орбит. сут.	Радиус км	Масса 10^{20} кг
УРАН					
Розалинда	22	69,9	0,56	(30)	–
Белинда	22	75,3	0,62	(35)	–
Пэк	20	86,0	0,76	75	–
Миранда	16,5	129,8	1,41	235	0,7
Ариэль	14,4	191,2	2,52	580	12,6
Умбриэль	15,3	265,0	4,14	585	13,3
Титания	14,0	435,8	8,71	790	34,8
Оберон	14,2	582,6	13,46	760	30,3
НЕПТУН					
Наяда	25	48,0	0,30	(25)	–
Таласса	24	50,0	0,31	(40)	–
Деспина	23	52,5	0,33	(90)	–
Галатея	23	62,0	0,43	(75)	–
Ларисса	21	73,6	0,55	(95)	–
Протей	20	117,6	1,12	(200)	–
Тритон	13,6	-354,8	5,88	1350	214
Нереида	18,7	5562,4	360,2	(170)	–
ПЛУТОН					
Харон	16,8	19,64	6,387	595	18

ЛР № 063833 от 28.12.94.
Подписано в печать 05.04.95. Формат 60×90/16.
Бум. типогр. Гарнитура Таймс. Усл. печ. л. 20.
Тираж 10 000 экз. Зак. 296.

Подготовлено к печати ТОО «Экономика и информатика».
Москва, ул. 1-я Мясниковская, 16.

Отпечатано в АООТ «Ярославский полиграфкомбинат».
150049, г. Ярославль, ул. Свободы, 97.

Astronomical Olympic Games

Collection of astronomical problems
with solutions and explanations

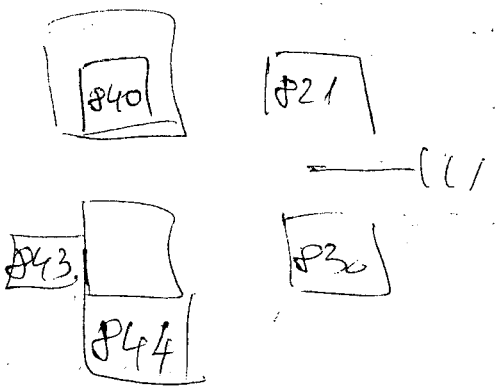
by V.G.Surdin

Beginning from 1947, every winter competitions for young amateur astronomers are carried out in Moscow. They call it Moscow Astronomical Olympic Games. Professional astronomers - professors of Moscow University and researchers of Sternberg Astronomical Institute - are heads of these competitions. The age of participants is from 11 to 18. The aim of these competitions is to stimulate of intellectual curiosity and identify of clever children orientated toward natural sciences.

We have collected 450 best problems of Moscow Astronomical Olympic Games with comprehensive solutions and explanations. Practical astronomy, astrodynamics, astrophysics, planetology and astronautics are the general subjects of the problems. These problems are of very different difficulty level: from simple questions for young amateurs to real problems for professionals. The book may be interesting for college and university teachers, for amateur and professional astronomers.

We are ready to collaborate with enthusiasts of the astronomical competitions all over the world. We are interested in the information on the international astronomical competitions.

Dr. Vladimir Surdin
Sternberg Astronomical Institute,
13, Universitetskij Prospect, Moscow, 119899, Russia.
phone: (7-095)-939-1616; e-mail: surdin@sai.msk.su


$40
$21
$43
$30
$44