М. М. Дагаев

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО АСТРОНОМИИ

Допущено Министерством
просвещения СССР в качестве
учебного пособия
для студентов физико-
математических факультетов
педагогических институтов

МОСКВА
«ПРОСВЕЩЕНИЕ» 1980

ББК 22.6
Д14

Михаил Михайлович Дагаев

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО АСТРОНОМИИ

Редактор *Л. Л. Великко.* Художник *Ю. В. Самсонов.* Художественный редактор *В. М. Прокофьев.* Технический редактор *М. И. Смирнова.* Корректоры *Р. Б. Штутиани О. С. Захарова.*

ИБ № 4448

Сдано в набор 09.06.79 г. Подписано к печати 12.12.80 г. А14208. 84×108¹/₃₂. Бум. тип. № 2. Литерат. гарн. Печать высокая. Усл. п. л. 6,72. Уч.-изд. л. 6,39. Тираж 26000 экз. Заказ 7621. Цена 20 к.

Ордена Трудового Красного Знамени издательство «Просвещение» Государственного комитета РСФСР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. Москва, 3-й проезд Марьиной рощи, 41.

Отпечатано с матриц Рыбинской типографии № 2 в областной типографии управления издательств, полиграфии и книжной торговли Ивановского облисполкома. 153628, г. Иваново, ул. Типографская, 6

Дагаев М. М.

Д14 Сборник задач по астрономии: Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов. — М : Просвещение, 1980. — 128 с., ил.

В пособии содержатся задачи по всем разделам программы курса астрономии для педагогических институтов. К задачам даны ответы и примеры решения.

Д $\frac{60602-543}{103(03)-80}$ 42—80 4309021200 ББК 22.6
52

© Издательство «Просвещение», 1980 г.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Решение задач помогает усвоению курса общей астрономии, так как показывает конкретное применение теоретических основ науки.

В каждом разделе задачи расположены в порядке возрастающей трудности, от простых до сравнительно сложных. Задачам предшествуют краткие теоретические сведения с разбором характерных задач. Объем этих пояснений неодинаков и зависит от полноты освещения тех же разделов в учебниках.

Задачи составлены по научным данным с таким расчетом, чтобы были представлены все основные разделы курса общей астрономии, изучаемого в педагогических институтах. Во многих задачах предлагается найти решения, связанные не с одним, а с несколькими объектами или с одним явлением, наблюдаемым в различных местах земной поверхности. Это сделано для того, чтобы по результатам решения можно было сделать обобщающие выводы, но решение разных вариантов может быть выполнено различными студентами. Преподаватель может также показать решение одного варианта задачи, а оставшиеся предложить студентам для самостоятельного решения.

Следует иметь в виду, что тесная взаимосвязь почти всех разделов астрономии далеко не всегда позволяет точно распределить задачи по разделам, и некоторые перестановки неминуемы.

При решении задач по сферической астрономии, на конфигурации планет и запуски искусственных небесных тел полезно делать чертежи, во многом облегчающие решение, а результаты сводить в таблицы, анализ которых помогает обнаруживать закономерности, формулировать необходимые выводы и устанавливать реальность результатов.

В отличие от процесса научных исследований, высокая точность вычислений при решении учебных задач не является определяющей. Поэтому решение задач возможно с различной точностью, и в зависимости от нее результаты могут несколько отличаться от ответов к задачам. Преподаватель вправе округлять в разумных пределах приводимые в задачах точные данные и обучать этому студентов.

В учебном процессе наиболее реальна и достаточна точность вычислений до трех значащих цифр и поэтому полезно использовать логарифмическую линейку и таблицы Барлоу, а также таблицы логарифмов, хотя зачастую можно воспользоваться шкалой мантисс логарифмической линейки. Таблицы для перевода единиц времени в градусные единицы (табл. 1), градусных единиц в единицы времени (табл. 2) и интервалов времени с точностью до 1 с (табл. 3) помещены в конце задачника. Ответы к задачам даны перед таблицами.

Автор благодарит доктора физико-математических наук И. А. Климишина и кандидата физико-математических наук О. К. Ухову за ценные указания, высказанные при рецензировании задачника.

Автор с благодарностью воспримет все критические замечания по предлагаемому пособию, направленные к его совершенствованию.

I. ОСНОВЫ СФЕРИЧЕСКОЙ И ПРАКТИЧЕСКОЙ АСТРОНОМИИ

§ 1. КУЛЬМИНАЦИЯ СВЕТИЛ. ВИД ЗВЕЗДНОГО НЕБА НА РАЗЛИЧНЫХ ГЕОГРАФИЧЕСКИХ ПАРАЛЛЕЛЯХ

В каждом месте земной поверхности высота h_p полюса мира всегда равна географической широте φ этого места, т. е.

$$h_p = \varphi, \tag{1}$$

а плоскость небесного экватора и плоскости небесных параллелей наклонены к плоскости истинного горизонта под углом

$$l = 90^\circ - \varphi. \tag{2}$$

Высота h и зенитное расстояние z любой точки небесной сферы, в том числе и любого светила, связаны между собою зависимостью

$$h + z = 90^\circ. \tag{3}$$

В момент верхней кульминации (рис. 1) светило со склонением $\delta < \varphi$ (светила M_1, M_2 и M_3) пересекает небесный меридиан к югу от зенита Z (над или под точкой юга S) и его зенитное расстояние

$$z_в = \varphi - \delta, \tag{4}$$

высота

$$h_в = (90^\circ - \varphi) + \delta, \tag{5}$$

азимут $A_в = 0^\circ$ и часовой угол $t_в = 0^\circ = 0^h$.

При $\delta > \varphi$ светило (M_4) в верхней кульминации пересекает небесный меридиан к северу от зенита (над точ-

кой севера N), между зенитом Z и северным полюсом мира P, и тогда зенитное расстояние светила

$$z_в = \delta - \varphi, \tag{6}$$

высота

$$h_в = (90° - \delta) + \varphi, \tag{7}$$

азимут $A_в = 180°$, а часовой угол $t_в = 0° = 0^ч$.

В момент нижней кульминации (рис. 2) светило пересекает небесный меридиан под северным полюсом мира: незаходящее светило (M_1) — над точкой севера N, заходящее светило (M_2 и M_3) и невосходящее светило (M_4) — под точкой севера. В нижней кульминации высота светила

$$h_н = \delta - (90° - \varphi), \tag{8}$$

его зенитное расстояние

$$z_н = 180° - \delta - \varphi, \tag{9}$$

азимут $A_н = 180°$ и часовой угол $t_н = 180° = 12^ч$.

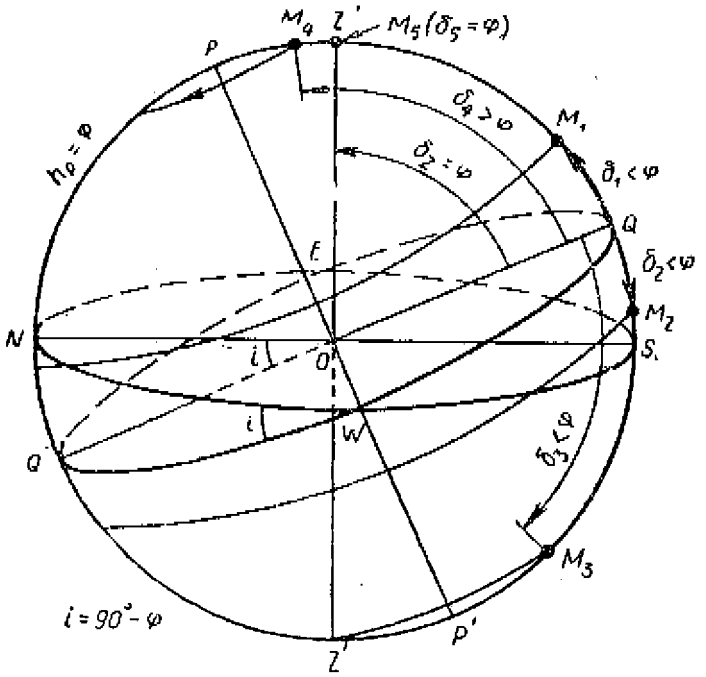

Рис. 1. Верхняя кульминация светила

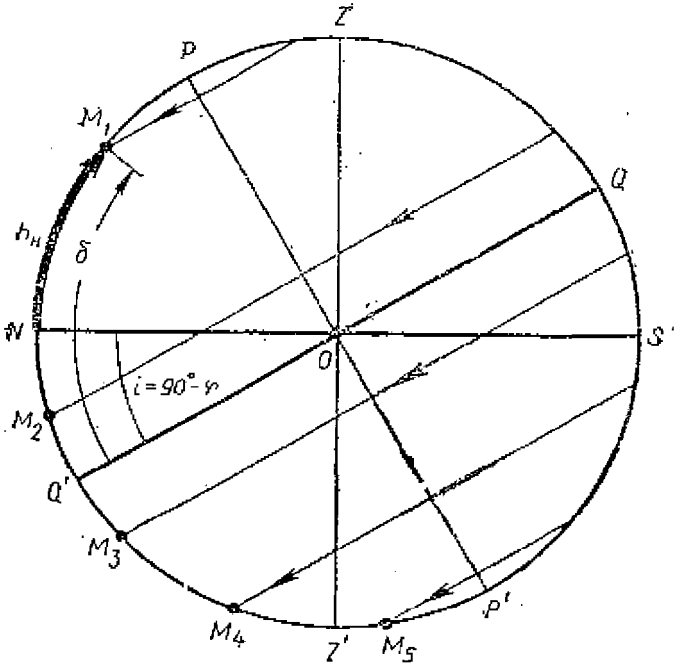

Рис. 2. Нижняя кульминация светила

В зависимости от φ, светила с $\delta<0°$ могут в нижней кульминации проходить под точкой юга S (светило M_5) и тогда $A_н=0°$, а часовой угол $t_н=180°=12^h$. В этом случае при решении задач получится $z_н>180°$ или $h_н<-90°$, чего быть не может, и, следовательно, реальное зенитное расстояние $z=360°-z_н$, а высота $h=-(180°+h_н)$, но всегда $h=90°-z$. Направление кульминации относительно зенита отмечается буквами: S (или ю) — кульминация к югу и N (или с) — кульминация к северу от зенита. Из формулы (8) следует, что при

$$\delta \geqslant +(90°-\varphi) \qquad (10)$$

высота $h_н \geqslant 0°$, т. е. светило никогда не заходит под горизонт (незаходящее светило), а, согласно формуле (5), у невосходящего светила $h_н \leqslant 0°$ и склонение

$$\delta \leqslant -(90°-\varphi). \qquad (11)$$

Примеры

1. Определить зенитное расстояние, высоту, азимут и часовой угол звезды Капеллы (α Возничего) в верхней и нижней кульминации на северном тропике ($\varphi=+23°27'$), на географической широте $\varphi=+45°58'$ и на северном полярном круге ($\varphi=+66°33'$). Склонение Капеллы $\delta=+45°58'$.

Данные: Капелла (α Возничего), $\delta=+45°58'$; северный тропик, $\varphi=+23°27'$; место с $\varphi=+45°58'$; северный полярный круг, $\varphi=+66°33'$.

Решение. Склонение Капеллы $\delta=+45°58'>\varphi$ северного тропика, и поэтому следует воспользоваться формулами (6) и (3):

$$z_в=\delta-\varphi=+45°58'-23°27'=22°31'N,$$

$$h_н=90°-z_в=90°-22°31'=+67°29'N;$$

следовательно, азимут $A_в=180°$, а часовой угол $t_в=0°=0^ч$.

На географической широте $\varphi=+45°58'=\delta$ зенитное расстояние Капеллы $z_в=\delta-\varphi=0°$, т. е. в верхней кульминации она находится в зените, и ее высота $h_в=+90°$, часовой угол $t_в=0°=0^ч$, а азимут $A_в$ неопределенный.

Те же величины для северного полярного круга вычисляются по формулам (4) и (3), так как склонение звезды $\delta<\varphi=+66°33'$:

$$z_в=\varphi-\delta=+66°33'-45°58'=20°35'S,$$

$$h_в=90°-z_в=+90°-20°35'=+69°25'S,$$

а поэтому $A_в=0°$ и $t_в=0°=0^ч$.

Вычисления высоты $h_н$ и зенитного расстояния $z_н$ Капеллы в нижней кульминации проводятся по формулам (8) и (3): на северном тропике ($\varphi=+23°27'$)

$$h_н=\delta-(90°-\varphi)=+45°58'-(90°-23°27')=-20°35'N,$$

т. е. в нижней кульминации Капелла заходит за горизонт, и ее зенитное расстояние

$$z_н=90°-h_н=90°-(-20°35')=110°35'N,$$

азимут $A_н=180°$ и часовой угол $t_н=180°=12^ч$.

На географической широте $\varphi=+45°58'$ у звезды

$$h_н=\delta-(90°-\varphi)=+45°58'-(90°-45°58')=+1°56'N,$$

т. е. она уже незаходящая, и ее

$$z_н = 90° - h_н = 90° - 1°56' = 88°04'N,$$

$$A_п = 180° \text{ и } t_н = 180° = 12^h.$$

На северном полярном круге ($\varphi = +66°33'$)

$$h_в = \delta - (90° - \varphi) = +45°58' - (90° - 66°33') = +22°31'N,$$

$$\text{и } z_н = 90° - h_в = 90° - 22°31' = 67°29'N,$$

т. е. звезда тоже не заходит за горизонт.

2. На каких географических параллелях звезда Капелла ($\delta = +45°58'$) не заходит за горизонт, никогда не видна и в нижней кульминации проходит в надире?

Данные: Капелла, $\delta = +45°58'$.

Решение. По условию (10)

$\varphi \geqslant +(90° - \delta) = +(90° - 45°58')$, откуда $\varphi \geqslant +44°02'$, т. е. на географической параллели, с $\varphi = +44°02'$ и севернее ее, вплоть до северного полюса Земли ($\varphi = +90°$), Капелла является незаходящей звездой.

Из условия симметрии небесной сферы находим, что в южном полушарии Земли Капелла не восходит в местностях с географической широтой от $\varphi = -44°02'$ до южного географического полюса ($\varphi = -90°$).

Согласно формуле (9), нижняя кульминация Капеллы в надире, т. е. при $z_н = 180° = 180° - \varphi - \delta$, происходит в южном полушарии Земли, на географической параллели с широтой $\varphi = -\delta = -45°58'$.

1. Определить высоту полюса мира и наклонение небесного экватора к истинному горизонту на земном экваторе, на северном тропике ($\varphi = +23°27'$), на северном полярном круге ($\varphi = +66°33'$) и на северном географическом полюсе.

2. Склонение звезды Мицара (ζ Большой Медведицы) равно $+55°11'$. На каком зенитном расстоянии и на какой высоте она бывает в верхней кульминации в Пулкове ($\varphi = +59°46'$) и Душанбе ($\varphi = +38°33'$)?

3. На каком наименьшем зенитном расстоянии и наибольшей высоте бывают в Евпатории ($\varphi = +45°12'$) и Мурманске ($\varphi = +68°59'$) звезды Алиот (ε Большой Медведицы) и Антарес (α Скорпиона), склонение которых соответственно равно $+56°14'$ и $-26°19'$? Указать азимут и часовой угол каждой звезды в эти моменты.

4. В некотором месте наблюдения звезда со склонением $+32°19'$ поднимается над точкой юга на высоту в

63°42′. Найти зенитное расстояние и высоту этой звезды в том же месте при азимуте, равном 180°.

5. Решить предыдущую задачу для той же звезды при условии ее наименьшего зенитного расстояния 63°42′ к северу от зенита.

6. Какое склонение должны иметь звезды, чтобы в верхней кульминации проходить в зените, а в нижней кульминации — в надире, точке севера и точке юга места наблюдения? Чему равна географическая широта этих мест?

7. Вычислить зенитное расстояние, высоту, азимут и часовой угол в верхней и нижней кульминации звезды β Лебедя (имеющей склонение +27°51′) на земном экваторе, на северном и южном тропике ($\varphi = \pm 23°27'$), на географической широте ($\varphi = \pm 27°51'$), на северном и южном полярных кругах ($\varphi = \pm 66°33'$) и географических полюсах. По найденным значениям высоты в верхней и нижней кульминации построить график ее зависимости от географической широты, проанализировать закономерность изменения высоты и указать, на какой географической широте понятие кульминаций отсутствует.

8. Чему равна разность зенитных расстояний двух звезд при одноименных кульминациях в одном пункте наблюдения?

9. Решить предыдущую задачу для звезд γ Андромеды и α Овна, склонение которых равно +42°05′ и +23°14′. Указать различие азимутов и часовых углов этих звезд в одноименных кульминациях в Днепропетровске ($\varphi = +48°28'$) и в Душанбе ($\varphi = +38°33'$).

10. Найти разность зенитных расстояний звезды при ее разноименных кульминациях в одном пункте наблюдения.

11. Решить предыдущую задачу для звезд, верхняя кульминация которых в Ярославле ($\varphi = +57°38'$) и Ташкенте ($\varphi = +41°18'$) происходит над точкой юга.

12. Вычислить разность наибольшей и наименьшей высоты звезды Альдебарана (α Тельца) в тех местах, где обе ее кульминации бывают к северу от зенита. В пределах каких географических параллелей возможны эти явления? Склонение Альдебарана равно +16°25′.

13. Найти разность зенитных расстояний при одноименных кульминациях одной и той же звезды на различных географических параллелях.

14. Решить предыдущую задачу для звезд Алиота (ε Большой Медведицы) и Спики (α Девы) по наблюдениям в Пулкове ($\varphi = +59°46'$) и в Ашхабаде ($\varphi = +37°45'$). Склонение этих звезд равно соответственно $+56°14'$ и $-10°54'$.

15. У звезды α Большой Медведицы, склонение $+62°01'$, а у звезды α Южной Рыбы — $29°54'$. Чему равны высота полюса мира и наклонение небесного экватора к истинному горизонту на тех географических параллелях, где эти звезды проходят в зените, кульминируют в точке юга и точке севера? Рассмотреть обе кульминации и сделать обобщающий вывод.

16. В Москве ($\varphi = +55°45'$) звезда η Большой Медведицы в нижней кульминации находится на высоте $+15°19'$. Круглосуточно ли пребывает она над горизонтом Горького ($\varphi = +56°20'$) и Ашхабада ($\varphi = +37°45'$)?

17. Склонение звезды Денеба (α Лебедя) равно $+45°06'$. Найти условия ее видимости в Кирове ($\varphi = +58°36'$) и Ла-Плате ($\varphi = -34°54'$).

18. Звезды с каким склонением проходят в зените и надире Петрозаводска ($\varphi = +61°47'$), Тбилиси ($\varphi = +41°42'$) и Канберры ($\varphi = -35°20'$) и каковы условия их видимости в этих городах?

19. На каких географических параллелях звезды Вега (α Лиры) и β Скорпиона становятся незаходящими? Склонение этих звезд соответственно равно $+38°44'$ и $-19°40'$.

20. С каких географических параллелей северного земного полушария становятся видимы звезды Толиман (α Центавра) и Канопус (α Киля), склонение которых соответственно равно $-60°38'$ и $-52°40'$? Какие из этих звезд видны на территории СССР в Кушке ($\varphi = +35°15'$)?

21. С каких географических параллелей звезды Алголь (β Персея, $\delta = +40°46'$) и Антарес (α Скорпиона, $\delta = -26°19'$) становятся невосходящими?

22. Вычислить пояса географической широты, в которых основные звезды Большой Медведицы и Южного Креста не восходят над горизонтом, полностью восходят и заходят, а также совсем не заходят. Склонение этих звезд Большой Медведицы находится в пределах от $+62°01'$ (α) до $+49°26'$ (η), а Южного Креста — от $-62°49'$ (α) до $-56°50'$ (γ).

§ 2. ВИДИМОЕ ГОДОВОЕ ДВИЖЕНИЕ СОЛНЦА, СМЕНА СЕЗОНОВ ГОДА И АСТРОНОМИЧЕСКИЕ ПРИЗНАКИ ТЕПЛОВЫХ ПОЯСОВ

В нашу эпоху эклиптика наклонена к небесному экватору под углом $\varepsilon = 23°27'$ и поэтому склонение Солнца на протяжении года меняется в пределах $\pm 23°27'$. Наклон земной оси определяется углом между нею и перпендикуляром к плоскости земной орбиты (к оси эклиптики).

Если через E_0 обозначить количество тепла, получаемого единицей площади земной поверхности от Солнца, находящегося в зените, то при зенитном расстоянии Солнца z та же единица площади получает количество тепла

$$E = E_0 \cos z, \qquad (12)$$

что позволяет сравнивать E_1 и E_2 при зенитных расстояниях Солнца z_1 и z_2.

Гражданские сумерки длятся до погружения Солнца под горизонт на 7° ($h = -7°$ и $z = 97°$). Если же даже в нижней кульминации высота Солнца $h_н \geqslant -7°$ ($z_н \leqslant 97°$), то гражданские сумерки длятся до восхода Солнца и называются белыми ночами.

Подставляя в формулу (8) $h_н = -7°$, легко найти географическую широту мест, в которых наступают белые ночи при различных значениях склонения Солнца. Та же формула, при подстановке в нее $h_н = -18°$ дает границу темных ночей, при которых заревое освещение полностью исчезает. При $h_н = -0°,9$ верхний край солнечного диска обычно касается горизонта, и тем самым определяется начало и окончание полярного дня. Начало и окончание полярной ночи обусловлено полуденной высотой Солнца: $h_в = -0°,9$ (или $z_в = 90°,9$) *.

Длительность периода белых ночей, полярного дня и полярной ночи находится по календарным датам, в которые склонение Солнца имеет вычисленное или заданное значение, а сами даты устанавливаются по астрономическим календарям-ежегодникам, в том числе и по Школь-

---

* Приведенные значения $h_н$ и $h_в$ учитывают величину радиуса солнечного диска ($\approx 0°,3$) и среднюю рефракцию в горизонте ($\approx 0°,6$), что дает $0°,9$.

ному астрономическому календарю. При решении таких задач достаточно принимать значения географической широты и склонения Солнца с точностью до 0°,1.

Примеры

1. На какой географической широте Солнце кульминирует в день летнего солнцестояния на высоте $+72°50'$ над точкой севера? Чему равна полуденная и полуночная высота Солнца на той же широте в дни равноденствий и зимнего солнцестояния?

Данные: день летнего солнцестояния; $h_в = +72°50'\,N$; $\delta = +23°27'$.

Решение. В день летнего солнцестояния полуденное зенитное расстояние Солнца $z_в = 90° - h_в = 90° - 72°50'\,N = 17°10'\,N$, и так как кульминация происходит к северу от зенита, то $\delta > \varphi$, и, согласно формуле (6), $\varphi = \delta - z_в = +23°27' - 17°10' = +6°17'$.

В дни равноденствий $\delta = 0°$, и, по формулам (5) и (8),

$$h_п = 90° - \varphi = 90° - 6°17' = +83°43'S$$

и

$$h_н = -(90° - \varphi) = -(90° - 6°17') = -83°43'N.$$

В день зимнего солнцестояния $\delta = -23°27'$, т. е. $\delta < \varphi$, и поэтому, по тем же формулам,

$$h_в = 90° - \varphi + \delta = 90° - 6°17' - 23°27' = +60°16'S$$

и

$$h_н = \delta - (90° - \varphi) = -23°27' - (90° - 6°17') = -107°10'N.$$

Высота в нижней кульминации получилась меньше $-90°$, что невозможно. Это означает, что нижняя кульминация Солнца происходит под точкой юга S. Поэтому действительная высота $h_н = -(180° - 107°10') = -72°50'\,S$.

2. Найти длительность периода белых ночей и продолжительность полярного дня и полярной ночи в Амдерме, географическая широта которой $\varphi = +69°41'$.

Данные: $\varphi = +69°41' = +69°,7$.

Решение. Подставляя в формулу (8) $h_н = -7°$ и $\varphi = +69°,7$, вычисляем склонение Солнца δ, при котором наступают белые ночи:

$$\delta = h_н + (90° - \varphi) = -7° + (90° - 69°,7) = +13°,3.$$

Та же формула при $h_н = -0°,9$ дает для незаходящего Солнца $\delta = +19°,4$, а формула (4) — для невосходящего Солнца

$$\delta = \varphi - z_в = 69°,7 - 90°,9 = -21°,2.$$

По астрономическому календарю-ежегоднику устанавливаем, что Солнце имеет склонение $\delta = +13°,3$ 26 апреля и 18 августа, $\delta = +19°,4$ — 18 мая и 27 июля, а $\delta = -21°,2$ — 28 ноября и 15 января.

Следовательно, в Амдерме с 26 апреля до 18 мая и с 27 июля до 18 августа длятся белые ночи, с 18 мая до 27 июля продолжается полярный день, а с 28 ноября до 15 января — полярная ночь.

23. Вычислить наклонение эклиптики и определить экваториальные координаты ее основных точек по измеренным в дни солнцестояний полуденным зенитным расстояниям Солнца 29°48′ и 76°42′ к югу от зенита.

24. Около 3 тыс. лет назад в день летнего солнцестояния полуденное зенитное расстояние Солнца в одном из мест земной поверхности было 26°15′ю, а в день зимнего солнцестояния полуденная высота Солнца в том же месте равнялась +16°03′ю. Вычислить наклонение эклиптики к небесному экватору в ту эпоху.

25. По результатам предыдущих задач вычислить годичное изменение наклонения эклиптики и сделать вывод о причине этого изменения.

26. Вычислить для дней равноденствий и солнцестояний полуденную и полуночную высоту и зенитное расстояние Солнца в Петрозаводске ($\varphi = +61°47'$), Москве ($\varphi = +55°45'$) и Ашхабаде ($\varphi = +37°45'$).

27. По результатам предыдущей задачи обнаружить закономерность в вычисленных величинах и указать, в каких из трех городов бывают вблизи летнего солнцестояния белые, светлые и темные ночи.

28. Определить отношение количества тепла, получаемого от Солнца в полдень дней равноденствий и солнцестояний городами, указанными в задаче 26. Сравнение провести для каждого города в отдельности (по датам) и по городам в каждую дату.

29. Найти полуденную и полуночную высоту Солнца в дни равноденствий и солнцестояний на земном экваторе, на тропиках, на полярных кругах и географических полюсах.

30. Определить отношение количества тепла, получаемого в полдень дней равноденствий и солнцестояний местами земной поверхности, указанными в предыдущей задаче. Сравнение провести для каждого места (в различные даты) и по местностям (в каждую дату).

31. На каких географических параллелях Солнце не восходит, проходит в зените и не заходит в дни, когда его склонение равно $+21°19'$ и $-16°43'$?

32. В какие дни года Солнце проходит в зените и надире экватора, тропиков и земных параллелей с географической широтой $+7°48'$ и $-18°35'$? (Некоторые даты следует установить по астрономическому календарю-ежегоднику.)

33. На какой географической широте Солнце кульминирует в день летнего солнцестояния на зенитном расстоянии в $10°41'$ к северу от зенита? Чему равна полуденная и полуночная высота Солнца на той же широте в дни равноденствий и солнцестояний?

34. Решить предыдущую задачу при том же полуденном зенитном расстоянии Солнца, но к югу от зенита.

35. Найти планетографическую широту* тропиков и полярных кругов на планетах Марсе, Юпитере и Уране, если наклон оси Марса равен $24°48'$, оси Юпитера $3°07'$, а оси Урана $98°$ (наклон больший $90°$ означает обратное вращение планеты).

36. По результатам предыдущей задачи отметить особенности расположения тропиков и полярных кругов в сравнении с земными и определить пределы изменения склонения Солнца в небе этих планет.

37. Вычислить отношение количества тепла, получаемого от Солнца в полдень дней равноденствий и летнего солнцестояния экватором, северным тропиком и северным полярным кругом Урана и выяснить условия освещения различных зон этой планеты на протяжении периода ее обращения вокруг Солнца, близкого к 84 годам. Наклон оси планеты равен $98°$.

38. При каком склонении Солнца наступают белые ночи в Ленинграде ($\varphi = +59°57'$) и Архангельске ($\varphi = +64°34'$)? Возможны ли в этих городах полярные дни и полярные ночи?

---

* Угловое расстояние от экватора планеты, аналогичное географической широте на Земле.

39. По результатам предыдущей задачи и астрономическому календарю-ежегоднику определить длительность периода белых ночей в тех же городах.

40. Воспользовавшись астрономическим календарем-ежегодником, найти длительность периода белых ночей и продолжительность полярного дня и полярной ночи в Мурманске ($\varphi = +68°59'$) и Хатанге ($\varphi = +71°58'$) и определить наибольшую полуденную и полуночную высоту Солнца в этих городах.

41. До каких географических параллелей распространяются границы полярного дня, полярной ночи, белых и темных ночей в дни равноденствий и солнцестояний?

42. На каких географических параллелях начинаются и оканчиваются периоды белых ночей, полярный день и полярная ночь при склонениях Солнца $\delta = +10°$ и $\delta = +21°$? Примерно в какие дни года это происходит?

§ 3. СИСТЕМЫ СЧЕТА ВРЕМЕНИ

Звездное время S измеряется часовым углом t_γ точки весеннего равноденствия и поэтому всегда $S = t_\gamma$. У небесного светила с прямым восхождением α часовой угол

$$t = S - \alpha. \qquad (13)$$

Звездное время S в пункте с географической долготой λ связано со звездным гринвичским временем S_0 равенством

$$S = S_0 + \lambda, \qquad (14)$$

причем λ отсчитывается к востоку от Гринвича и выражается в часах, минутах и секундах времени. Для перевода градусных единиц в единицы времени существуют таблицы (см. табл. 1 и 2 на стр. 125 и 126).

В один и тот же физический момент звездное время S_1 и S_2 в двух пунктах различается на разность географической долготы λ_1 и λ_2 этих пунктов, т. е.

$$S_2 - S_1 = \lambda_2 - \lambda_1. \qquad (15)$$

Используемые в практической жизни средние солнечные сутки продолжительнее звездных суток на $3^м56^с,6 \approx \approx 3^м56^с$.

Местное среднее время

$$T_\lambda = T_\odot + \eta, \tag{16}$$

где η — уравнение времени, а $T_\odot$ — истинное солнечное время, измеряемое часовым углом Солнца, увеличенным на $12^ч$, т. е.

$$T_\odot = t_\odot + 12^ч. \tag{17}$$

Местное среднее время T_{λ_1} и T_{λ_2} двух пунктов связано между собой равенством:

$$T_{\lambda_2} - T_{\lambda_1} = \lambda_2 - \lambda_1, \tag{18}$$

а со средним гринвичским временем T_0 (называемым всемирным временем) — равенством

$$T_\lambda = T_0 + \lambda. \tag{19}$$

В практической жизни используется либо поясное время

$$T_п = T_0 + n, \tag{20}$$

либо декретное время

$$T_д = T_п + 1^ч = T_0 + n + 1^ч, \tag{21}$$

где n — номер часового пояса, равный целому числу часов.

Для двух пунктов, расположенных в разных часовых поясах n_1 и n_2,

$$T_{д_2} - T_{д_1} = T_{п_2} - T_{п_1} = n_2 - n_1. \tag{22}$$

Если система счета времени не указана, то всегда подразумевается время, действующее на данной территории.

Показание часов $T_ч$ (или $S_ч$) не всегда соответствует моменту точного времени T или S. Разность

$$u = T - T_ч \text{ или } u_s = S - S_ч \tag{23}$$

называется поправкой часов, зная которую можно определять точное время по неверно идущим часам.

Примеры

1. Определить звездное время в пунктах с географической долготой $2^ч23^м37^с$ и $7^ч46^м20^с$ в момент, когда в пункте с географической долготой $80°05',5$ у звезды Веги (α Лиры) часовой угол равен $4^ч29^м48^с$. Прямое восхождение Веги $\alpha = 18^ч35^м15^с$.

Данные: $\lambda_1 = 2^ч23^м37^с$; $\lambda_2 = 7^ч46^м20^с$; $\lambda_3 = 80°05',5$; Вега, $\alpha = 18^ч35^м15^с$, $t = 4^ч29^м48^с$.

Решение. Пользуясь таблицей 2 (стр. 126), выражаем географическую долготу третьего пункта в единицах времени: $\lambda_3 = 80°05',5 = 5^ч20^м22^с$.

Согласно формуле (13), звездное время в третьем пункте (с λ_3)

$$S_3 = \alpha + t = 18^ч35^м15^с + 4^ч29^м48^с = 23^ч05^м03^с.$$

Из формулы (15) следует, что в первом пункте (с λ_1) звездное время

$$S_1 = S_3 + (\lambda_1 - \lambda_3) = 23^ч05^м03^с + (2^ч23^м37^с - 5^ч20^м22^с) = 20^ч08^м18^с;$$

во втором пункте (с λ_2) звездное время

$$S_2 = S_3 + (\lambda_2 - \lambda_3) = 23^ч05^м03^с + (7^ч46^м20^с - 5^ч20^м22^с) = 25^ч31^м01^с,$$

т. е. в этом пункте начались уже новые звездные сутки (но не календарные сутки), и там $S_2 = 1^ч31^м01^с$.

При другом ходе решения используется формула (14).

2. Некоторый пункт с географической долготой $5^ч34^м$ находится в пятом часовом поясе. Найти местное среднее, поясное и декретное время этого пункта в истинный полдень 27 октября, если в этот день уравнение времени равно $-16^м$.

Данные: $\lambda = 5^ч34^м$, $n = 5$; 27 октября $\eta = -16^м$.

Решение. В истинный полдень истинное солнечное время $T_\odot = 12^ч00^м$. Согласно формулам (16), (19), (20) и (21), 27 октября местное среднее время

$$T_\lambda = T_\odot + \eta = 12^ч00^м - 16^м = 11^ч44^м,$$

поясное время

$$T_п = T_\lambda + (n - \lambda) = 11^ч44^м - 34^м = 11^ч10^м$$

и декретное время

$$T_д = T_п + 1^ч = 12^ч10^м.$$

43. Определить звездное время в моменты верхней и нижней кульминации звезды Фомальгаута (α Южной Рыбы), прямое восхождение которой $22^ч54^м53^с$.

44. Найти звездное время в моменты, в которые часовой угол звезды Ригеля (β Ориона) соответственно равен $-3^ч17^м43^с$ и $1^ч42^м29^с$. Прямое восхождение этой звезды $5^ч12^м08^с$.

45. Определить звездное время в пунктах с географической долготой $2^{ч}13^{м}23^{с}$ и 84°58′ в момент, когда в пункте с долготой $4^{ч}37^{м}11^{с}$ звезда Кастор (α Близнецов) находится в верхней кульминации. Прямое восхождение Кастора $7^{ч}31^{м}25^{с}$.

46. Решить предыдущую задачу для тех же пунктов, но для момента времени, в который звезда Капелла (α Возничего) находится в нижней кульминации в Иркутске ($\lambda = 6^{ч}57^{м}05^{с}$). Прямое восхождение Капеллы $5^{ч}13^{м}00^{с}$.

47. Вычислить часовые углы звезд Алголя (β Персея) и Альтаира (α Орла) в $8^{ч}20^{м}30^{с}$ по звездному времени. Прямое восхождение этих звезд соответственно равно $3^{ч}04^{м}54^{с}$ и $19^{ч}48^{м}21^{с}$. Часовые углы выразить в градусных единицах.

48. Прямое восхождение звезды Миры (о Кита) $2^{ч}16^{м}49^{с}$, Сириуса (α Большого Пса) $6^{ч}42^{м}57^{с}$ и Проциона (α Малого Пса) $7^{ч}36^{м}41^{с}$. Чему равны часовые углы этих звезд в моменты верхней и нижней кульминации Сириуса?

49. Найти часовые углы звезд Кастора (α Близнецов) и Шеата (β Пегаса) в момент, когда часовой угол звезды Веги (α Лиры) равен $4^{ч}15^{м}10^{с}$. Прямое восхождение Кастора $7^{ч}31^{м}25^{с}$, Веги $18^{ч}35^{м}15^{с}$ и Шеата $23^{ч}01^{м}21^{с}$.

50. Часовой угол звезды Миры (о Кита) в Гринвиче равен $2^{ч}16^{м}47^{с}$. Определить в этот момент звездное время в пунктах с географической долготой $2^{ч}03^{м}02^{с}$ и 54°44′,5. Прямое восхождение Миры $2^{ч}16^{м}49^{с}$.

51. Найти звездное время и часовой угол звезды Мицара (ζ Большой Медведицы) в Гринвиче и в пункте с географической долготой $6^{ч}34^{м}09^{с}$ в тот момент, когда в Якутске ($\lambda = 8^{ч}38^{м}58^{с}$) часовой угол звезды Альдебарана (α Тельца) 329°44′. Прямое восхождение Мицара $13^{ч}21^{м}55^{с}$, а Альдебарана $4^{ч}33^{м}03^{с}$.

52. Какое прямое восхождение у звезд, находящихся в верхней и нижней кульминации в двух различных пунктах наблюдения, если в одном из них, расположенном восточнее другого на 36°42′, часовой угол звезды Проциона (α Малого Пса) равен $-2^{ч}16^{м}41^{с}$? Прямое восхождение Проциона $7^{ч}36^{м}41^{с}$.

53. На каких географических меридианах звездное время соответственно равно $22^{ч}48^{м}30^{с}$ и $7^{ч}36^{м}34^{с}$, если в местности с географической долготой $5^{ч}31^{м}40^{с}$ звезда

Капелла (α Возничего) имеет часовой угол — 2ч39м08с? Прямое восхождение Капеллы 5ч13м0с.

54. Через какие интервалы звездного времени после верхней кульминации звезды β Льва с прямым восхождением 11ч46м31с звезда α Гидры будет находиться в верхней кульминации, в нижней кульминации и занимать положение при часовом угле 4ч25м16с? Прямое восхождение α Гидры 9ч25м08с.

55. В момент верхней кульминации звезды Геммы (α Северной Короны), прямое восхождение которой 15ч32м34с, часы, идущие по звездному времени (звездные часы), показывали 15ч29м42с. Найти поправку часов и их показание при часовом угле той же звезды, равном 1ч20м50с.

56. В момент верхней кульминации звезды Альдебарана (α Тельца) с прямым восхождением 4ч33м03с звездные часы показывали 4ч52м16с, а в такой же момент следующей ночи их показание было 4ч51м04с. Вычислить поправки звездных часов в моменты наблюдений, а также их суточный и часовой ход (т. е. изменение поправки за сутки и за один час).

57. В момент верхней кульминации звезды ε Большой Медведицы с прямым восхождением 12ч51м50с звездные часы показывали 12ч41м28с, а в момент последующей нижней кульминации той же звезды их показание было 0ч41м04с. При каких показаниях тех же часов звезда β Малой Медведицы проходила обе кульминации, если ее прямое восхождение равно 14ч50м50с?

58. Найти среднее, поясное и декретное время в пунктах с географической долготой 4ч48м28с и 9ч18м37с в момент 6ч52м06с по среднему гринвичскому времени. Первый пункт находится в пятом, а второй — в десятом часовом поясе.

59. Определить среднее, поясное и декретное время в пунктах с географической долготой 5ч12м56с и 7ч51м22с, если в этот момент в третьем пункте часы показывали 17ч31м44с по среднему времени, а географическая долгота третьего пункта равна 6ч27м36с. Первый пункт находится в пятом, а второй — в восьмом часовом поясе.

60. Найти разность между поясным и средним, а также между декретным и средним временем в пункте с географической долготой 7ч18м58с, расположенном в седьмом часовом поясе.

61. Определить последовательность наступления одноименных моментов по среднему, поясному и декретному времени в Баку ($\lambda = 3^{ч}19^{м}$, $n = 3$) и Новосибирске ($\lambda = 5^{ч}32^{м}$, $n = 6$).

62. В какие моменты времени по различным системам счета наступают истинный полдень и истинная полночь в Ростове-на-Дону ($\lambda = 2^{ч}39^{м}$, $n = 3$) и Оренбурге ($\lambda = 3^{ч}41^{м}$, $n = 4$) в дни, когда уравнение времени соответственно равно $+12^{м}$ и $-15^{м}$?

63. Точные городские часы Красноярска ($n = 6$) показывают $7^{ч}32^{м}$ вечера. Какое в этот момент среднее, поясное и декретное время в Киеве ($\lambda = 2^{ч}02^{м}$, $n = 2$) и Хабаровске ($\lambda = 9^{ч}00^{м}$, $n = 9$)?

64. После месячного полета на научной космической станции «Салют-4» космонавты А. А. Губарев и Г. М. Гречко 9 февраля 1975 г. в $14^{ч}03^{м}$ по московскому времени приземлились северо-восточнее Целиноградa. Сколько времени было в этот момент в Целинограде ($n = 5$) и Казани ($n = 3$)? Москва находится во втором часовом поясе.

65. Лунное затмение 18 ноября 1975 г. началось в $20^{ч}38^{м},5$ и окончилось 19 ноября 1975 г. в $0^{ч}08^{м},2$ по всемирному времени. В какие даты и моменты времени оно началось и окончилось в Краснодаре ($n = 3$), Ташкенте ($n = 5$) и Иркутске ($n = 7$)?

66. В 1974 г. летнее солнцестояние наступило 21 июня в $18^{ч}38^{м}$ по всемирному времени. Когда оно наступило по времени городов, указанных в предыдущей задаче?

67. В момент передачи из Москвы ($n = 2$) 12-часового радиосигнала точного времени часы в одном из учреждений Томска ($\lambda = 5^{ч}40^{м}$, $n = 6$) показывали $16^{ч}12^{м}$. Вычислить поправку этих часов к местному среднему и принятому времени Томска и Красноводска ($\lambda = 3^{ч}32^{м}$, $n = 4$) и найти показания тех же часов в $19^{ч}0^{м}$ по времени каждого города.

68. Самолет вылетел из Свердловска ($n = 4$) в $11^{ч}20^{м}$ и прибыл без опоздания в Иркутск ($n = 7$) в $17^{ч}45^{м}$. Сколько времени летел самолет и какие моменты вылета и прибытия указаны в расписании Аэрофлота?

69. Телеграмма отправлена из Перчинска ($n = 8$) в $7^{ч}40^{м}$ вечера по городским часам и доставлена адресату

в Смоленске ($n=2$) в тот же день в $16^{ч}20^{м}$ по времени этого города. Сколько времени шла телеграмма и какие моменты времени отправки и доставки отмечены на ней?

§ 4. ПРАКТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОГРАФИЧЕСКИХ И НЕБЕСНЫХ ЭКВАТОРИАЛЬНЫХ КООРДИНАТ

В долгие зимние ночи астрономы измеряют зенитные расстояния одних и тех же звезд в обеих кульминациях и по формулам (4), (6), (9) независимо находят их склонение (δ) и географическую широту (φ) обсерватории. Зная φ, определяют склонение светил, у которых наблюдается только верхняя кульминация. При высокоточных измерениях учитывается рефракция, которая здесь не рассматривается, кроме случаев расположения светил вблизи горизонта.

В истинный полдень регулярно измеряют зенитное расстояние $z_\odot$ Солнца и отмечают показание $S_ч$ звездных часов, затем по формуле (4) вычисляют его склонение $\delta_\odot$, а по нему — прямое восхождение $\alpha_\odot$, поскольку

$$\sin\alpha_\odot = \operatorname{tg}\delta_\odot \cdot \operatorname{ctg}\varepsilon, \qquad (24)$$

где $\varepsilon=23°27'$ — уже известное наклонение эклиптики.

Одновременно определяется и поправка звездных часов

$$u_з = S - S_ч = \alpha_\odot - S_ч, \qquad (25)$$

так как в истинный полдень часовой угол Солнца $t_\odot=0$ и поэтому, согласно формуле (13), звездное время $S=\alpha_\odot$.

Отмечая показания $S'_ч$ тех же часов в моменты верхней кульминации ярких звезд (они видны в телескопы и днем), находят их прямое восхождение

$$\alpha = \alpha_\odot + (S'_ч - S_ч) \qquad (26)$$

и по нему аналогичным образом определяют прямое восхождение остальных светил, которое также может быть найдено как

$$\alpha = S'_ч + u_з. \qquad (27)$$

По публикуемым в астрономических справочниках экваториальным координатам (α и δ) звезд определяют географические координаты мест земной поверхности.

Примеры

1. В истинный полдень 22 мая 1975 г. зенитное расстояние Солнца в Пулкове было 39°33′ S (над точкой юга), а звездные часы показывали $3^{ч}57^{м}41^{с}$. Вычислить для этого момента экваториальные координаты Солнца и поправку звездных часов. Географическая широта Пулкова $\varphi = +59°46'$.

Данные: $z_{\odot} = 39°33'\,S$; $S_{ч} = 3^{ч}57^{м}41^{с}$; $\varphi = +59°46'$.

Решение. Согласно формуле (4), склонение Солнца

$$\delta_{\odot} = \varphi - z_{\odot} = 59°46' - 39°33' = +20°13'.$$

По формуле (24)

$$\sin\alpha_{\odot} = \operatorname{tg}\delta_{\odot} \cdot \operatorname{ctg}\varepsilon = \operatorname{tg}20°13' \cdot \operatorname{ctg}23°27' =$$
$$= +0{,}3683 \cdot 2{,}3053 = +0{,}8490,$$

откуда прямое восхождение Солнца $\alpha_{\odot} = 58°06',2$, или, переведя в единицы времени, $\alpha_{\odot} = 3^{ч}52^{м}25^{с}$.

Так как в истинный полдень, согласно формуле (13), звездное время $S = \alpha_{\odot} = 3^{ч}52^{м}25^{с}$, а звездные часы показывали $S_{ч} = 3^{ч}57^{м}41^{с}$, то, по формуле (25), поправка часов

$$u_{з} = S - S_{ч} = \alpha_{\odot} - S_{ч} = 3^{ч}52^{м}25^{с} - 3^{ч}57^{м}41^{с} = -5^{м}16^{с}.$$

2. В момент верхней кульминации звезды α Дракона на зенитном расстоянии 9°17′ к северу звездные часы показывали $7^{ч}20^{м}38^{с}$, причем их поправка к звездному гринвичскому времени равнялась $+22^{м}16^{с}$. Экваториальные координаты α Дракона: прямое восхождение $14^{ч}03^{м}02^{с}$ и склонение $+64°37'$. Определить географические координаты места наблюдения.

Данные: звезда, $\alpha = 14^{ч}03^{м}02^{с}$, $\delta = +64°37'$, $z_{n} = 9°17'\,N$; звездные часы $S_{ч} = 7^{ч}20^{м}38^{с}$, $u_{з} = 22^{м}16^{с}$.

Решение. По формуле (6), географическая широта

$$\varphi = \delta - z_{n} = +64°37' - 9°17' = +55°20'.$$

Согласно формуле (13), звездное время в месте наблюдения

$S = \alpha = 14^{ч}03^{м}02^{с}$, а звездное время в Гринвиче

$$S_0 = S_a + u_a = 7^{ч}20^{м}38^{с} + 22^{м}16^{с} = 7^{ч}42^{м}54^{с}.$$

Следовательно, по формуле (14), географическая долгота

$$\lambda = S - S_0 = 14^{ч}03^{м}02^{с} - 7^{ч}42^{м}54^{с} = 6^{ч}20^{м}08^{с},$$

или, переведя в угловые единицы, $\lambda = 95°02'$.

70. Определить географическую широту места наблюдения и склонение звезды по измерениям ее зенитного расстояния z или высоты h в обеих кульминациях — верхней (в) и нижней (н):

а) $z_в = 15°06'N$, $z_н = 68°14'N$;

б) $z_в = 15°06'S$, $z_н = 68°14'N$;

в) $h_в = +80°40'$ю, $z_н = 72°24'$с;

г) $h_в = +78°08'$ю, $h_н = +17°40'$ю.

71. В местности с географической широтой $\varphi = +49°34'$ звезда α Гидры проходит верхнюю кульминацию на высоте $+32°00'$ над точкой юга, а звезда β Малой Медведицы — к северу от зенита на расстоянии в $24°48'$. Чему равно склонение этих звезд?

72. Какое склонение имеют звезды, которые в верхней кульминации в Канберре ($\varphi = -35°20'$) находятся на зенитном расстоянии $63°39'$ к северу от зенита и на высоте $+58°42'$ над точкой юга?

73. В Душанбе звезда Капелла (α Возничего) проходит верхнюю кульминацию на высоте $+82°35'$ при азимуте 180°, а звезда Альдебаран (α Тельца), склонение которой $+16°25'$, — на зенитном расстоянии $22°08'$ к югу от зенита. Чему равно склонение Капеллы?

74. Вычислить склонение звезд δ Большой Медведицы и Фомальгаута (α Южной Рыбы), если разность зенитных расстояний этих звезд и Альтаира (α Орла) в верхней кульминации в Ташкенте ($\varphi = +41°18'$) составляет соответственно $-48°35'$ и $+38°38'$. Альтаир кульминирует в Ташкенте на высоте $+57°26'$ над точкой юга.

75. Какое склонение у звезд, кульминирующих на горизонте и в зените Тбилиси, географическая широта которого $+41°42'$? Рефракцию в горизонте принять 35′.

76. Найти прямое восхождение звезд, в моменты верхней кульминации которых звездные часы показывали

$18^{ч}25^{м}32^{с}$ и $19^{ч}50^{м}40^{с}$, если при их показании $19^{ч}20^{м}16^{с}$ звезда Альтаир (α Орла) с прямым восхождением $19^{ч}48^{м}21^{с}$ пересекла небесный меридиан к югу от зенита.

77. В момент верхней кульминации Солнца его прямое восхождение было $23^{ч}48^{м}09^{с}$, а звездные часы показывали $23^{ч}50^{м}01^{с}$. За $46^{м}48^{с}$ до этого небесный меридиан пересекла звезда β Пегаса, а при показаниях тех же часов $0^{ч}07^{м}40^{с}$ наступила верхняя кульминация звезды α Андромеды. Какое прямое восхождение у этих двух звезд?

78. 27 октября 1975 г. в Одессе Марс прокульминировал через $15^{м}50^{с}$ по звездным часам после звезды Бетельгейзе (α Ориона) на высоте, превышающей высоту этой звезды в кульминации на $16°33'$. Прямое восхождение Бетельгейзе $5^{ч}52^{м}28^{с}$ и склонение $+7°24'$. Какие экваториальные координаты были у Марса и вблизи какой точки эклиптики он находился?

79. 24 августа 1975 г. в Москве ($\varphi=+55°45'$), когда звездные часы показывали $1^{ч}52^{м}22^{с}$, Юпитер пересек небесный меридиан на зенитном расстоянии $47°38'$. В $2^{ч}23^{м}31^{с}$ по тем же часам прокульминировала звезда α Овна, прямое восхождение которой $2^{ч}04^{м}21^{с}$. Чему были равны экваториальные координаты Юпитера?

80. В пункте с географической широтой $+50°32'$ полуденная высота Солнца 1 мая и 11 августа равнялась $+54°38'$, а 21 ноября и 21 января $+19°29'$. Определить экваториальные координаты Солнца в эти дни.

81. В истинный полдень 4 июня 1975 г. Солнце прошло в Одессе ($\varphi=+46°29'$) на высоте $+65°54'$, а за $13^{м}44^{с}$ до этого звезда Альдебаран (α Тельца) пересекла небесный меридиан на зенитном расстоянии, превышающем полуденное зенитное расстояние Солнца на $5°58'$. Определить экваториальные координаты Солнца и звезды.

82. 28 октября 1975 г. в $13^{ч}06^{м}41^{с}$ по декретному времени в пункте с $\lambda=4^{ч}37^{м}11^{с}$ ($n=5$) и $\varphi=+41°18'$ зенитное расстояние Солнца было $54°18'$. За $45^{м}45^{с}$ (по звездному времени) до этого в верхней кульминации находилась звезда Спика (α Девы), а через $51^{м}39^{с}$ после нее — звезда Арктур (α Волопаса) на высоте $+68°01'$ ю. Определить экваториальные координаты Солнца и Арктура. Уравнение времени в этот день было $-16^{м}08^{с}$.

83. Найти географическую широту местности, в которой звезды β Персея ($\delta = +40°46'$) и ε Большой Медведицы ($\delta = +56°14'$) в моменты верхней кульминации находятся на одинаковом зенитном расстоянии, но первая — к югу, а вторая — к северу от зенита.

84. В моменты верхней кульминации звезда α Гончих Псов со склонением $+38°35'$ проходит в зените, звезда β Ориона — на $46°50'$ южнее, а звезда α Персея — на $11°06'$ севернее. На какой географической параллели проведены измерения и чему равно склонение указанных звезд?

85. В момент верхней кульминации Солнца средний хронометр показал $10^{ч}28^{м}30^{с}$, а при его показании $14^{ч}48^{м}52^{с}$ был принят из Гринвича 12-часовой радиосигнал точного времени. Найти географическую долготу места наблюдения, если уравнение времени в этот день было $+6^{м}08^{с}$.

86. В момент верхней кульминации звезды ι Геркулеса на зенитном расстоянии в $2°14'$ к северу от зенита звездное гринвичское время было $23^{ч}02^{м}39^{с}$. Экваториальные координаты ι Геркулеса $\alpha = 17^{ч}38^{м}03^{с}$ и $\delta = +46°02'$. Определить географические координаты места наблюдения.

87. В момент показания звездного хронометра $18^{ч}07^{м}27^{с}$ экспедиция приняла радиосигнал точного времени, переданный из Гринвича в $18^{ч}0^{м}0^{с}$ по звездному гринвичскому времени. В момент верхней кульминации звезды γ Кассиопеи на зенитном расстоянии в $9°08'$ к югу от зенита показание того же хронометра было $19^{ч}17^{м}02^{с}$. Экваториальные координаты γ Кассиопеи $\alpha = 0^{ч}53^{м}40^{с}$ и $\delta = +60°27'$. Найти географические координаты экспедиции.

88. В истинный полдень показание среднего хронометра экспедиции было $11^{ч}41^{м}37^{с}$, а в момент приема 12-часового радиосигнала точного времени из Москвы тот же хронометр показал $19^{ч}14^{м}36^{с}$. Измеренное зенитное расстояние звезды α Лебедя ($\delta = +45°06'$) в верхней кульминации оказалось равным $3°26'$ к северу от зенита. Определить географические координаты экспедиции, если в день проведения наблюдений уравнение времени равнялось $-5^{м}17^{с}$.

89. В истинный полдень штурман океанского лайнера измерил высоту Солнца, оказавшуюся равной $+75°41'$

при азимуте 0°. В этот момент средний хронометр с поправкой —16м,2 показывал 14ч12м,9 гринвичского времени. Склонение Солнца, указанное в морском астрономическом ежегоднике, было +23°19′, а уравнение времени +2м55с. Какие географические координаты имел лайнер, где и в какие примерно дни года он в это время находился?

§ 5. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ НЕБЕСНЫХ КООРДИНАТ И СИСТЕМ СЧЕТА ВРЕМЕНИ. ВОСХОД И ЗАХОД СВЕТИЛ

Связь между горизонтальными и экваториальными небесными координатами осуществляется через параллактический треугольник PZM (рис. 3), вершинами которого служат полюс мира P, зенит Z и светило M, а сторонами — дуга PZ небесного меридиана, дуга ZM кру-

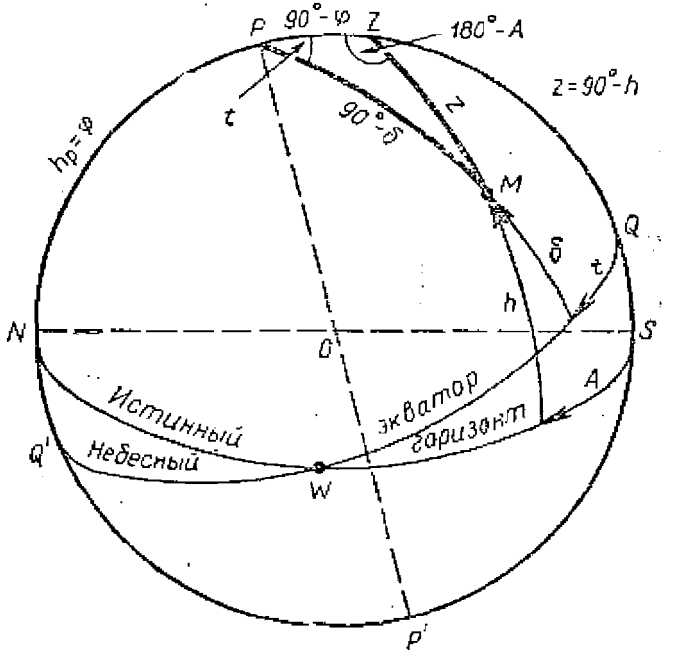

Рис. 3. Параллактический треугольник

га высоты светила и дуга PM его круга склонения. Очевидно, что $PZ=90°-\varphi$, $ZM=z=90°-h$ и $PM=90°-\delta$, где φ — географическая широта места наблюдения, z — зенитное расстояние, h — высота и δ — склонение светила.

В параллактическом треугольнике угол при зените равен $180°-A$, где A — азимут светила, а угол при полюсе мира — часовому углу t того же светила. Тогда горизонтальные координаты вычисляются по формулам

$$\cos z=\sin\varphi\cdot\sin\delta+\cos\varphi\cdot\cos\delta\cdot\cos t, \qquad (28)$$

$$\sin z\cdot\cos A=-\sin\delta\cdot\cos\varphi+\cos\delta\cdot\sin\varphi\cdot\cos t, \qquad (29)$$

$$\sin z\cdot\sin A=\cos\delta\cdot\sin t, \qquad (30)$$

а экваториальные координаты — по формулам

$$\sin\delta=\cos z\cdot\sin\varphi-\sin z\cdot\cos\varphi\cdot\cos A, \qquad (31)$$

$$\cos\delta\cdot\cos t=\cos z\cdot\cos\varphi+\sin z\cdot\sin\varphi\cdot\cos A, \qquad (32)$$

$$\cos\delta\cdot\sin t=\sin z\cdot\sin A, \qquad (30)$$

причем $t=S-\alpha$, где α — прямое восхождение светила и S — звездное время.

При расчетах необходимо по таблице 3 (с. 127) переводить интервалы звездного времени ΔS в интервалы среднего времени ΔT (или наоборот), а звездное время s_0 — в среднюю гринвичскую полночь заданной даты заимствовать из астрономических календарей-ежегодников (в задачах этого раздела значения s_0 приводятся).

Пусть некоторое явление в каком-то пункте земной поверхности произошло в момент T по принятому там времени. В зависимости от принятой системы счета времени по формулам (19), (20) или (21) находится среднее гринвичское время T_0, представляющее собой интервал среднего времени ΔT, протекший с гринвичской полночи ($\Delta T=T_0$). Этот интервал по таблице 3 (с. 127) переводится в интервал звездного времени ΔS (т. е. $\Delta T\to\Delta S$), и тогда в заданный момент T, соответствующий среднему гринвичскому времени T_0, звездное время в Гринвиче

$$S_0=s_0+\Delta S, \qquad (33)$$

а в данном пункте

$$S=S_0+\lambda, \qquad (14)$$

где λ — географическая долгота места.

Перевод интервалов звездного времени ΔS в интервалы среднего времени $\Delta T = T_0$ (т. е. $\Delta S \to \Delta T$) осуществляется по таблице 3 (с. 127) вычитанием поправки.

Моменты времени и азимуты точек восхода и захода светил вычисляются по формулам (28), (29), (30) и (13), в которых принимается $z = 90°35'$ (с учетом рефракции $\rho = 35'$).

Найденные значения часового угла и азимута в пределах от 180 до 360° соответствуют восходу светила, а в пределах от 0 до 180° — его заходу.

При вычислениях восхода и захода Солнца учитывается еще его угловой радиус $r = 16'$. Найденные часовые углы $t_\odot$ дают моменты по истинному солнечному времени (см. формулу (17), которые по формуле (16) переводятся в моменты среднего времени, а затем — в принятую систему счета.

Моменты восхода и захода всех светил вычисляются с точностью, не превышающей $1^м$.

Примеры

1. В каком направлении был заранее установлен телескоп с фотокамерой для фотографирования солнечного затмения 29 апреля 1976 г., если в пункте с географическими координатами $\lambda = 2^ч58^м,0$ и $\varphi = +40°14'$ середина затмения наступила в $15^ч29^м,8$ по времени, отличающемуся от московского на $+1^ч$? В этот момент экваториальные координаты Солнца: прямое восхождение $\alpha = 2^ч27^м,5$ и склонение $\delta = +14°35'$. В среднюю гринвичскую полночь 29 апреля 1976 г. звездное время $s_0 = 14^ч28^м19^с$.

Данные: пункт наблюдения, $\lambda = 2^ч58^м,0$, $\varphi = +40°14'$, $T = 15^ч29^м,8$, $T - T_м = 1^ч$; $s_0 = 14^ч28^м19^с = 14^ч28^м,3$; Солнце, $\alpha = 2^ч27^м,5$, $\delta = +14°35'$.

Решение. В середине затмения московское время $T_м = T - 1^ч = 14^ч29^м,8$, и поэтому среднее гринвичское время $T_0 = T_м - 3^ч = 11^ч29^м,8$. С гринвичской полночи прошел интервал времени $\Delta T = T_0 = 11^ч29^м,8$, который переводим по таблице 3 в интервал звездного времени $\Delta S = 11^ч31^м,7$, и тогда в момент T_0, по формуле (33), звездное время в Гринвиче

$$S_0 = s_0 + \Delta S = 14^ч28^м,3 + 11^ч31^м,7 = 25^ч60^м = 2^ч0^м,0,$$

а в заданном пункте, по формуле (14), звездное время

$$S = S_0 + \lambda = 2^{ч}0^{м},0 + 2^{ч}58^{м},0 = 4^{ч}58^{м},0$$

и, по формуле (13), часовой угол Солнца

$$t = S - \alpha = 4^{ч}58^{м},0 - 2^{ч}27^{м},5 = 2^{ч}30^{м},5,$$

или, переводя по таблице I, $t = 37°37',5 \approx 37°38'$.
По таблицам тригонометрических функций находим:

$$\sin\varphi = \sin 40°14' = +0,6459,$$
$$\cos\varphi = \cos 40°14' = +0,7634;$$
$$\sin\delta = \sin 14°35' = +0,2518,$$
$$\cos\delta = \cos 14°35' = +0,9678;$$
$$\sin t = \sin 37°38' = +0,6106,$$
$$\cos t = \cos 37°38' = +0,7919.$$

По формуле (28) вычисляем

$$\cos z = 0,6459 \cdot 0,2518 + 0,7634 \cdot 0,9678 \cdot 0,7919 = +0,7477$$

и по таблицам находим $z = 41°36'$ и $\sin z = +0,6640$.
Для вычисления азимута используем формулу (30):

$$\sin A = \frac{\cos\delta}{\sin z} \cdot \sin t = \frac{0,9678}{0,6640} 0,6106 = +0,88997,$$

откуда получаем два значения: $A = 62°52'$ и $A = 180° - 62°52' = 117°08'$. При $\delta < \varphi$ значения A и t не слишком резко отличаются друг от друга и поэтому $A = 62°52'$.

Следовательно, телескоп был направлен в точку неба с горизонтальными координатами $A = 62°52'$ и $z = 41°36'$ (или $h = +48°24'$).

2. Вычислить азимуты точек и моменты восхода и захода Солнца, а также продолжительность дня и ночи 21 июня 1975 г. в местности с географическими координатами $\lambda = 4^{ч}28^{м},4$ и $\varphi = +59°30'$, находящейся в пятом часовом поясе, если в полдень этого дня склонение Солнца $\delta = +23°27'$, а уравнение времени $\eta = +1^{м}35^{с}$.

Данные: Солнце, $\delta = +23°27'$; $\eta = +1^{м}35^{с} = +1^{м},6$; место, $\lambda = 4^{ч}28^{м},4$, $\varphi = 59°30'$, $n = 5$.

Решение. Учитывая среднюю рефракцию в горизонте $\rho = 35'$ и угловой радиус солнечного диска $r = 16'$,

находим, что в момент восхода и захода Солнца центр солнечного диска находится под горизонтом, на зенитном расстоянии $z = 90° + \rho + r = 90°51'$.

Тогда

$$\sin z = +0{,}9999,\ \cos z = -0{,}0148,$$
$$\sin\delta = +0{,}3979,\ \cos\delta = +0{,}9174,$$
$$\sin\varphi = +0{,}8616,\ \cos\varphi = +0{,}5075.$$

По формуле (28) находим

$$\cos t = \frac{\cos z - \sin\varphi \cdot \sin\delta}{\cos\varphi \cdot \cos\delta} = \frac{-0{,}0148 - 0{,}8616 \cdot 0{,}3979}{0{,}5075 \cdot 0{,}9174} =$$
$$= -0{,}76804$$

и по таблицам $t = \pm(180° - 39°49',3) = \pm 140°10',7$ и $\sin t = \pm 0{,}6404$.

По таблице 2 получим, что при восходе Солнца его часовой угол $t_1 = -140°10',7 = -9^ч20^м,7$, а при заходе $t_2 = +140°10',7 = +9^ч20^м,7$, т. е. по истинному солнечному времени, согласно формуле (17), Солнце восходит в

$$T_{\odot 1} = 12^ч + t_1 = 12^ч - 9^ч20^м,7 = 2^ч39^м,3$$

и заходит в

$$T_{\odot 2} = 12^ч + t_2 = 12^ч + 9^ч20^м,7 = 21^ч20^м,7,$$

что, по формуле (16), соответствует моментам по среднему времени

$$T_{\lambda 1} = T_{\odot 1} + \eta = 2^ч39^м,3 + 1^м,6 = 2^ч41^м$$

и

$$T_{\lambda 2} = T_{\odot 2} + \eta = 21^ч20^м,7 + 1^м,6 = 21^ч22^м.$$

По формулам (19), (20) и (21) те же моменты по поясному времени:

восход

$$T_{n1} = T_{\lambda 1} - \lambda + n = 2^ч41^м - 4^ч28^м + 5^ч = 3^ч13^м$$

и заход

$$T_{n2} = T_{\lambda 2} - \lambda + n = 21^ч22^м - 4^ч28^м + 5^ч = 21^ч54^м,$$

а по декретному времени:

восход $T_{д1} = 4^ч13^м$ и заход $T_{д2} = 22^ч54^м$.

Продолжительность дня

$$\tau = T_{д2} - T_{д1} = 22^ч54^м - 4^ч13^м = 18^ч41^м.$$

В момент нижней кульминации высота Солнца

$$h_н = \delta - (90° - \varphi) = +23°27' - (90° - 59°30') = -7°03',$$

т. е. вместо обычной длится белая ночь.

Азимуты точек восхода и захода Солнца вычисляются по формуле (30):

$$\sin A = \frac{\cos\delta}{\sin z}\sin t = \pm\frac{0,9174}{0,9999}\cdot 0,6404 = \pm 0,5876,$$

что дает $A = \pm(180° - 36°,0) = \pm 144°,0$, так как азимуты и часовые углы Солнца находятся в одном квадранте. Следовательно, Солнце восходит в точке истинного горизонта с азимутом $A_1 = -144°,0 = 216°,0$ и заходит в точке с азимутом $A_2 = +144°,0$, расположенных в 36° по обе стороны от точки севера.

90. Через какие интервалы среднего времени чередуются одноименные и разноименные кульминации звезд?

91. Через сколько времени после верхней кульминации Денеба наступит верхняя кульминация звезды γ Ориона, а затем — снова верхняя кульминация Денеба? Прямое восхождение Денеба $20^ч39^м44^с$, а γ Ориона $5^ч22^м27^с$. Искомые интервалы выразить в системах звездного и среднего времени.

92. В $14^ч15^м10^с$ по среднему времени звезда Сириус (α Большого Пса) с прямым восхождением $6^ч42^м57^с$ находилась в нижней кульминации. В какие ближайшие моменты времени после этого звезда Гемма (α Северной Короны) будет находиться в верхней кульминации и когда ее часовой угол будет равен $3^ч16^м0^с$? Прямое восхождение Геммы $15^ч32^м34^с$.

93. В $4^ч25^м0^с$ часовой угол звезды с прямым восхождением $2^ч12^м30^с$ был равен $-34°26',0$. Найти прямое восхождение звезд, которые в $21^ч50^м0^с$ будут находиться в верхней кульминации и в нижней кульминации, а также тех звезд, часовые углы которых станут равными $-1^ч13^м20^с$ и $5^ч42^м50^с$.

94. Чему равно приближенное значение звездного времени в среднюю, поясную и декретную полночь Ижевска ($\lambda = 3^ч33^м$, $n = 3$) 8 февраля и 1 сентября?

95. Примерно в какие дни года звезды Сириус ($\alpha = 6^h43^m$) и Антарес ($\alpha = 16^h26^m$) находятся в верхней и нижней кульминации в среднюю полночь?

96. Определить звездное время в Гринвиче в $7^h28^m16^s$ 9 января ($s_0 = 7^h11^m39^s$)* и в $20^h53^m47^s$ 25 июля ($s_0 = 20^h08^m20^s$).

97. Найти звездное время в средний, поясной и декретный полдень, а также в среднюю, поясную и декретную полночь в Москве ($\lambda = 2^h30^m17^s$, $n = 2$) 15 января ($s_0 = 7^h35^m18^s$).

98. Решить предыдущую задачу для Красноярска ($\lambda = 6^h11^m26^s$, $n = 6$) и Охотска ($\lambda = 9^h33^m10^s$, $n = 10$) в день 8 августа ($s_0 = 21^h03^m32^s$).

99. Вычислить часовые углы звезды Денеба (α Лебедя) ($\alpha = 20^h39^m44^s$) в Гринвиче в $19^h42^m10^s$ 16 июня ($s_0 = 17^h34^m34^s$) и 16 декабря ($s_0 = 5^h36^m04^s$).

100. Вычислить часовые углы звезд α Андромеды ($\alpha = 0^h05^m48^s$) и β Льва ($\alpha = 11^h46^m31^s$) в $20^h32^m50^s$ 3 августа ($s_0 = 20^h43^m40^s$) и 5 декабря ($s_0 = 4^h52^m42^s$) во Владивостоке ($\lambda = 8^h47^m31^s$, $n = 9$).

101. Найти часовые углы звезд Бетельгейзе ($\alpha = 5^h52^m28^s$) и Спики ($\alpha = 13^h22^m33^s$) в $1^h52^m36^s$ 25 июня ($s_0 = 18^h06^m07^s$) и 7 ноября ($s_0 = 2^h58^m22^s$) в Ташкенте ($\lambda = 4^h37^m11^s$, $n = 5$).

102. В какие моменты времени в Гринвиче находятся в верхней кульминации звезда Поллукс ($\alpha = 7^h42^m16^s$), а в нижней кульминации звезда Арктур ($\alpha = 14^h13^m23^s$) 10 февраля ($s_0 = 9^h17^m48^s$) и 9 мая ($s_0 = 15^h04^m45^s$)?

103. Найти моменты верхней и нижней кульминации 22 марта ($s_0 = 11^h55^m31^s$) и 22 июня ($s_0 = 17^h58^m14^s$) звезд Капеллы ($\alpha = 5^h13^m00^s$) и Веги ($\alpha = 18^h35^m15^s$) на географическом меридиане $\lambda = 3^h10^m0^s$ ($n = 3$). Моменты указать по звездному, среднему, поясному и декретному времени.

104. В какие моменты времени 5 февраля ($s_0 = 8^h58^m06^s$) и 15 августа ($s_0 = 21^h31^m08^s$) часовые углы звезд Сириуса ($\alpha = 6^h42^m57^s$) и Альтаира ($\alpha = 19^h48^m21^s$) в Самарканде ($\lambda = 4^h27^m53^s$, $n = 4$) равны $3^h28^m47^s$?

105. В какие моменты времени 10 декабря ($s_0 = 5^h12^m24^s$) часовые углы звезд Альдебарана ($\alpha = 4^h33^m03^s$) и β Лебедя ($\alpha = 19^h28^m42^s$) в Тбилиси

* Здесь и далее в скобках после дат указано звездное время в среднюю гринвичскую полночь.

($\lambda = 2^h59^m11^s$, $n=3$) и в Охотске ($\lambda = 9^h33^m10^s$, $n=10$) соответственно равны $+67°48'$ и $-24°32'$?

106. На каких географических меридианах звезды α Близнецов и γ Большой Медведицы находятся в верхней кульминации 20 сентября ($s_0 = 23^h53^m04^s$) в $8^h40^m26^s$ по времени Иркутска ($n=7$)? Прямое восхождение этих звезд соответственно равно $7^h31^m25^s$ и $11^h51^m13^s$.

107. Определить горизонтальные координаты звезд ε Большой Медведицы ($\alpha = 12^h51^m50^s$, $\delta = +56°14'$) и Антареса ($\alpha = 16^h26^m20^s$, $\delta = -26°19'$) в $14^h10^m0^s$ по звездному времени в Евпатории ($\varphi = +45°12'$).

108. Чему равны горизонтальные координаты звезд Геммы ($\alpha = 15^h32^m34^s$, $\delta = +26°53'$) и Спики ($\alpha = 13^h22^m33^s$, $\delta = -10°54'$) 15 апреля ($s_0 = 13^h30^m08^s$) и 20 августа ($s_0 = 21^h50^m50^s$) в 21^h30^m по декретному времени в пункте с географическими координатами $\lambda = 6^h50^m0^s$ ($n=7$) и $\varphi = +71°58'$?

109. В какие точки неба, определяемые горизонтальными координатами, необходимо направить телескоп, установленный в пункте с географическими координатами $\lambda = 2^h59^m.2$ ($n=3$) и $\varphi = +41°42'$, чтобы 4 мая 1975 г. ($s_0 = 14^h45^m02^s$) в 22^h40^m по поясному времени увидеть Уран ($\alpha = 13^h52^m.1$, $\delta = -10°55'$) и Нептун ($\alpha = 16^h39^m.3$, $\delta = -20°32'$)?

110. В какие моменты времени восходит, кульминирует и заходит и сколько времени находится над горизонтом точка летнего солнцестояния 22 марта ($s_0 = 11^h55^m31^s$) и 22 июня ($s_0 = 17^h58^m14^s$) на центральном меридиане второго часового пояса в местах с географической широтой $\varphi = +37°45'$ и $\varphi = +68°20'$? Моменты выразить по звездному и декретному времени.

111. Вычислить азимуты и моменты восхода, верхней кульминации, захода и нижней кульминации звезд Кастора ($\alpha = 7^h31^m25^s$, $\delta = +32°00'$) и Антареса ($\alpha = 16^h26^m20^s$, $\delta = -26°19'$) 15 апреля ($s_0 = 13^h30^m08^s$) и 15 октября ($s_0 = 1^h31^m37^s$) в местах земной поверхности с географическими координатами $\lambda = 3^h53^m33^s$ ($n=4$), $\varphi = +37°45'$ и $\lambda = 2^h12^m15^s$ ($n=2$), $\varphi = +68°59'$.

112. Вычислить азимуты и моменты восхода, верхней кульминации и захода Солнца, его полуденную и полуночную высоту, а также продолжительность дня в даты весеннего равноденствия и обоих солнцестояний в пунктах с географическими координатами $\lambda = 2^h36^m.3$ ($n=2$),

$\varphi = +59°57'$ и $\lambda = 5^{ч}53^{м},9$ ($n = 6$), $\varphi = +69°18'$. В последовательные даты уравнение времени соответственно равно $+7^{м}23^{с}$, $+1^{м}35^{с}$ и $-2^{м}08^{с}$.

113. В какие моменты времени 30 июля ($s_0 = 20^{ч}28^{м}03^{с}$) в пункте с $\lambda = 2^{ч}58^{м}0^{с}$ ($n = 3$) и $\varphi = +40°14'$ нижеперечисленные звезды имеют горизонтальные координаты A и z:

Звезда	α	δ	A	z
Сириус (α Большого Пса)	$6^{ч}42^{м}57^{с}$	$-16°39'$	$-40°10'$	$67°08'$
Регул (α Льва)	10 05 43	$+12$ 13	$+65$ 05	46 28
Капелла (α Возничего)	5 13 0	$+45$ 58	$+152$ 55	86 25

114. В пункте с географическими координатами $\lambda = 4^{ч}37^{м}11^{с}$ ($n = 5$) и $\varphi = +41°18'$ 5 августа 1975 г. ($s_0 = 20^{ч}51^{м}42^{с}$) были измерены горизонтальные координаты двух звезд: в $21^{ч}10^{м}$ у первой звезды $A = -8°33'$ и $z = 49°51'$, а в $22^{ч}50^{м}$ у второй звезды $A = 46°07'$ и $z = 38°24'$. Вычислить экваториальные координаты этих звезд.

($\lambda = 2^{ч}59^{м}11^{с}$, $n=3$) и в Охотске ($\lambda = 9^{ч}33^{м}10^{с}$, $n=10$) соответственно равны $+67°48'$ и $-24°32'$?

106. На каких географических меридианах звезды α Близнецов и γ Большой Медведицы находятся в верхней кульминации 20 сентября ($s_0 = 23^{ч}53^{м}04^{с}$) в $8^{ч}40^{м}26^{с}$ по времени Иркутска ($n=7$)? Прямое восхождение этих звезд соответственно равно $7^{ч}31^{м}25^{с}$ и $11^{ч}51^{м}13^{с}$.

107. Определить горизонтальные координаты звезд ε Большой Медведицы ($\alpha = 12^{ч}51^{м}50^{с}$, $\delta = +56°14'$) и Антареса ($\alpha = 16^{ч}26^{м}20^{с}$, $\delta = -26°19'$) в $14^{ч}10^{м}0^{с}$ по звездному времени в Евпатории ($\varphi = +45°12'$).

108. Чему равны горизонтальные координаты звезд Геммы ($\alpha = 15^{ч}32^{м}34^{с}$, $\delta = +26°53'$) и Спики ($\alpha = 13^{ч}22^{м}33^{с}$, $\delta = -10°54'$) 15 апреля ($s_0 = 13^{ч}30^{м}08^{с}$) и 20 августа ($s_0 = 21^{ч}50^{м}50^{с}$) в $21^{ч}30^{м}$ по декретному времени в пункте с географическими координатами $\lambda = 6^{ч}50^{м}0^{с}$ ($n=7$) и $\varphi = +71°58'$?

109. В какие точки неба, определяемые горизонтальными координатами, необходимо направить телескоп, установленный в пункте с географическими координатами $\lambda = 2^{ч}59^{м},2$ ($n=3$) и $\varphi = +41°42'$, чтобы 4 мая 1975 г. ($s_0 = 14^{ч}45^{м}02^{с}$) в $22^{ч}40^{м}$ по поясному времени увидеть Уран ($\alpha = 13^{ч}52^{м},1$, $\delta = -10°55'$) и Нептун ($\alpha = 16^{ч}39^{м},3$, $\delta = -20°32'$)?

110. В какие моменты времени восходит, кульминирует и заходит и сколько времени находится над горизонтом точка летнего солнцестояния 22 марта ($s_0 = 11^{ч}55^{м}31^{с}$) и 22 июня ($s_0 = 17^{ч}58^{м}14^{с}$) на центральном меридиане второго часового пояса в местах с географической широтой $\varphi = +37°45'$ и $\varphi = +68°20'$? Моменты выразить по звездному и декретному времени.

111. Вычислить азимуты и моменты восхода, верхней кульминации, захода и нижней кульминации звезд Кастора ($\alpha = 7^{ч}31^{м}25^{с}$, $\delta = +32°00'$) и Антареса ($\alpha = 16^{ч}26^{м}20^{с}$, $\delta = -26°19'$) 15 апреля ($s_0 = 13^{ч}30^{м}08^{с}$) и 15 октября ($s_0 = 1^{ч}31^{м}37^{с}$) в местах земной поверхности с географическими координатами $\lambda = 3^{ч}53^{м}33^{с}$ ($n=4$), $\varphi = +37°45'$ и $\lambda = 2^{ч}12^{м}15^{с}$ ($n=2$), $\varphi = +68°59'$.

112. Вычислить азимуты и моменты восхода, верхней кульминации и захода Солнца, его полуденную и полуночную высоту, а также продолжительность дня в даты весеннего равноденствия и обоих солнцестояний в пунктах с географическими координатами $\lambda = 2^{ч}36^{м},3$ ($n=2$),

$\varphi = +59°57'$ и $\lambda = 5^{ч}53^{м},9$ ($n=6$), $\varphi = +69°18'$. В последовательные даты уравнение времени соответственно равно $+7^{м}23^{с}$, $+1^{м}35^{с}$ и $-2^{м}08^{с}$.

113. В какие моменты времени 30 июля ($s_0 = 20^{ч}28^{м}03^{с}$) в пункте с $\lambda = 2^{ч}58^{м}0^{с}$ ($n=3$) и $\varphi = +40°14'$ нижеперечисленные звезды имеют горизонтальные координаты A и z:

Звезда	α	δ	A	z
Сириус (α Большого Пса)	$6^{ч}42^{м}57^{с}$	$-16°39'$	$-40°10'$	$67°08'$
Регул (α Льва)	10 05 43	$+12$ 13	$+65$ 05	46 28
Капелла (α Возничего)	5 13 0	$+45$ 58	$+152$ 55	86 25

114. В пункте с географическими координатами $\lambda = 4^{ч}37^{м}11^{с}$ ($n=5$) и $\varphi = +41°18'$ 5 августа 1975 г. ($s_0 = 20^{ч}51^{м}42^{с}$) были измерены горизонтальные координаты двух звезд: в $21^{ч}10^{м}$ у первой звезды $A = -8°33'$ и $z = 49°51'$, а в $22^{ч}50^{м}$ у второй звезды $A = 46°07'$ и $z = 38°24'$. Вычислить экваториальные координаты этих звезд.

II. ОСНОВЫ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ АСТРОНОМИИ И НЕБЕСНОЙ МЕХАНИКИ

§ 6. ЭМПИРИЧЕСКИЕ ЗАКОНЫ КЕПЛЕРА И КОНФИГУРАЦИИ ПЛАНЕТ

Планеты обращаются вокруг Солнца по эллиптическим орбитам, в одном, общем фокусе которых находится Солнце. В первом приближении можно считать, что орбиты больших планет (кроме Плутона) лежат в одной плоскости. Большая полуось a орбиты (рис. 4) определяет размеры, а эксцентриситет e — степень вытянутости орбиты. Радиус-вектор r планеты определяется уравнением эллипса

$$r = \frac{a(1-e^2)}{1+e\cos\vartheta} \tag{34}$$

и меняется в пределах от перигельного расстояния

$$q = СП = a(1-e), \tag{35}$$

когда истинная аномалия $\vartheta = 0^0$, до афелийного расстояния

$$Q = CA = a(1+e) \tag{36}$$

при $\vartheta = 180°$.

Средним расстоянием планеты от Солнца является большая полуось ее орбиты

$$a = \frac{q+Q}{2}. \tag{37}$$

Расстояния между планетами и расстояния планет от Солнца обычно выражаются в астрономических единицах (а. е.), но иногда и в километрах из расчета, что 1 а. е. $= 149{,}6 \cdot 10^6$ км.

Звездные, или сидерические, периоды обращения T_1 и T_2 двух планет связаны с их средними расстояниями a_1 и a_2 от Солнца третьим законом Кеплера

$$\frac{T_2^2}{T_1^2} = \frac{a_2^3}{a_1^3}, \qquad (38)$$

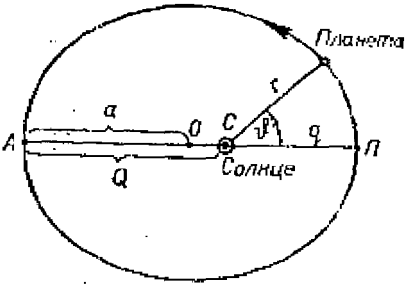

Рис. 4. Эллиптическая орбита

Если T дается в годах и a — в астрономических единицах, то, принимая для Земли $T_0=1$ год и $a_0=1$ а. е., получим для любой планеты

$$T^2=a^3. \qquad (39)$$

Средняя орбитальная, или круговая, скорость планеты

$$v_a = \frac{2\pi a}{T} \qquad (40)$$

всегда выражается в км/с. Так как обычно a задается в астрономических единицах (1 а. е.$=149{,}6\cdot10^6$ км) и T — в годах (1 год$=31{,}56\cdot10^6$ с), то

$$v_a = \frac{2\pi a\cdot 149{,}6\cdot10^6}{T\cdot 31{,}56\cdot10^6} = 29{,}78\ \frac{a}{T}.$$

Заменив T из формулы (39), получим:

$$v_a = \frac{29{,}78}{\sqrt{a}} \approx \frac{29{,}8}{\sqrt{a}}\ \text{(км/с)}. \qquad (41)$$

Средняя продолжительность синодического периода обращения S планеты связана с сидерическим периодом T уравнением синодического движения:

для нижних планет

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}, \qquad (42)$$

для верхних планет

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T}, \qquad (43)$$

где T_0 — сидерический период обращения Земли, равный 1 звездному году.

Средний синодический период обращения позволяет вычислить примерную дату t_2 очередного наступления

определенной конфигурации планеты по известной дате t_1 такой же конфигурации, так как

$$t_2 \approx t_1 + S. \qquad (44)$$

Любые планетные конфигурации и даты их наступления могут быть вычислены по гелиоцентрической долготе l планет, отсчитываемой в плоскости эклиптики от точки весеннего равноденствия Υ в прямом направлении, т. е. против вращения часовой стрелки. Пусть в некоторый день года t_1 гелиоцентрическая долгота верхней планеты l_1, а гелиоцентрическая долгота Земли l_{01} (рис. 5). Планета за средние сутки проходит по орбите дугу $\omega = 360°/T$ (среднее суточное движение планеты), а Земля — дугу $\omega_0 = 360°/T_0$ (среднее суточное движение Земли), где T и T_0 выражены в средних сутках, причем $T > T_0$ и $\omega < \omega_0$.

В день t_2 искомой конфигурации гелиоцентрическая долгота планеты

$$l_2 = l_1 + \omega(t_2 - t_1) = l_1 + \omega \cdot \Delta t_1 \qquad (45)$$

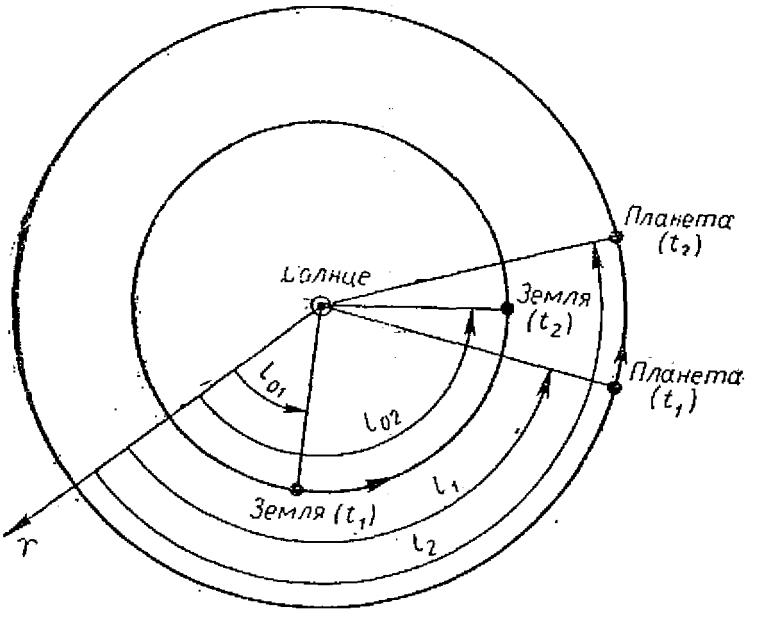

Рис. 5. Гелиоцентрическая долгота

а Земли

$$l_{02}=l_{01}+\omega_0(t_2-t_1)=l_{01}+\omega\cdot\Delta t, \qquad (46)$$

откуда, обозначив $\omega_0-\omega=\Delta\omega$ и $(l_{02}-l_{01})-(l_2-l_1)=L$, получим:

$$\Delta t=\frac{L}{\Delta\omega} \qquad (47)$$

и

$$t_2=t_1+\Delta t. \qquad (48)$$

При вычислении конфигураций нижних планет $\Delta\omega=\omega-\omega_0$.

Наибольшие сближения с Землей планет, обращающихся по заметно вытянутым орбитам, повторяются через целые числа m и n средних синодических S и сидерических T периодов обращения, поскольку

$$mS=nT. \qquad (49)$$

Эта же формула позволяет установить периодичность великих противостояний планет.

Примеры

1. Найти перигельное и афелийное расстояния, сидерический и синодический периоды обращения, а также круговую скорость малой планеты Поэзии, если большая полуось и эксцентриситет ее орбиты равны 3,12 а. е. и 0,144.

Данные: $a=3{,}12$ а. е., $e=0{,}144$.

Решение. По формулам (35) и (36) перигельное расстояние $q=a(1-e)=3{,}12(1-0{,}144)=2{,}67$ а. е. и афелийное расстояние $Q=a(1+e)=3{,}12(1+0{,}144)=3{,}57$ а. е.

Формула (39) дает сидерический период обращения

$$T=a\sqrt{a}=3{,}12\sqrt{3{,}12};\ T=5{,}51 \text{ года},$$

а так как $a>a_0=1$ а. е., то планета верхняя и поэтому ее синодический период обращения S вычисляется по формуле (43) при $T_0=1$ году:

$$S=\frac{T}{T-1}=\frac{5{,}51}{5{,}51-1};\ S=1{,}22 \text{ года}.$$

Формула (41) дает круговую скорость

$$v_a=\frac{29{,}8}{\sqrt{a}}=\frac{29{,}8}{\sqrt{3{,}12}};\ v_a=16{,}9 \text{ км/с}.$$

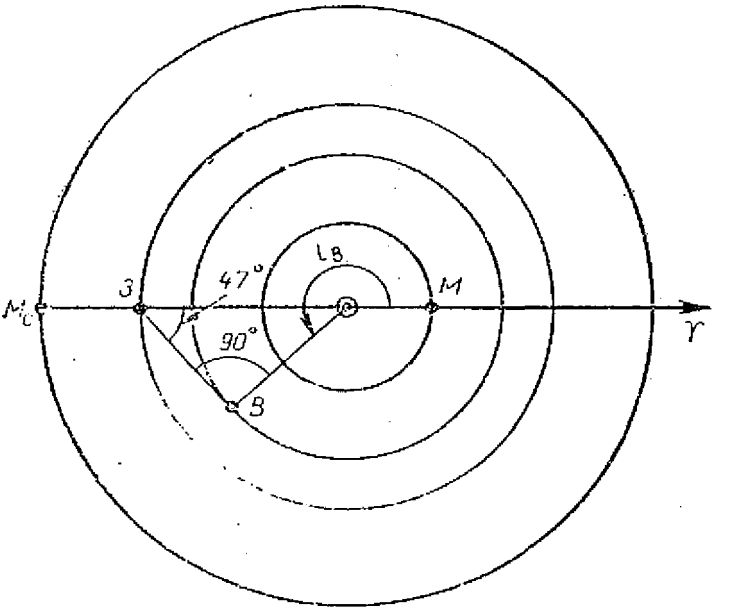

Рис. 6. Конфигурации планет

2. Определить гелиоцентрическую долготу Земли и планет 21 марта, если в этот день Меркурий находился в верхнем соединении с Солнцем, Венера — в наибольшей западной элонгации ($\Delta\lambda=47°$) и Марс — в противостоянии.

Данные: Меркурий, $\Delta\lambda=0°$; Венера, $\Delta\lambda=47°$; Марс, $\Delta\lambda=180°$.

Решение. На чертеже (рис. 6) изображаем орбиты планет концентрическими окружностями с центром в Солнце, из которого проводим луч, показывающий направление на точку весеннего равноденствия Υ. Так как 21 марта Солнце с Земли видно в точке весеннего равноденствия Υ, то Земля (*з*) находится в диаметрально противоположной точке своей орбиты, и ее гелиоцентрическая долгота $l_0=180°$. Меркурий (М) изображаем в верхнем соединении (за Солнцем), и его гелиоцентрическая долгота $l_М=0°$. Венера (В) находится в наибольшей западной элонгации и поэтому проводим с Зем-

ли касательную к орбите Венеры вправо (к западу) от Солнца. Гелиоцентрическая долгота Венеры

$$l_в = 180° + (90° - \Delta\lambda) = 270° - 47° = 223°.$$

У Марса (Мс), находящегося в противостоянии, гелиоцентрическая долгота $l_{Мс} = 180°$.

3. Верхнее соединение Меркурия произошло 18 апреля 1975 г. Когда примерно наступит ближайшая наибольшая западная элонгация планеты ($\Delta\lambda = 22°$), если среднее суточное движение Меркурия $\omega = 4°,09$, а Земли $\omega_0 = 0°,99$?

Данные: Меркурий, $t_1 = 18.IV1975$ г., $\Delta\lambda = 22°$, $\omega = 4°,09$; Земля, $\omega_0 = 0°,99$.

Решение. Меркурий движется быстрее Земли ($\omega > \omega_0$). Изобразим на чертеже (рис. 7) Землю и расположения Меркурия относительно нее в день t_1 верхнего соединения (M_1) и в день t_2 очередной наибольшей западной элонгации (M_2). За промежуток времени $\Delta t = t_2 - t_1$ Меркурий пройдет дугу $L = M_1M_2$ со средним суточным движением $\Delta\omega = \omega - \omega_0 = 4°,09 - 0°,99 = 3°,10$. Из чертежа видно, что $L = 180° + (90° - \Delta\lambda) = 270° - 22° = 248°$. Тогда, согласно формуле (47),

$$\Delta t = \frac{L}{\Delta\omega} = \frac{248°}{3°,10} = 80 \text{ сут}$$

и очередная наибольшая западная элонгация Меркурия наступит вблизи $t_2 = 18.IV1975$ г. $+ 80$ сут $= 98.IV1975$ г. или $t_2 = 7$ июля 1975 г.

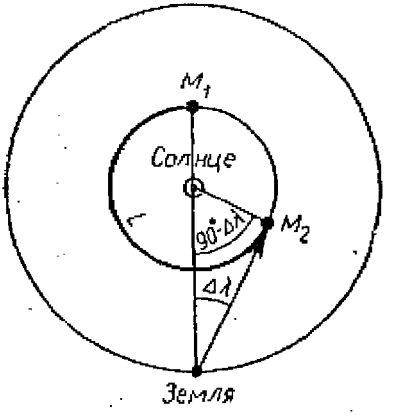

Рис. 7. Относительный путь Меркурия

115. Вычислить перигельное и афелийное расстояния планет Сатурна и Нептуна, если их средние расстояния от Солнца равны 9,54 а. е. и 30,07 а. е., а эксцентриситеты орбит — 0,054 и 0,008.

116. Какая из двух планет — Нептун ($a = 30,07$ а. е., $e = 0,008$) или Плутон ($a = 39,52$ а. е., $e = 0,253$) — подходит

ближе к Солнцу? В скобках даны большая полуось и эксцентриситет орбиты планеты.

117. Найти значения истинной аномалии планеты, при которых ее радиус-вектор равен среднему гелиоцентрическому расстоянию.

118. Найти эксцентриситет орбиты и перигельное расстояние планеты Марса и астероида Адониса, если у Марса большая полуось орбиты равна 1,52 а. е. и наибольшее расстояние от Солнца 1,66 а. е., а у Адониса соответственно 1,97 а. е. и 3,50 а. е. Указать, какая из этих двух планет подходит ближе к Солнцу.

119. На каком среднем и наибольшем гелиоцентрическом расстоянии движутся малые планеты Икар и Симеиза, если у Икара перигельное расстояние и эксцентриситет орбиты равны 0,187 а. е. и 0,827, а у Симеизы — 3,219 а. е. и 0,181? У какой из этих планет радиус-вектор изменяется в больших пределах, абсолютно и относительно?

120. Вычислить периоды обращения вокруг Солнца планеты Венеры и астероида Европы, у которых средние гелиоцентрические расстояния соответственно равны 0,723 а. е. и 3,10 а. е.

121. Определить периоды обращения вокруг Солнца малой планеты Аполлона и кометы Икейи, если обе они проходят вблизи Солнца почти на одинаковых расстояниях, равных у Аполлона 0,645 а. е., а у кометы 0,633 а. е., но их орбиты имеют эксцентриситеты 0,566 и 0,9933 соответственно.

122. Первый спутник планеты Юпитера — Ио обращается вокруг нее за $42^{ч}28^{м}$ на среднем расстоянии в 421 800 км. С какими периодами обращаются вокруг Юпитера его спутники Европа и Ганимед, большие полуоси орбит которых равны 671,1 тыс. км и 1070 тыс. км?

123. Найти средние расстояние от Сатурна его спутников Мимаса и Реи, обращающихся вокруг планеты с периодами в $22^{ч}37^{м}$ и $4^{д},518$. Самый крупный спутник планеты — Титан, обращается за $15^{д},945$ по орбите с большой полуосью в 1221 тыс. км.

124. Видимое с Земли суточное смещение Солнца по эклиптике в начале января достигает наибольшего значения 61′, а в начале июля — наименьшего значения 57′. Вычислить эксцентриситет земной орбиты и указать, какие ее точки Земля проходит в эти дни.

125. Астероид Фортуна сближается с Землей до расстояния в 1,056 а. е., а астероид Офелия — до 1,716 а. е. Их средние гелиоцентрические расстояния соответственно равны 2,442 а. е. и 3,129 а. е. Найти эксцентриситеты орбит этих астероидов, их перигельное и афелийное расстояния. Орбиту Земли считать окружностью, а наклонениями орбит астероидов (1°,5 и 2°,5) пренебречь.

126. На каких предельных расстояниях от Земли могут находиться планеты Меркурий ($a=0{,}387$ а. е., $e=0{,}206$) и Марс ($a=1{,}524$ а. е., $e=0{,}093$)? В скобках даны большая полуось и эксцентриситет орбиты планеты. Эксцентриситетом земной орбиты пренебречь.

127. Найти пределы изменения диаметра солнечного диска с планеты Марс, если при среднем гелиоцентрическом расстоянии планеты он равен 21′03″. Эксцентриситет орбиты планеты равен 0,093.

128. Видимый с Земли диаметр солнечного диска в начале января равен 32′35″, а в начале июля — 31′31″. Вычислить эксцентриситет земной орбиты, перигельное и афелийное расстояния Земли и сравнить влияние эксцентриситета на смену сезонов года с воздействием наклона земной оси, равного 23°27′ (расчеты провести для географической широты 0°, 30° и 60°).

129. Чему равна круговая скорость планет Урана и Плутона, среднее расстояние которых от Солнца составляет соответственно 19,19 а. е. и 39,52 а. е.?

130. Найти среднюю орбитальную скорость астероидов Икара (1,078 а. е.), Крымеи (2,774 а. е.) и Нестора (5,237 а. е.). В скобках указано среднее гелиоцентрическое расстояние астероида.

131. При каких значениях истинной аномалии скорость небесного тела, обращающегося по эллиптической орбите, равна его круговой скорости?

132. Астероид Лидия обычно бывает в противостоянии через каждые 469 сут, а астероид Инна — через 447 сут. Во сколько раз эти астероиды в среднем дальше от Солнца, чем Земля?

133. Средний синодический период обращения Меркурия составляет 116 сут и перигельное расстояние 0,307 а. е., Сатурна — 378 сут и 9,024 а. е. Вычислить для этих планет сидерический период обращения, большую полуось и эксцентриситет орбиты, афелийное расстояние, наибольшее и наименьшее геоцентрическое расстояние,

круговую скорость, а также предельное изменение количества тепла, получаемого ими от Солнца, вследствие эллиптичности орбиты. Земную орбиту принять круговой.

134. Найти примерные даты предыдущей и очередной наибольшей западной элонгации Венеры, если такая же ее конфигурация была 7 ноября 1975 г. Большая полуось орбиты Венеры равна 0,723 а. е.

135. Вычислить весьма приближенные даты двух очередных верхнего и нижнего соединений Меркурия, если предыдущее нижнее соединение планеты произошло 9 октября 1975 г. Звездный период обращения Меркурия равен 88 сут.

136. Определить гелиоцентрическую долготу планет Меркурия и Юпитера 25 сентября 1975 г., если 9 марта этого же года гелиоцентрическая долгота Меркурия была 243°, а Юпитера 359°. Среднее суточное движение Меркурия 4°,09 и Юпитера 5′,0.

137. 17 февраля 1975 г. гелиоцентрическая долгота Венеры была равна 26°, а гелиоцентрическая долгота Сатурна 107°. Среднее суточное движение этих планет соответственно равно 1°,602 и 0°,034. Вычислить гелиоцентрическую долготу обеих планет на 17 июля 1975 г. и объяснить причину резкого различия в изменении гелиоцентрической долготы этих планет за один и тот же промежуток времени.

138. 29 марта 1975 г. гелиоцентрическая долгота Земли была равна 187°, Юпитера 1° и Урана 210°. Когда произойдет ближайшее противостояние этих планет, если среднее суточное движение Земли равно 0°,986, Юпитера 4′,98 и Урана 0′,72?

139. Найти день очередного верхнего соединения Венеры, если 23 апреля 1975 г. ее гелиоцентрическая долгота равнялась 131°, а гелиоцентрическая долгота Земли— 212°. Среднее суточное движение Венеры равно 1°,602, а Земли 0°,986.

140. Определить день очередного нижнего соединения Венеры, если ее наибольшая западная элонгация ($\Delta\lambda=47°$) произошла 7 ноября 1975 г. Сведения о среднем суточном движении см. в задаче 139.

141. Вычислить день очередной наибольшей восточной элонгации ($\Delta\lambda=22°$) Меркурия, если его наибольшая западная элонгация ($\Delta\lambda=27°$) была 6 марта 1975 г.

Среднее суточное движение Меркурия равно 4°,092, а Земли 0°,986.

142. Противостояние астероида Ирмы произошло 23 сентября 1976 г., а Лины — 2 декабря 1976 г. Большая полуось орбиты Ирмы равна 2,772, а. е., а орбиты Лины — 3,139 а. е. Когда произойдет ближайшее соединение этих астероидов друг с другом?

143. Чему была равна гелиоцентрическая долгота Земли и планет 23 сентября, когда Меркурий находился в наибольшей западной элонгации ($\Delta\lambda=28°$), Венера — в нижнем соединении, Марс — в соединении и Юпитер — в противостоянии?

144. Определить гелиоцентрическую долготу Земли и планет 22 июня, если в этот день Меркурий находился в нижнем соединении, Венера — в наибольшей восточной элонгации ($\Delta\lambda=45°$), Марс — в противостоянии и Юпитер — в западной квадратуре. Гелиоцентрическое расстояние Юпитера принять равным 5,20 а. е.

145. Сидерический период обращения Меркурия равен 88^d, а синодический период — 116^d. Примерно через сколько времени повторяются наибольшие сближения Меркурия с Землей?

146. У орбиты Марса большая полуось — около 1,52 а.е. и эксцентриситет 0,093, а у орбиты астероида Эрота — 1,46 а. е. и 0,222. Через какие промежутки времени происходят великие противостояния этих планет, на какое примерно расстояние они в эти эпохи сближаются с Землей и насколько могут удаляться от нее вне этих эпох? Орбиту Земли принять круговой, наклонением орбит планет пренебречь.

§ 7. РАССТОЯНИЯ, РАЗМЕРЫ И ВРАЩЕНИЕ ТЕЛ СОЛНЕЧНОЙ СИСТЕМЫ

Расстояния r от Земли до тел Солнечной системы вычисляются по их горизонтальным экваториальным параллаксам p_0 и экваториальному радиусу Земли R_0:

$$r = \frac{R_0}{\sin p_0}, \tag{50}$$

или

$$r = \frac{3438'}{p_0} R_0, \tag{51}$$

если параллакс выражен в минутах дуги (p_0') и

$$r = \frac{206265''}{p_0'} R_0 \qquad (52)$$

при параллаксе, выраженном в секундах дуги (p_0'').

Если положить $R_0 = 1$, то r получается в экваториальных радиусах Земли. При вычислении r в километрах следует принять $R_0 = 6378$ км.

Если угловые размеры небесного тела $\rho \geqslant 3°$, то его линейные размеры

$$R = r \sin \rho, \qquad (53)$$

а при $\rho < 3°$, вследствие пропорциональности sin ρ и ρ,

$$R = r \frac{\rho'}{2438'} \quad (\rho \text{ — в минутах дуги}), \qquad (54)$$

$$R = r \frac{\rho''}{206265''} \quad (\rho \text{ — в секундах дуги}) \qquad (55)$$

и

$$R = R_0 \frac{\rho}{p_0}, \qquad (56)$$

где ρ и p_0 — в одноименных единицах измерения.

В формулах (53)—(56) R получается в единицах измерения, принятых для r и R_0.

Радиусы Солнца и планет обычно выражаются в радиусах Земли (реже — в километрах), причем полярный радиус $R_п$, экваториальный радиус R_e и сжатие ε планеты связаны зависимостью

$$R_п = R_e (1 - \varepsilon), \qquad (57)$$

а средний радиус

$$R_c = \sqrt[3]{R_e^2 R_п} = R_e \sqrt[3]{1 - \varepsilon}. \qquad (58)$$

При совпадении направлений вращения и обращения небесного тела вокруг Солнца продолжительность его солнечных суток S, период вращения P и период обращения T связаны зависимостью

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{P} - \frac{1}{T} \quad (\text{при } P < T) \qquad (59)$$

и

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{T} - \frac{1}{P} \quad (\text{при } P > T), \qquad (60)$$

а при противоположных направлениях одному из периодов приписывается знак минус.

Примеры

1. У кометы, проходившей недалеко от Земли, горизонтальный экваториальный параллакс был 14″,5, угловой диаметр головы 15′ и видимая длина хвоста 8°. Вычислить линейные размеры головы и нижний предел длины хвоста кометы. (Наблюдатель видит проекцию хвоста на небесную сферу.)

Данные: $p_0 = 14''{,}5$, $\rho = 15'$ и $\lambda = 8°$.

Решение. Расстояние кометы от Земли может быть найдено либо по формуле (52):

$$r = \frac{206265''}{p_0''} R_\oplus = \frac{206265''}{14''{,}5} 6378 = 90{,}73 \cdot 10^6 \text{ км},$$

либо при известном параллаксе Солнца $p_\odot = 8''{,}794$:

$$r = a_0 \frac{p_\odot}{p_0} = 1 \cdot \frac{8''{,}794}{14''{,}5} = 0{,}6065 \text{ а. е.}$$

или

$$r = 0{,}6065 \cdot 149{,}6 \cdot 10^6 = 90{,}73 \cdot 10^6 \text{ км}.$$

Поскольку $\rho < 3°$, то по формуле (54) линейный диаметр головы

$$D = r \frac{\rho'}{3438'} = 90{,}73 \cdot 10^6 \frac{15'}{3438'} = 396 \cdot 10^3 \text{ км}.$$

Угловая длина хвоста $\lambda = 8° > 3°$, и поэтому для вычисления нижнего предела длины хвоста используется формула (53):

$$l = r \sin\lambda = 0{,}6065 \cdot \sin 8° = 0{,}6065 \cdot 0{,}1392 =$$

или

$$= 0{,}0844 \text{ а. е.},$$

$$l = 0{,}0844 \cdot 149{,}6 \cdot 10^6 = 12{,}6 \cdot 10^6 \text{ км}.$$

2. Некоторая гипотетическая планета обращается вокруг Солнца в прямом направлении за 1,52 года, а вращается вокруг своей оси навстречу с периодом 32 сут. Найти продолжительность солнечных суток на планете.

Данные: $T = 1{,}52$ года $= 555^д$, $P = 32^д$.

Решение. Так как $P < T$, а направление вращения противоположно обращению, то, согласно формуле (59),

$$\frac{1}{S} = \frac{1}{P} - \frac{1}{T} = \frac{1}{32} + \frac{1}{555} = \frac{587}{32 \cdot 555},$$

откуда продолжительность солнечных суток

$$S = \frac{32 \cdot 555}{587} = 30^{\text{д}},$$ т. е. 30 земных суток.

147. Вычислить средний радиус и сжатие Земли, если ее экваториальный радиус равен 6378 км, а полярный радиус — 6357 км.

148. Радионмпульс, направленный к Венере в ее нижнем соединении на среднем расстоянии от Солнца 0,7233 а. е., возвратился к Земле через $4^{\text{м}}36^{\text{с}}$. Вычислить геоцентрическое расстояние планеты во время радиолокации, длину астрономической единицы в километрах и средний горизонтальный экваториальный параллакс Солнца.

149. При среднем противостоянии Марса посланный к нему радиосигнал возвратился к Земле через 522,6 с. Найти среднее гелиоцентрическое расстояние Земли и соответствующий ему горизонтальный экваториальный параллакс Солнца. Сидерический период обращения Марса равен 1,881 года.

150. Чему равен горизонтальный экваториальный параллакс Луны при ее среднем (384 400 км), ближайшем (356 410 км) и наибольшем (406 740 км) геоцентрическом расстоянии? Экваториальный радиус Земли — 6378 км.

151. По данным или результатам задачи 150 вычислить предельные значения диаметра лунного диска, который при среднем геоцентрическом расстоянии равен 31′05″.

152. Пределы геоцентрического расстояния Луны, измеренного радиолокационным методом в 1975 г., были: 16 января — 406 090 км; 28 января — 357 640 км и 12 февраля — 406 640 км. Найти значения большой полуоси и эксцентриситета лунной орбиты в интервалах времени, заключенных между смежными датами.

153. Радиосигнал, направленный к Меркурию при его наибольшем сближении с Землей, вернулся на Землю через $8^{\text{м}}52^{\text{с}}$. Определить геоцентрическое расстояние планеты и эксцентриситет ее орбиты, если большая полуось орбиты равна 0,387 а. е.

154. Синодический период обращения астероида Эрота составляет 2,316 года. 23 января 1975 г., в эпоху великого противостояния, его горизонтальный экваториальный параллакс был равен 58″,26, а радиус-вектор

Земли мало отличался от ее перигельного расстояния (эксцентриситет земной орбиты — 0,017). На каком расстоянии от Земли прошел в этот день астероид и чему равны большая полуось и эксцентриситет его орбиты?

155. Чему равны горизонтальные экваториальные параллаксы Урана и Нептуна в противостоянии при их среднем, перигельном и афелийном расстояниях? Большая полуось и эксцентриситет орбиты первой планеты равны 19,19 а. е. и 0,0460, а второй — 30,07 а. е. и 0,0079. Орбиту Земли считать окружностью, а параллакс Солнца принять равным 8″,794.

156. В каких пределах меняется горизонтальный экваториальный параллакс Солнца, если при среднем гелиоцентрическом расстоянии Земли он равен 8″,794, а эксцентриситет земной орбиты — 0,0167?

157. Вычислить линейный радиус Луны в радиусах Земли и в километрах, если при горизонтальном экваториальном параллаксе в 55′,1 радиус лунного диска равен 15′,0.

158. При среднем противостоянии горизонтальный экваториальный параллакс Юпитера равен 2″,09, а Сатурна — 1″,03. Вычислить экваториальный, средний и полярный радиусы, а также сжатие этих планет, если у первой угловой экваториальный диаметр составляет 46″,8, угловой полярный диаметр 43″,9, а у второй — соответственно 19″,4 и 17″,5.

159. Узнать линейные размеры большого диаметра Красного пятна на Юпитере и диаметр радиационного пояса планеты, если пятно видно с Земли под углом около 10″, а радиоизлучение планеты наблюдается из окружающего ее пространства вплоть до расстояния в 13′,7 от центра ее диска. Параллакс Юпитера принять равным 2″,09.

160. Горизонтальный экваториальный параллакс Солнца равен 8″,794, а его угловой диаметр — 32′. Вычислить линейный радиус Солнца в сравнении с земным и линейные диаметры солнечных пятен с угловыми диаметрами в 0″,8 и 24″.

161. Во время противостояния Юпитера при его среднем расстоянии от Солнца в 5,20 а. е. наблюдаемая с Земли наибольшая элонгация его четырех галилеевых спутников, обращающихся по незначительно вытянутым орбитам, составляет соответственно 138″,5; 220″,5; 351″,2

и 618″,1. Найти значения больших полуосей орбит этих спутников.

162. На каких примерно расстояниях обращаются вокруг Марса его спутники Фобос и Деймос, которые по наблюдениям с Земли при среднем противостоянии планеты удаляются от нее соответственно на 24″,7 и 61″,8? Большая полуось орбиты Марса равна 1,524 а. е.

163. С какой угловой и линейной скоростью вращаются точки лунного экватора и селенографических параллелей с широтой 30° и 60°? Диаметр Луны — 3476 км, а период ее вращения — 27д,32.

164. Экваториальная зона планеты Юпитера диаметром в 142 800 км вращается с периодом 9ч50м, а средняя зона, диаметр которой 139 400 км, — с периодом 9ч55м. Найти угловую и линейную скорость точек экватора планеты и параллелей с широтой +30° и +60°.

165. За 1 час наблюдений детали поверхности планеты Марса сместились по долготе на 14°,62. Вычислить период вращения Марса и линейную скорость вращения точек его экватора и параллелей с широтой —20° и —50°. Диаметр Марса — 6800 км.

166. Найти географическую широту точек земной поверхности, линейная скорость вращения которых в два, четыре и восемь раз меньше линейной скорости экватора.

167. Меркурий и Луна вращаются в направлении своего орбитального движения, первый с периодом в 58д,65, а вторая с периодом в 27д,32. Период обращения Меркурия вокруг Солнца равен 88д, а Луна обращается вокруг него вместе с Землей. Чему равна продолжительность солнечных суток на Меркурии и на Луне?

168. Какая продолжительность солнечных суток в современных единицах измерения была бы на Земле, Луне и Меркурии, если бы эти небесные тела вращались навстречу орбитальному движению, т. е. с востока к западу? Необходимые данные заимствовать из предыдущей задачи.

169. Найти продолжительность солнечных суток на Венере, которая вращается с периодом в 243д,16 в обратном направлении, а обращается вокруг Солнца в прямом направлении за 225д. Какова была бы продолжительность солнечных суток при совпадении направлений вращения и обращения?

§ 8. ЗАКОН ВСЕМИРНОГО ТЯГОТЕНИЯ И ЗАДАЧА ДВУХ ТЕЛ

В частном случае задачи двух тел рассматривается движение тела меньшей массы m относительно тела большей массы M, принимаемого за неподвижное и называемого центральным телом.

Линейная скорость v движущегося тела относительно центрального определяется интегралом энергии

$$v^2 = \mu\left(\frac{2}{r} - \frac{1}{a}\right), \tag{61}$$

где $\mu = G(M+m)$, a — большая полуось орбиты тела меньшей массы, r — радиус-вектор того же тела, G — гравитационная постоянная.

Если масса m движущегося тела пренебрежимо мала в сравнении с массой M центрального тела, то задача двух тел называется ограниченной и тогда $\mu = GM$.

Согласно интегралу энергии, чтобы тело меньшей массы обращалось вокруг центрального тела по круговой орбите (эксцентриситет $e=0$) радиусом $r=a$, оно должно на этом расстоянии иметь скорость

$$v_к = \sqrt{\frac{\mu}{a}} = \sqrt{\frac{\mu}{r}}, \tag{62}$$

называемую круговой скоростью. Как средняя скорость движения тела она может быть также подсчитана по периоду обращения T и большой полуоси a орбиты тела:

$$v_к = v_a = \frac{2\pi a}{T}. \tag{40}$$

Если движущееся тело на расстоянии r от центрального тела имеет скорость

$$v_п = v_к\sqrt{2} = \sqrt{\frac{2\mu}{r}}, \tag{63}$$

то орбитой будет парабола ($e=1$, $a=\infty$). Поэтому скорость $v_п$ называется параболической.

Если $v > v_п$, то движущееся тело пройдет мимо центрального тела по гиперболе ($e>1$).

В каждой точке орбиты с радиус-вектором r скорость тела

$$v = v_a\sqrt{\frac{2a}{r} - 1}. \tag{64}$$

Точка эллиптической орбиты, ближайшая к центральному телу, называется перицентром, а наиболее удаленная от него — апоцентром. Эти точки получают конкретные наименования по названию центрального тела, и некоторые из них приведены в нижеследующей таблице:

Центральное тело	Греческое название	Наименование перицентра	Наименование апоцентра
Солнце	Ге́лиос	перигели́й	афе́лий
Земля	Ге́я	перигей	апоге́й
Венера	Ге́спер	перигеспе́рий	апогеспе́рий
Марс	А́рес	перива́рий	апоа́рий
Сатурн	Кро́нос	перикро́ний	апокро́ний
Луна	Селе́на	периселе́ний	апоселе́ний

В перицентре, при $r=q=a(1-e)$, тело-спутник обладает наибольшей скоростью

$$v_q = v_a \sqrt{\frac{Q}{q}} = v_a \sqrt{\frac{1+e}{1-e}}, \qquad (65)$$

а в апоцентре, при $r=Q=a(1+e)$, — наименьшей скоростью

$$v_Q = v_a \sqrt{\frac{q}{Q}} = v_a \sqrt{\frac{1-e}{1+e}}. \qquad (66)$$

Скорость небесных тел всегда выражается в км/с, а расстояния могут быть заданы в астрономических единицах, километрах или радиусах центрального тела. Поэтому в формулы (64), (65) и (66) необходимо подставлять значения расстояний в одинаковых единицах измерения.

В поле тяготения Солнца, на произвольном от него расстоянии r, выраженном в астрономических единицах (а. е.), круговая скорость

$$v_к = \frac{29{,}78}{\sqrt{r}} \approx \frac{29{,}8}{\sqrt{r}} \text{ [км/с]}. \qquad (67)$$

Если расстояния r заданы в километрах, а масса центрального тела выражена в массах Земли, то круговая скорость

$$v_к = 631{,}3 \sqrt{\frac{M}{r}} \text{ [км/с]}. \quad (68)$$

Наконец, при измерении масс в массах Земли и расстояний в радиусах Земли круговая скорость

$$v_к = 7{,}91 \sqrt{\frac{M}{r}} \text{ [км/с]}. \quad (69)$$

Средняя или круговая скорость v_0 тела, обращающегося вокруг центрального тела по эллиптической орбите с большой полуосью a, также вычисляется по формулам (67), (68) и (69) подстановкой в них $r=a$.

Подстановка в формулы (68) и (69) $r=R$ (радиус небесного тела) дает значение круговой скорости $w_к$ у поверхности этого тела, называемой в космонавтике первой космической скоростью. Вторая космическая скорость $w_п=w_к\sqrt{2}$. Очевидно, что

$$v_к = \frac{w_к}{\sqrt{r}} \quad \text{и} \quad v_п = \frac{w_п}{\sqrt{r}}, \quad (70)$$

где r отсчитывается от центра небесного тела и выражается в его радиусах.

Третий обобщенный закон Кеплера

$$\frac{T_2^2 (M_2 + m_2)}{T_1^2 (M_1 + m_1)} = \frac{a_2^3}{a_1^3} \quad (71)$$

применим к любым системам тел с массами m_1 и m_2, обращающихся с периодами T_1 и T_2 вокруг своих центральных тел (с массами M_1 и M_2) по эллиптическим орбитам, большие полуоси которых соответственно равны a_1 и a_2.

Массы планет и их спутников выражаются обычно в массах Земли (реже — в массах Солнца, в тоннах и килограммах), большие полуоси орбит — в астрономических единицах или в километрах, а периоды обращения — в годах и сутках, а иногда — в часах и минутах.

При вычислениях по формуле (71) выбор системы единиц не имеет значения, лишь бы однородные величины были выражены в одинаковых единицах. Если же этот закон используется в виде

$$\frac{T^2 (M+m)}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G}, \quad (72)$$

то решение задач проводится обязательно в определенной системе единиц, так как в разных системах численное значение гравитационной постоянной различно.

Если периоды обращения заданы в земных средних сутках, расстояния — в километрах и массы тел — в массах Земли, то третий закон Кеплера имеет вид

$$T^2(M+m)=132{,}7\cdot 10^{-16}a^3. \qquad (73)$$

Примеры

1. Комета Галлея прошла в 1910 г. свой перигелий на гелиоцентрическом расстоянии 0,587 а. е. со скоростью 54,52 км/с, а комета Икейи — Секи в 1965 г. — на перигельном расстоянии 0,0083 а. е. со скоростью 480 км/с. По каким орбитам двигались эти кометы и когда они возвратятся к Солнцу?

Данные: комета Галлея, $q=0{,}587$ а. е., $v_q=54{,}52$ км/с; комета Икейи — Секи, $q=0{,}0083$ а. е., $v_q=480$ км/с.

Решение. Чтобы определить род орбиты, необходимо подсчитать круговую $v_к$ и параболическую $v_п$ скорость кометы относительно Солнца на заданных расстояниях q от него и сопоставить вычисленные скорости с действительными.

Комета Галлея. Согласно формуле (67), на расстоянии $q=0{,}587$ а. е. круговая скорость

$$v_к=\frac{29{,}78}{\sqrt{q}}=\frac{29{,}78}{\sqrt{0{,}587}}=38{,}87 \text{ км/с},$$

а по формуле (63) параболическая скорость

$$v_п=v_к\sqrt{2}=38{,}87\cdot 1{,}414=54{,}96 \text{ км/с}\approx 55 \text{ км/с}.$$

Поскольку $v_к<v_q<v_п$ и в то же время v_q близка к $v_п$, то комета Галлея обращается вокруг Солнца по очень вытянутой эллиптической орбите, большая полуось которой вычисляется по формулам (64) и (67).

Положив в формуле (64) $r=q$, найдем

$$v_q=v_a\sqrt{\frac{2a}{q}-1}.$$

По формуле (67) круговая скорость кометы равна

$$v_a=\frac{29{,}78}{\sqrt{a}} \text{ [км/с]}.$$

Подставив эту формулу в предыдущее выражение, получим:

$$v_q=29{,}78\sqrt{\frac{2}{q}-\frac{1}{a}}.$$

Откуда

$$a = \frac{29{,}78^2}{29{,}78^2 \cdot \frac{2}{q} - v_q^2} = \frac{886{,}85}{886{,}85 \cdot \frac{2}{0{,}537} - 54{,}52^2} = 18{,}0 \text{ а. е.}$$

По формуле (35) эксцентриситет орбиты

$$e = 1 - \frac{q}{a} = 1 - \frac{0{,}587}{18{,}0} = 0{,}967.$$

По третьему закону Кеплера (39) период обращения кометы

$$T = a\sqrt{a} = 18\sqrt{18} \approx 76 \text{ лет.}$$

Следовательно, комета Галлея снова вернется к Солнцу и будет видна в 1986 г.

Комета Икейя-Секи. На расстоянии $r = q = 0{,}0083$ а. е. круговая скорость

$$v_к = \frac{29{,}8}{\sqrt{q}} = \frac{29{,}8}{\sqrt{0{,}0083}} = 327 \text{ км/с}$$

и параболическая скорость

$$v_п = v_к\sqrt{2} = 327 \cdot 1{,}41 = 461 \text{ км/с,}$$

т. е. скорость кометы в перигелии $v_q > v_п$; комета прошла вблизи Солнца по гиперболической орбите и больше к нему не вернется.

2. Для астероида Икара найти среднюю скорость, скорость в перигелии, в афелии и в точке орбиты с истинной аномалией 90°, а также круговую и параболическую скорость на тех же расстояниях от Солнца. Большая полуось и эксцентриситет орбиты Икара равны 1,078 а. е. и 0,826.

Данные: Икар, $a = 1{,}078$ а.е., $e = 0{,}826$, $\vartheta = 90°$.

Решение. По формулам (34), (35) и (36) находим гелиоцентрические расстояния:

при $\vartheta = 90°$

$$r = \frac{1{,}078\,(1 - 0{,}826^2)}{1 + e\cos 90°} = 0{,}342 \text{ а. е.,}$$

$q = 1{,}078\ (1 - 0{,}826) = 0{,}188$ а. е.,

$Q = 1{,}078\ (1 + 0{,}826) = 1{,}968$ а. е.

по (67), (65) и (66), круговая скорость планеты

$$v_a = \frac{29{,}8}{\sqrt{1{,}078}} = 28{,}7 \text{ км/с,}$$

скорость в перигелии

$$v_q = 28{,}7\sqrt{\frac{1{,}968}{0{,}188}} = 93{,}0 \text{ км/с}$$

и скорость в афелии

$$v_Q = \frac{28{,}7}{\sqrt{\frac{1{,}968}{0{,}188}}} = 8{,}86 \text{ км/с}.$$

По формуле (64) скорость при $\vartheta = 90°$

$$v_r = 28{,}7\sqrt{\frac{2 \cdot 1{,}078}{0{,}342} - 1} = 66{,}1 \text{ км/с}.$$

На расстоянии $q = 0{,}188$ а.е., согласно формулам (67) и (63), круговая скорость

$$v_{кq} = \frac{29{,}8}{\sqrt{0{,}188}} = 68{,}7 \text{ км/с}$$

и параболическая скорость

$$v_{пq} = 68{,}7 \cdot 1{,}41 = 96{,}9 \text{ км/с},$$

т. е. $v_{кq} < v_q < v_{пq}$.
На расстоянии $Q = 1{,}968$ а. е.

$$v_{кQ} = \frac{29{,}8}{\sqrt{1{,}968}} = 21{,}2 \text{ км/с}$$

и $v_{пQ} = 21{,}2 \cdot 1{,}41 \cdot 29{,}9$ км/с,
т. е. $v_Q < v_{кQ} < v_{пQ}$.

На расстоянии $r = 0{,}342$ а. е.

$$v_{кr} = \frac{29{,}8}{\sqrt{0{,}342}} = 50{,}8 \text{ км/с}$$

и $v_{пr} = 50{,}8 \cdot 1{,}41 = 71{,}6$ км/с,
т. е. $v_{кr} < v_r < v_{пr}$.

3. Найти массу Юпитера по движению его спутника Ио, обращающегося вокруг планеты с периодом в $1^д{,}769$ по круговой орбите на расстоянии в $421{,}6 \cdot 10^3$ км.

Данные: спутник, $T = 1^д{,}769$, $a = 421{,}6 \cdot 10^3$ км.

Решение. Формула (73) дает

$$M = 132{,}7 \cdot 10^{-16} \cdot \frac{a^3}{T^2} = 132{,}7 \cdot 10^{-16} \times$$

$$\times \frac{(421{,}6 \cdot 10^3)^3}{(1{,}769)^2} = 318.$$

4. Вычислить первую и вторую космическую скорость на Юпитере, круговую и параболическую скорость на расстояниях в 3 и 8 его радиусов от поверхности, а также скорость его первого спутника Ио, обращающегося по круговой орбите радиусом $421{,}6 \cdot 10^3$ км. Масса Юпитера равна 318 масс Земли, а средний радиус — 10,9 радиуса Земли.

Данные: Юпитер, $M=318$, $R=10{,}9$;

расстояния: $3R$ и $8R$ от поверхности, или от центра планеты $r_1=4R$ и $r_2=9R$;

спутник Ио, $T=1^{д},769$, $a=421{,}6 \cdot 10^3$ км.

Решение. По формуле (69), первая космическая скорость

$$w_к = 7{,}91 \sqrt{\frac{M}{R}} = 7{,}91 \sqrt{\frac{318}{10{,}9}} = 42{,}7 \text{ км/с}$$

и вторая космическая скорость, по (63),

$$w_п = w_к \sqrt{2} = 42{,}7 \cdot 1{,}41 = 60{,}2 \text{ км/с}.$$

По формулам (70), круговая скорость на различных расстояниях

$$v_{к1} = \frac{w_к}{\sqrt{r_1}} = \frac{42{,}7}{\sqrt{4}} = 21{,}4 \text{ км/с}$$

и

$$v_{к2} = \frac{w_к}{\sqrt{r_2}} = \frac{42{,}7}{\sqrt{9}} = 14{,}2 \text{ км/с},$$

а параболическая скорость

$$v_{п1} = \frac{w_п}{\sqrt{r_1}} = \frac{60{,}2}{\sqrt{4}} = 30{,}1 \text{ км/с}$$

и

$$v_{п2} = \frac{w_п}{\sqrt{r_2}} = \frac{60{,}2}{\sqrt{9}} = 20{,}1 \text{ км/с}.$$

Согласно формуле (68), скорость спутника Ио

$$v_a = 631{,}3 \sqrt{\frac{M}{r}} = 631{,}3 \sqrt{\frac{318}{421{,}6 \cdot 10^3}} = 17{,}3 \text{ км/с}.$$

170. Чему равна круговая и параболическая скорость относительно Солнца на средних расстояниях Венеры (0,723 а. е.), Земли (1,00 а. е.), Юпитера (5,20 а. е.) и Плутона (39,5 а. е.)? По общим результатам найти и

объяснить найденную закономерность. Расстояния планет от Солнца указаны в скобках.

171. Вычислить скорость малых планет Ахиллеса и Гектора в перигелии и афелии, если их круговая скорость близка к 13,1 км/с, а эксцентриситеты орбит соответственно равны 0,148 и 0,024. Примерно на каком среднем гелиоцентрическом расстоянии находятся эти планеты?

172. Большая полуось и эксцентриситет орбиты Меркурия равны 0,387 а. е. и 0,206, а орбиты Марса — 1,524 а. е. и 0,093. Найти среднюю скорость этих планет, их скорость в перигелии и в афелии.

173. Считая орбиты планет круговыми и лежащими в плоскости эклиптики, найти лучевую скорость Меркурия, Венеры и Марса во время их основных конфигураций. Необходимые для решения данные заимствовать из задач 170 и 172. (Лучевой скоростью называется проекция пространственной скорости на луч зрения наблюдателя, т. е. в данном случае на направление от Земли к планете.)

174. Вычислить скорость астероидов Лидии и Адониса на их среднем, перигельном и афелийном расстояниях, а также круговую и параболическую скорость на этих расстояниях. Большая полуось и эксцентриситет орбиты первого астероида равны 2,73 а. е. и 0,078, а второго — 1,97 а. е. и 0,778.

175. На каких гелиоцентрических расстояниях скорость Меркурия равна 56,1 км/с и 41,7 км/с? Большая полуось орбиты планеты 0,387 а. е.

176. С какой скоростью относительно Солнца проходил Марс в эпоху великого противостояния при геоцентрическом расстоянии в $57{,}15 \cdot 10^6$ км? Сопоставить эту скорость с круговой и параболической скоростью на том же расстоянии от Солнца. Большая полуось орбиты Марса равна 1,524 а. е.

177. Решить предыдущую задачу для астероида Эрота, если он в эпоху великого противостояния проходил свой перигелий 23 января 1975 г. на расстоянии $22{,}59 \times \times 10^6$ км от Земли. Период обращения Эрота вокруг Солнца равен 1,760 года.

178. На каком расстоянии от Солнца прошла комета, если ее скорость на этом расстоянии равнялась 65 км/с и комета двигалась по параболической орбите?

179. Комета 1931 IV прошла свой перигелий на расстоянии 0,07 а. е. от Солнца со скоростью 160 км/с, а комета 1945 II — на расстоянии 1,24 а. е. со скоростью 36,5 км/с. Определить род орбит, по которым двигались эти кометы и установить, вернутся ли они к Солнцу и когда именно.

180. Синодический период обращения астероида Колхиды равен 1,298 года, а его скорость в перигелии — 20,48 км/с. Чему равны сидерический период обращения астероида, большая полуось и эксцентриситет его орбиты, перигельное и афелийное расстояния, а также скорость на среднем гелиоцентрическом расстоянии и в афелии?

181. Эксцентриситет орбиты астероида Узбекистании равен 0,092, а его скорость в афелии — 15,21 км/с. Найти большую полуось орбиты астероида, его звездный и синодический периоды обращения, скорость в перигелии и при истинной аномалии в 30, 90 и 120°.

182. Определить массу Марса в массах Земли по движению его спутника Деймоса, находящегося от планеты на среднем расстоянии в $23{,}5 \cdot 10^3$ км и обращающегося вокруг Марса за 1,26 сут. Период обращения Луны вокруг Земли равен 27,32 сут и большая полуось лунной орбиты — $384{,}4 \cdot 10^3$ км.

183. Узнать массу Урана по движению его четвертого спутника Оберона, обращающегося вокруг планеты за 13,46 сут на среднем расстоянии в 587 тыс. км.

184. По параметрам обращения Земли вычислить массу Солнца в земных массах.

185. Определить сидерические периоды и среднюю скорость спутников Сатурна, Мимаса и Фебы, обращающихся вокруг планеты на средних расстояниях, соответственно $185{,}4 \cdot 10^3$ км и $12960 \cdot 10^3$ км. Масса Сатурна в 95,2 раза превышает массу Земли.

186. По данным предыдущей задачи вычислить скорость тех же спутников Сатурна в перикронии и апокронии, а также круговую и параболическую скорость на указанных расстояниях от Сатурна. Эксцентриситеты орбит спутников в той же последовательности равны 0,020 и 0,166.

187. Найти большую полуось орбит и среднюю скорость спутников Юпитера Ио и Каллисто, обращающих-

ся вокруг планеты с периодами соответственно в $1^д,769$ и $16^д,689$. Масса Юпитера в 318 раз больше массы Земли.

188. Как должна измениться масса центрального тела, чтобы у его спутника среднее расстояние увеличилось в k раз, а период обращения в n раз и, в частности, при $k=n$?

189. Какой должна быть масса Солнца, чтобы Земля обращалась вокруг него с современным периодом, но на вдвое большем расстоянии? Как изменятся при этом периоды обращения Марса и Сатурна, если их расстояния останутся неизменными? Современные периоды обращения этих планет — 1,881 года и 29,46 года.

190. Определить гипотетический период обращения Луны вокруг Земли при условии, что масса Земли возросла бы в четыре раза, а Луна оказалась на вдвое большем расстоянии. Современный период обращения Луны равен $27^д,32$.

191. Вычислить круговую и параболическую скорость на поверхности Земли и на расстояниях в 1, 8 и 59,3 ее радиуса от поверхности.

192. Среднее геоцентрическое расстояние Луны — 384 400 км, а средний эксцентриситет ее орбиты — 0,0549. Найти среднюю, перигейную и апогейную скорости Луны и сопоставить их с результатами предыдущей задачи.

193. Чему равна круговая и параболическая скорость на поверхности Солнца и на расстоянии трех и восьми радиусов от его поверхности? Масса Солнца в 333 000 раз превышает массу Земли, а его радиус равен 109,1 земного.

194. Определить круговую и параболическую скорость на поверхности Луны, Венеры и Марса. Массы и радиусы этих тел в земных параметрах: Луны 0,0123 и 0,272, Венеры 0,815 и 0,950 и Марса 0,107 и 0,533.

§ 9. ИСКУССТВЕННЫЕ НЕБЕСНЫЕ ТЕЛА

При запуске искусственных небесных тел им сообщается начальная скорость (скорость запуска) $v_н$, зависящая от рассчитанной орбиты. Начальная скорость сообщается космическим двигателем на некоторой высоте $h_н$ над поверхностью центрального тела (вокруг которо-

го запускается спутник), т. е. от его центра на расстоянии

$$r = R + h_н, \qquad (74)$$

где R — средний радиус этого тела. В частности, при запуске вокруг Земли $R = 6371$ км ≈ 6370 км, что следует иметь в виду при решении задач этого раздела.

Форма и размеры эллиптической орбиты искусственного спутника определяются целями запуска (рис. 8). Центр центрального тела является одним из фокусов орбиты, а ее большая полуось

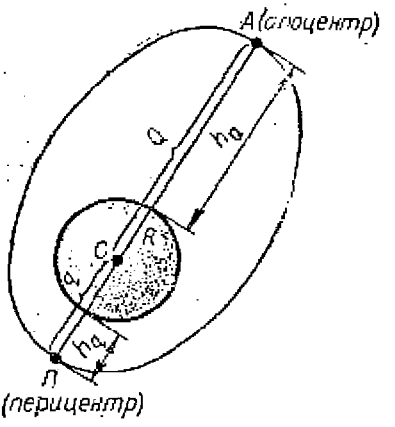

Рис. 8. Эллиптическая орбита искусственного спутника

$$a = \frac{q+Q}{2} = R + \frac{h_q + h_Q}{2}, \qquad (75)$$

причем перицентрическое расстояние

$$q = R + h_q \qquad (76)$$

и апоцентрическое расстояние

$$Q = R + h_Q, \qquad (77)$$

где h_q — наименьшая высота (высота перицентра) и h_Q — наибольшая высота (высота апоцентра) искусственного спутника над поверхностью тела. Для искусственных спутников и орбитальных кораблей Земли h_q — высота перигея, h_Q — высота апогея, q — перигейное расстояние и Q — апогейное расстояние.

Эксцентриситет орбиты определяется формулой (35).

Скорость искусственных небесных тел обычно выражается в км/с и вычисляется по формулам (40), (64)—(66) и (68)—(70).

Периоды обращения искусственных спутников принято измерять в минутах, а их расстояния — в километрах, и поэтому третий закон Кеплера имеет вид

$$T^2 = 275{,}2 \cdot 10^{-10} \frac{a^3}{M}, \qquad (78)$$

или

$$T = 16{,}58 \cdot 10^{-5}\, a \sqrt{\frac{a}{M}} \qquad (79)$$

и

$$a = 331{,}2 \sqrt[3]{M T^2}, \qquad (80)$$

где M — масса центрального тела, выраженная в массах Земли.

По параметрам обращения искусственного спутника можно вычислить массу центрального тела.

Продолжительность полета искусственных спутников над полушарием центрального тела, расположенным под перицентром орбиты (перицентрийное полушарие),

$$t = \frac{(1-e)^2 \cdot (3+e)^2}{18 \sqrt{1-e^2}} \cdot T, \qquad (81)$$

где T — период обращения спутника и e — эксцентриситет его орбиты.

Над противоположным (апоцентрийным) полушарием спутник пролетает за интервал времени

$$\tau = T - t. \qquad (82)$$

Формулы (75)—(82) вполне применимы и к движению естественных спутников планет.

В полете с одной планеты к другой межпланетная станция (межпланетный корабль) становится спутником Солнца и движется в его поле тяготения по законам движения планет. Простейшей траекторией полета является полуэллиптическая, вершины (апсиды) которой касаются орбит планеты запуска (с нее производится запуск) и планеты сближения (к ней направляется станция). Пренебрегая в первом приближении наклонением и эллиптичностью планетных орбит, можно проводить расчеты по значениям их больших полуосей a_1 (планеты запуска) и a_2 (планеты сближения), заданных в астрономических единицах (а. е.).

При полете к верхней планете (рис. 9) запуск станции осуществляется на ее перигельном расстоянии

$$q = a_1 \qquad (83)$$

в прямом направлении; афелийное же расстояние станции

$$Q = a_2. \qquad (84)$$

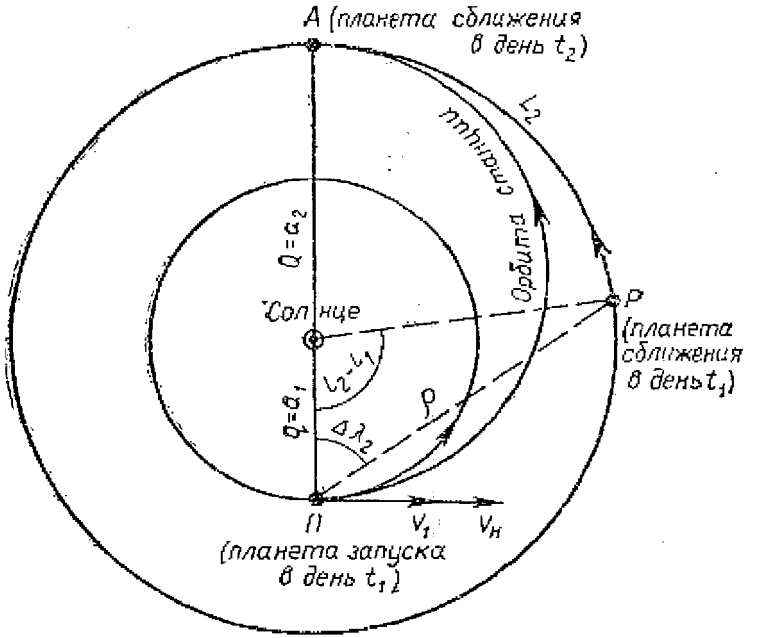

Рис. 9. Простейшая орбита межпланетного корабля

При направлении станции к нижней планете $q = a_2$ и $Q = a_1$.

Большая полуось a гелиоцентрической орбиты межпланетной станции вычисляется по формуле (37), эксцентриситет орбиты — по формуле (35), а продолжительность полета, выраженная в годах,

$$\Delta t = \frac{T}{2} = \frac{a\sqrt{a}}{2}, \qquad (85)$$

где a — в астрономических единицах. При необходимости Δt переводится в сутки.

Гелиоцентрическая скорость полета станции дается формулами (41), (64), (65) и (66). При запуске к верхней планете начальная гелиоцентрическая скорость $V_н = V_q$, а при запуске к нижней планете $V_н = V_Q$, причем в эту скорость $V_н$ входит орбитальная (в рассматриваемом здесь простейшем случае — круговая) скорость V_1

планеты запуска. Следовательно, чтобы межпланетная станция вышла на расчетную гелиоцентрическую орбиту, необходимо сообщить ей дополнительную скорость

$$v_д = V_п - V_1. \qquad (86)$$

Но, чтобы покинуть планету запуска, станция должна еще преодолеть ее притяжение, на что требуется кинетическая энергия $\frac{m w_п^2}{2}$, где m — масса станции и $w_п$ — вторая космическая (критическая) скорость на поверхности этой планеты. Поэтому скорость запуска $v_п$ станции с планеты, называемая также начальной планетоцентрической скоростью, найдется из равенства

$$\frac{m v_п^2}{2} = \frac{m v_д^2}{2} + \frac{m w_п^2}{2},$$

откуда

$$v_п = \sqrt{v_д^2 + w_п^2}. \qquad (87)$$

День запуска t_1 межпланетной станции не может быть произвольным и выбирается по подходящей конфигурации $\Delta\lambda_2$ планеты сближения P (см. рис. 9), иначе станция придет в намеченный район встречи либо раньше, либо позже планеты. У планеты сближения с сидерическим периодом обращения T_2 среднее суточное движение

$$\omega_2 = \frac{360°}{T_2},$$

и за найденную по формуле (85) продолжительность полета станции Δt (выраженную в сутках) планета должна прийти в район встречи A, пройдя по своей орбите путь

$$L_2 = \omega_2 \Delta t = \frac{360°}{T_2} \Delta t.$$

Следовательно, в день t_1 старта межпланетной станции разность гелиоцентрической долготы планеты сближения (l_2) и планеты запуска (l_1) должна быть

$$l_2 - l_1 = 180° - L_2 = 180° - \omega_2 \Delta t \qquad (88)$$

и по этой разности нетрудно найти в астрономическом календаре-ежегоднике на текущий год подходящий день t_1. В этот день расстояние между планетами

$$\rho = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 - 2a_1 a_2 \cos(l_2 - l_1)}, \qquad (89)$$

а конфигурация $\Delta\lambda_2$ планеты сближения вычисляется либо из равенства

$$\sin \Delta\lambda_2 = \frac{a_2}{\rho} \sin (l_2 - l_1), \qquad (90)$$

либо по формуле

$$\operatorname{ctg} \Delta\lambda_2 = \frac{a_1}{a_2} \operatorname{cosec} (l_2 - l_1) - \operatorname{ctg} (l_2 - l_1). \qquad (91)$$

Легко видеть, что при $L_2 < 180°$ найденная элонгация будет западной, а при $L_2 > 180°$ — восточной.

Очевидно, межпланетная станция подойдет к планете сближения в день $t_2 = t_1 + \Delta t$.

Примеры

1. Запущенный 19 апреля 1973 г. в Советском Союзе искусственный спутник «Интеркосмос — Коперник-500» предназначен для исследования рентгеновского излучения Солнца и верхних слоев земной атмосферы в пределах от 200 до 1550 км над земной поверхностью. Определить параметры движения спутника.

Данные: спутник, $h_q = 200$ км, $h_Q = 1550$ км;
Земля, $R = 6370$ км, $M = 1$.

Решение. По формуле (75) большая полуось орбиты спутника

$$a = R + \frac{h_q + h_Q}{2} = 6370 + \frac{200 + 1550}{2} = 7245 \text{ км},$$

а по (76) и (77) его перигейное расстояние

$$q = R + h_q = 6370 + 200 = 6570 \text{ км}$$

и апогейное расстояние

$$Q = R + h_Q = 6370 + 1550 = 7920 \text{ км}.$$

Эксцентриситет орбиты, согласно (35),

$$e = 1 - \frac{q}{a} = 1 - \frac{6570}{7245} = 0{,}093,$$

а по формуле (79) период обращения

$$T = 16{,}58 \cdot 10^{-5} a \sqrt{\frac{a}{M}} = 16{,}58 \cdot 10^{-5} \cdot 7245 \cdot \sqrt{7245} =$$
$$= 102^{\text{м}},$$

так как масса Земли $M = 1$.

Формула (68) дает круговую скорость спутника

$$v_a = 631{,}3\sqrt{\frac{M}{a}} = \frac{631{,}3}{\sqrt{7245}} = 7{,}42 \text{ км/с},$$

а формулы (65) и (66) — его скорость в перигее

$$v_q = v_a\sqrt{\frac{Q}{q}} = 7{,}42\cdot\sqrt{\frac{7920}{6670}} = 8{,}15 \text{ км/с}$$

и в апогее

$$v_Q = v_a\sqrt{\frac{q}{Q}} = \frac{7{,}42}{\sqrt{\frac{7920}{6570}}} = 6{,}76 \text{ км/с}.$$

Согласно формулам (81) и (82), спутник пролетает над перигейным полушарием Земли за промежуток времени

$$t = \frac{(1-e)^2(3+e)^3}{18\sqrt{1-e^2}}T = \frac{(1-0{,}093)^2\cdot(3+0{,}093)^3}{18\cdot\sqrt{1-0{,}093^2}}\cdot 102 = 45^м,$$

а в течение $\tau = T - t = 102 - 45 = 57^м$
движется над апогейным полушарием.

2. Какую ареоцентрическую скорость и на каком максимальном расстоянии от поверхности Марса нужно сообщить космическому аппарату, чтобы он стал искусственным спутником планеты и обращался вокруг нее с периодом в $2^ч40^м$ по эллиптической орбите с эксцентриситетом 0,250? Масса Марса равна 0,107, а его радиус — 3400 км.

Данные: Марс, $M = 0{,}107$, $R = 3400$ км;
аппарат, $T = 2^ч40^м = 160^м$, $e = 0{,}250$.

Решение. Согласно формуле (80), у орбиты искусственного спутника большая полуось

$$a = 331{,}2\sqrt[3]{MT^2} = 331{,}2\sqrt[3]{0{,}107\cdot 160^2} = 4650 \text{ км},$$

и расстояние апоария

$$Q = a(1+e) = 4650\cdot 1{,}250 = 5810 \text{ км},$$

откуда, по (77), максимальное расстояние от поверхности планеты

$$h_Q = Q - R = 5810 - 3400 = 2410 \text{ км}.$$

По (68), круговая скорость спутника

$$v_a = 631{,}3\sqrt{\frac{M}{a}} = 631{,}3\sqrt{\frac{0{,}107}{4650}} = 3{,}04 \text{ км/с}$$

и тогда, согласно (66), искомая скорость в апоарии

$$v_Q = v_a \sqrt{\frac{1-e}{1+e}} = 3{,}04 \sqrt{\frac{1-0{,}250}{1+0{,}250}} = 2{,}35 \text{ км/с}.$$

3. Выяснить обстоятельства полета межпланетного корабля с Венеры к Юпитеру. Среднее гелиоцентрическое расстояние Юпитера — 5,203 а. е., а Венеры — 0,723 а. е. Критическая (вторая космическая) скорость на поверхности Венеры 10,36 км/с; среднее суточное движение Юпитера 0°,0831.

Данные: планета запуска, Венера, $a_1 = 0{,}723$, а. е., $w_п = 10{,}36$ км/с; планета сближения, Юпитер, $a_2 = 5{,}203$ а. е., $\omega_2 = 0°{,}831 \approx 5'$ (в сутки).

Решение. Изображаем орбиты обеих планет и гелиоцентрическую орбиту межпланетного корабля (см. рис. 9). Поскольку корабль стартует с нижней планеты к верхней, то запуск происходит в перигелии, и, согласно формулам (83), (84), (75), (35) и (85), перигельное расстояние корабля $q = a_1 = 0{,}723$ а. е., афелийное расстояние $Q = a_2 = 5{,}203$ а. е., большая полуось орбиты

$$a = \frac{q+Q}{2} = \frac{0{,}723+5{,}203}{2} = 2{,}963 \text{ а. е.},$$

эксцентриситет орбиты

$$e = 1 - \frac{q}{a} = 1 - \frac{0{,}723}{2{,}963} = 0{,}756$$

и продолжительность полета к Юпитеру

$$t = \frac{a\sqrt{a}}{2} = \frac{2{,}963}{2}\sqrt{2{,}963} = 2{,}55 \text{ года}.$$

По формуле (41) гелиоцентрическая круговая скорость корабля

$$V_к = \frac{29{,}8}{\sqrt{a}} = \frac{29{,}8}{\sqrt{2{,}963}} = 17{,}3 \text{ км/с},$$

а по (65) — скорость в перигелии, она же начальная гелиоцентрическая скорость корабля,

$$V_п = V_q = V_a \sqrt{\frac{Q}{q}} = 17{,}3 \sqrt{\frac{5{,}203}{0{,}723}} = 46{,}4 \text{ км/с}.$$

Так как орбитальная скорость Венеры

$$V_1 = \frac{29{,}8}{\sqrt{a_1}} = \frac{29{,}8}{\sqrt{0{,}723}} = 35{,}0 \text{ км/с},$$

то, согласно (86), дополнительная скорость

$$v_д = V_и - V_1 = 46{,}4 - 35{,}0 = 11{,}4 \text{ км/с},$$

откуда, по (87), скорость запуска корабля с Венеры

$$v_и = \sqrt{v_д^2 + w_п^2} = \sqrt{11{,}4^2 + 10{,}36^2} = 15{,}4 \text{ км/с}.$$

За промежуток времени $\Delta t = 2{,}55$ года $= 2{,}55 \cdot 365$ сут Юпитер пройдет по своей орбите путь

$$L_2 = \omega_2 \Delta t = 0°{,}0831 \cdot 2{,}55 \cdot 365 = 77°{,}4,$$

и поэтому, по (88), в день старта корабля разность гелиоцентрической долготы Юпитера и Венеры

$$l_2 - l_1 = 180° - L_2 = 180° - 77°{,}4 = 102°{,}6,$$

а конфигурация $\Delta\lambda_2$ Юпитера, видимая с Венеры, находится по формуле (91):

$$\operatorname{ctg} \Delta\lambda_2 = \frac{0{,}723}{5{,}203} \operatorname{cosec} 102°{,}6 - \operatorname{ctg}\ 102°{,}6 =$$

$$= 0{,}1390 \cdot 1{,}0247 + 0{,}2235 = + 0{,}3659,$$

откуда $\Delta\lambda_2 = 69°{,}9$. Поскольку $L_2 = 77°{,}4 < 180°$, то найденная конфигурация представляет собой западную элонгацию. Этот же результат получается и по формулам (89) и (90).

195. Определить скорость запуска и периоды обращения искусственных спутников Земли, движущихся вокруг нее по круговым орбитам на расстояниях половины и двух ее радиусов от поверхности.

196. Решить предыдущую задачу для искусственных спутников Марса и Юпитера. Массы и радиусы в сравнении с земными: Марса — 0,107 и 0,533, а Юпитера — 318 и 10,9.

197. Как изменятся периоды и скорость обращения спутников предыдущих задач, если масса центрального тела возрастет в n раз, а его радиус — в m раз и в частном случае при $m = n$?

198. На какой высоте над земной поверхностью и с какой скоростью движутся по круговым орбитам искусственные спутники с периодами обращения в $90^м$, $150^м$, и $3^ч$? Радиус Земли принять равным 6370 км.

199. Вычислить высоту над земной поверхностью и скорость стационарного искусственного спутника, т. е.

спутника, неподвижно висящего над одной и той же точкой земного экватора.

200. Решить предыдущую задачу для стационарных искусственных спутников планет, указанных в задаче 196. Период вращения Марса — $24^h37^m,4$, а Юпитера — $9^h50^m,5$.

201. Найти скорость и периоды обращения искусственных спутников при одинаковой высоте в 200 и 1000 км над поверхностью Земли, Луны, Марса и Юпитера. Массы этих небесных тел в той же последовательности равны 1, 0,0123, 0,107 и 318, а радиусы — 6370, 1738, 3400 и 71400 км.

202. На сколько градусов и в каком направлении должна смещаться трасса полета полярных искусственных спутников* за один оборот при их движении по круговым орбитам со скоростью 7 км/с и 2 км/с вокруг Земли, Меркурия и Венеры? Период вращения Меркурия — $58^d,65$, а Венеры — $243^d,2$ (вращение планеты обратное). Необходимые сведения см. в задаче 204.

203. По каким орбитам будут двигаться искусственные небесные тела, запущенные с горизонтальной скоростью 9,5 км/с на высоте 200 км над поверхностью Земли, Марса и Юпитера? Необходимые сведения заимствовать из задачи 201.

204. На какой минимальной высоте и с какой скоростью должны быть выведены на эллиптические орбиты с эксцентриситетом 0,100 и 0,600 искусственные спутники, чтобы они обращались с периодами в 2^h и 8^h вокруг Меркурия и Венеры, массы которых, в сравнении с земной, соответственно 0,055 и 0,815, а радиусы — 2440 км и 6050 км?

205. Какую долю своего периода обращения пролетают над перицентрийным и апоцентрийным полушариями планет искусственные спутники при эксцентриситетах их орбит 0,100 и 0,400?

206. Сколько времени пролетали над перигейным и апогейным полушариями орбитальная станция «Салют-5» (выведена на орбиту 22 июня 1976 г.) и спутник связи «Молния-2» (выведен на орбиту 25 декабря 1973 г.), если «Салют-5» обращался в пределах высоты от 258 км до

* Трассой полета называется проекция орбиты спутника на поверхность небесного тела. Полярный спутник проходит над обоими полюсами планеты.

283 км, а «Молния-2» — по орбите с большой полуосью 27 030 км и высотой апогея 40 860 км?

207. Найти массу Луны (в массах Земли) по движению ее искусственных спутников, обращавшихся над лунной поверхностью в пределах высоты: «Луна-19» (28 ноября 1971 г.) от 77 км до 385 км, с периодом в $2^{ч}11^{м}$; «Луна-20» (19 февраля 1972 г.) от 21 км до 100 км, с периодом в $1^{ч}54^{м}$. В скобках указана дата выведения спутника на селеноцентрическую орбиту. Диаметр Луны — 3476 км.

208. По данным и результату предыдущей задачи рассчитать круговую и предельные селеноцентрические скорости спутников Луны.

209. Определить массу Марса по движению его естественного спутника Деймоса и советского искусственного спутника «Марс-5» (12 февраля 1974 г.). Деймос обращается вокруг планеты с периодом $1^{д},262$ на среднем расстоянии 23 500 км, а «Марс-5» — с периодом $25^{ч},0$, в пределах высоты над поверхностью планеты от 1760 км до 32 500 км. Радиус Марса — 3400 км.

210. Советская автоматическая межпланетная станция «Венера-10», ставшая 25 октября 1975 г. вторым искусственным спутником Венеры, обращалась в те дни вокруг планеты с периодом $49^{ч}23^{м}$ в пределах от 1400 км до 114 000 км над ее поверхностью. Определить массу Венеры, приняв ее радиус равным 6050 км.

211. Первый в истории человечества облет Земли был осуществлен Героем Советского Союза Ю. А. Гагариным на космическом корабле «Восток» 12 апреля 1961 г. в пределах высоты от 181 км до 327 км над земной поверхностью. Определить большую полуось и эксцентриситет орбиты корабля, период его обращения вокруг Земли, его среднюю и предельные скорости, а также продолжительность полета над перигейным и апогейным полушариями Земли.

212. Решить предыдущую задачу для спутника связи «Молния-2», выведенного 5 апреля 1973 г. на орбиту вокруг Земли в пределах высоты от 500 до 39 100 км.

213. Как изменились бы параметры полета спутника связи предыдущей задачи, если бы он в пределах той же высоты обращался вокруг Меркурия и Юпитера? Необходимые данные заимствовать из задач 201 и 204.

214. Спутник связи «Молния-3», выведенный 14 апреля 1975 г. на орбиту с высотой перигея 636 км над южным полушарием Земли, обращается вокруг планеты с периодом $12^{ч}10^{м}$. Найти большую полуось и эксцентриситет орбиты спутника, его апогейную высоту, скорость в перигее и апогее и продолжительность полета над противоположными полушариями Земли.

215. Вычислить все основные параметры полета искусственного спутника Луны «Луна-22», выведенного на орбиту 9 июня 1974 г., если он обращался с периодом в $2^{ч}02^{м}$ и поднимался в апоселении на высоту в 244 км над лунной поверхностью. Сведения о Луне заимствовать из задачи 201.

216. Определить большую полуось и эксцентриситет простейшей эллиптической орбиты космического корабля, продолжительность его полета от Земли до Марса и скорость запуска с Земли, если среднее гелиоцентрическое расстояние Марса равно 1,524 а. е. Среднюю орбитальную скорость Земли принять 29,8 км/с.

217. По данным и результатам предыдущей задачи найти конфигурацию Марса, наиболее благоприятную для запуска к нему с Земли космического корабля. Период обращения Марса вокруг Солнца равен 687 сут.

218. Вычислить скорость запуска космического корабля с Марса для полета к Земле по простейшей орбите и благоприятствующую этому конфигурацию Земли. Среднее гелиоцентрическое расстояние Марса — 1,524 а. е., его масса — 0,107 и радиус — 0,533 в сравнении с земными.

219. По данным и результатам задач 216, 217 и 218 найти наименьшую продолжительность путешествия с Земли на Марс и обратно (подходящие даты для старта кораблей установить по астрономическим календарям-ежегодникам).

220. Определить параметры, указанные в задачах 216, 217 и 218 для полета космического корабля с Земли к Венере и обратно к Земле. Среднее гелиоцентрическое расстояние Венеры равно 0,723 а. е., ее масса — 0,815 и радиус — 0,950 в сравнении с земными.

221. Через какие промежутки времени целесообразно запускать с Земли к планетам космические станции?

§ 10. ТЯЖЕСТЬ И ТЯГОТЕНИЕ

Согласно закону всемирного тяготения, на поверхности сфероидального небесного тела с массой M и радиусом R гравитационное ускорение*,

$$g = G\frac{M}{R^2}, \tag{92}$$

а на поверхности Земли то же ускорение

$$g_0 = G\frac{M_0}{R_0^2} = 9{,}81 \text{ м/с}^2 = 981 \text{ см/с}^2,$$

откуда, поделив первое равенство (92) на второе, получим:

$$g = g_0\frac{M}{R^2} = g_0 \cdot g', \tag{93}$$

где обязательно M выражается в массах Земли и R — в радиусах Земли, а $g' = \frac{M}{R^2}$ — относительное гравитационное ускорение в сравнении с земным.

В поле тяготения небесного тела на произвольном расстоянии от него гравитационное ускорение

$$g_r = G\frac{M}{r^2},$$

или, учитывая равенство (92),

$$g_r = \frac{g}{\left(\frac{r}{R}\right)^2}. \tag{94}$$

В этой формуле r и R могут быть выражены в любых, но обязательно одинаковых единицах длины.

Пример

Найти гравитационное ускорение, сообщаемое Юпитером своему второму спутнику Европе, находящемуся от планеты на среднем расстоянии $670{,}9 \cdot 10^3$ км. Масса Юпитера в 318 раз больше земной массы, а средний радиус Земли равен 6371 км.

Данные: спутник, $r = 670{,}9 \cdot 10^3$ км;
Юпитер, $M = 318$;
Земля, $R_0 = 6371$ км.

---

* Ослабление g вращением тела здесь не рассматривается.

Решение. По формулам (94) и (93) искомое ускорение

$$g_r = g\frac{R^2}{r^2}, \text{ а } g = g_0\frac{M}{R^2},$$

где $g_0 = 981$ см/с^2 — ускорение свободного падения на земной поверхности.

Тогда

$$g_r = g_0\frac{M}{r^2},$$

причем r выражено в радиусах Земли, а масса M — в массах Земли, т. е. в тех же единицах измерения, что и в формуле (93).

Поскольку средний радиус Земли $R_0 = 6371$ км, то искомое гравитационное ускорение

$$g_r = 981\frac{318}{\left(\frac{670{,}9\cdot 10^3}{6371}\right)^2} = 28{,}1 \text{ см/с}^2.$$

222. Определить ускорение свободного падения на поверхности планет Марса и Венеры, а также астероида Цереры. Массы и радиусы в сравнении с земными: у Марса — 0,107 и 0,533, у Венеры — 0,815 и 0,950, у Цереры — $28{,}9\cdot 10^{-5}$ и 0,0784.

223. Масса Луны в 81,3 раза, а диаметр в 3,67 раза меньше земных. Во сколько раз вес космонавтов был меньше на Луне, чем на Земле?

224. Чему равно ускорение свободного падения на поверхности Солнца и Сатурна, радиусы которых больше земного соответственно в 109,1 и 9,08 раза, а средняя плотность в сравнении с земной составляет 0,255 и 0,127?

225. Какое ускорение свободного падения было бы на поверхности Земли и Марса, если бы при неизменной массе их диаметры увеличились вдвое и втрое? Сведения о Марсе см. в задаче 222.

226. Как изменилось бы ускорение свободного падения на поверхности планеты при увеличении ее массы в m раз, а средней плотности в n раз и, в частности, при $m = n$?

227. Каким стало бы ускорение свободного падения на поверхности Солнца, если бы при той же массе оно увеличилось в диаметре до размеров земной орбиты? Масса Солнца в 333 тыс. раз больше земной, а его диаметр равен 1 392 000 км.

228. По данным предыдущей задачи найти гравита-

ционное ускорение Земли в поле тяготения Солнца, сравнить его с полученным в ней результатом и сделать соответствующий вывод.

229. Как изменилось бы ускорение свободного падения на Земле при неизменной массе и увеличении ее размеров в 60,3 раза, т. е. до орбиты Луны?

230. Вычислить гравитационное ускорение Луны в поле тяготения Земли и Солнца при ее среднем геоцентрическом расстоянии в 384 400 км. Сравнить результаты с ответом предыдущей задачи и проанализировать их. Необходимые сведения заимствовать из задачи 227.

231. Как изменилось бы гравитационное ускорение Луны в поле тяготения Земли, если бы масса Земли увеличилась в m раз, а Луна находилась в n раз дальше (ближе), чем сейчас, и, в частности, при $m=n$?

232. В каких пределах меняется гравитационное ускорение Меркурия ($a=0{,}387$ а. е. и $e=0{,}206$), Плутона ($a=39{,}5$ а. е. и $e=0{,}253$) и кометы Галлея ($a=18{,}0$ а. е. и $e=0{,}967$)? В скобках приведены данные об орбитах этих тел. Недостающие сведения заимствовать из задачи 227.

233. В каких пределах меняется гравитационное ускорение спутника связи «Молния-3», выведенного на орбиту 14 апреля 1975 г. и облетающего Землю в пределах высоты от 636 км до 40 660 км над земной поверхностью? Радиус Земли — 6370 км.

234. Решить предыдущую задачу для космической научной станции «Прогноз-3», выведенной 15 февраля 1973 г. на геоцентрическую орбиту с большой полуосью в 106 670 км и высотой перигея 590 км.

235. Найти гравитационное ускорение двух галилеевых спутников Юпитера, Ио и Каллисто, обращающихся вокруг планеты на средних расстояниях в 5,92 и 26,41 ее радиуса. Масса Юпитера равна 318, а радиус — 10,9.

236. Указать расположение общего центра масс Земли и Луны, приняв радиус Земли 6370 км, массу Луны равной 1/81 земной массы и расстояние между телами — 60 земным радиусам.

237. По данным задачи 236 найти положение точки равного притяжения между Землей и Луной, в которой гравитационные ускорения от этих тел численно равны между собой, но противоположно направлены.

III. ТЕЛЕСКОПЫ

§ 11. ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕЛЕСКОПОВ

Основными характеристиками телескопа являются его фокусное расстояние F, диаметр объектива D и относительное отверстие

$$A = \frac{D}{F}, \tag{95}$$

часто называемое светосилой.

Даваемое телескопом увеличение

$$W = \frac{F}{f} = \frac{\beta}{\rho}, \tag{96}$$

где f — фокусное расстояние окуляра, ρ — угловые размеры светила при наблюдении невооруженным глазом и β — угловые размеры того же светила при наблюдении в телескоп. Кратность увеличения обычно обозначается знаком $\times$, проставляемым около числа в виде показателя степени (например, $50^{\times}$, $120^{\times}$ и т. д.).

Наибольшее увеличение, допускаемое телескопом при хороших атмосферных условиях,

$$W_m = 2D, \tag{97}$$

а наименьшее или равнозрачковое увеличение

$$W_z = D/6, \tag{98}$$

где D — диаметр объектива, выраженный в миллиметрах.

Разрешение (или разрешающая сила) телескопа Θ характеризуется наименьшим угловым расстоянием между двумя точечными объектами, при котором они видны рядом, не сливаясь друг с другом:

$$\Theta = \frac{140''}{D}, \tag{99}$$

а соответствующее ему увеличение, называемое разрешающим увеличением,

$$W_в = \frac{D}{2}. \quad (100)$$

Проницающая способность (сила) телескопа $m_т$ представляет собой предельную звездную величину звезд, доступных наблюдениям в телескоп в темную, безоблачную ночь:

$$m_т = 2{,}^m10 + 5\lg D. \quad (101)$$

В формулах (99), (100) и (101) диаметр D объектива телескопа тоже выражен в миллиметрах.

Изображение светила (или расстояния между светилами) в фокальной плоскости телескопа (обычно говорят: в фокусе телескопа), в том числе и на полученных в ней фотонегативах, имеет линейные размеры

$$d = F\operatorname{tg}\rho, \quad (102)$$

а при малых угловых размерах

$$d = F\frac{\rho'}{3438'} = F\frac{\rho''}{206265''}, \quad (103)$$

где ρ' — угловые размеры в минутах дуги и ρ'' — те же размеры в секундах дуги.

Тогда угловой масштаб фотонегатива

$$\xi' = \frac{\rho'}{d}\ [{}'/\text{мм}] \quad (104)$$

или

$$\xi'' = \frac{\rho''}{d}\ [{}''/\text{мм}], \quad (105)$$

а линейный масштаб

$$\xi = \frac{R}{d}, \quad (106)$$

где R — линейные размеры светила.

Диаметр поля зрения телескопа, выраженный в минутах дуги,

$$N = \frac{2000'}{W} \quad (107)$$

и более точно определяется по прохождению звезды по диаметру поля зрения неподвижного телескопа;

$$N = \frac{\tau}{4} \cos \delta, \qquad (108)$$

где τ — продолжительность прохождения звезды в секундах и δ — склонение звезды.

У радиотелескопа и радиоинтерферометра разрешение

$$\theta = 2'',51 \cdot 10^5 \frac{\lambda}{D} = 4200' \frac{\lambda}{D}, \qquad (109)$$

где λ — длина радиоволны и D — диаметр радиотелескопа (или расстояние между радиотелескопами, образующими радиоинтерферометр) берутся в одинаковых единицах измерения.

Степень реагирования радиоприемного устройства на радиосигналы характеризуется чувствительностью

$$\Delta T = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{T_{ш}}{\sqrt{\tau_0 \cdot \Delta\nu}}, \qquad (110)$$

которая определяется шумовой температурой $T_ш$, постоянной времени τ_0 (времени срабатывания записывающего прибора) в секундах и полосой пропускания $\Delta\nu$ в герцах.

Пример

Угловой диаметр Венеры вблизи ее наибольшей элонгации равен 25″. Какой нужно применить окуляр, чтобы при наблюдениях в телескоп с фокусным расстоянием объектива 10,8 м Венера была видна размерами с Луну, угловой диаметр которой равен 32′, и какой будет диаметр изображения планеты на негативе, полученном в фокусе телескопа? Найти также масштабы негатива, зная, что диаметр Венеры равен 12 100 км.

Данные: $F = 10{,}8$ м $= 1080$ см; Венера, $\rho = 25''$, $R = 12\,100$ км; $\beta = 32' = 1920''$.

Решение. По формулам (96), (103), (105) и (106) получим: увеличение

$$W = \frac{\beta}{\rho} = \frac{1920}{25} = 77^{\times};$$

окуляр с фокусным расстоянием

$$f = \frac{F}{W} = \frac{1080}{77}; \quad f = 14{,}0 \text{ см} = 140 \text{ мм};$$

диаметр изображения планеты на фотонегативе

$$d = F\,\frac{\rho''}{206265''} = 1080 \cdot \frac{25''}{206265''};$$

$$d = 0{,}13 \text{ см} = 1{,}3 \text{ мм};$$

угловой масштаб негатива

$$\xi'' = \frac{\rho''}{d} = \frac{25''}{1{,}3} = 19'',2 \text{ мм}^{-1};$$

линейный масштаб

$$\xi = \frac{R}{d} = \frac{12100}{1{,}3}; \quad \xi = 9300 \text{ км/мм}.$$

238. Определить относительное отверстие, разрешение, проницающую способность, наибольшее, наименьшее и разрешающее увеличение двух телескопов, одного с объективом диаметром 37,5 см и фокусным расстоянием 6 м, а другого с объективом диаметром 1 м и фокусным расстоянием 8 м.

239. Найти увеличение и диаметр поля зрения двух телескопов, одного с объективом диаметром 30 см и светосилой 1:5, а другого с диаметром 91 см и светосилой 1:19, при окулярах с фокусным расстоянием 40 мм и 10 мм.

240. Чему равны светосила, разрешение, проницающая способность, наибольшее, наименьшее и разрешающее увеличение школьного менискового телескопа Максутова и школьного телескопа-рефрактора, если первый имеет диаметр 70 мм и фокусное расстояние 70,4 см, а второй — диаметр 80 мм и фокусное расстояние 80 см?

241. Узнать увеличение и диаметр поля зрения телескопов предыдущей задачи при окулярах с фокусным расстоянием 28 мм, 20 мм и 10 мм.

242. Какое увеличение и поле зрения дадут окуляры школьных телескопов, указанные в предыдущей задаче, при использовании их для наблюдений в телескопы с объективами диаметром 65 см и светосилой 1:16 (Пулковская обсерватория) и 33 см и 1:10,5 (Ташкентская обсерватория)? Какие из этих окуляров реально пригодны для указанных телескопов?

243. Имеет ли смысл использовать окуляр с фокусным расстоянием 5 мм при наблюдениях в телескопы с фокусным расстоянием 1,25 м и светосилой 1:5 и с фокусным расстоянием 7,50 м и светосилой 1:15?

244. Какое минимальное угловое расстояние между компонентами двойной звезды может быть разрешено в телескопы с объективами диаметром 20 см и 1 м?

245. Определить минимальное угловое расстояние между компонентами двойных звезд, доступных наблюдениям в школьные телескопы с объективами диаметром 70 мм и 8 см.

246. Какие наименьшие угловые расстояния между компонентами двойных звезд могут быть разрешены телескопами, одним с фокусным расстоянием и светосилой объектива 1 м и 1:10, а другим с фокусным расстоянием 14 м и светосилой 1:16? Окуляры с каким фокусным расстоянием должны быть для этого применены?

247. В телескопы какого наименьшего диаметра можно видеть двойные звезды β Лебедя (35″), ζ Большой Медведицы (14″) и γ Девы (5″,0) и какое при этом должно быть применено минимальное увеличение? В скобках даны угловые расстояния между компонентами двойных звезд.

248. Можно ли в телескопы школьного типа видеть диски планет Марса, Урана и Нептуна, если угловые диаметры этих планет в среднем противостоянии соответственно равны 18″, 4″,0 и 2″,5? Диаметр объектива школьного менискового телескопа равен 70 мм, а школьного телескопа-рефрактора — 80 мм.

249. Угловой диаметр Юпитера при среднем противостоянии равен 49″, а угловой диаметр Венеры в эпоху нижнего соединения — около 60″. Какие увеличения необходимо применить для того, чтобы в телескоп диски этих планет были видны размером с Луну для невооруженного глаза, если диаметр лунного диска близок к 0°,5?

250. Определить линейный диаметр фотографических изображений Марса и Луны, а также масштабы этих негативов, полученных в фокусе рефрактора с объективом 20 см и светосилой 1:15 и в фокусе крупнейшего в мире советского рефлектора с фокусным расстоянием 24 м. Угловые размеры этих светил принять равными соответственно 25″ и 32′, а линейный поперечник Луны — 3476 км и Марса — 6800 км.

251. Вычислить масштаб негативов и линейные диаметры фотографических изображений Марса и Луны при фотографировании их в фокусе школьного телеско-

па-рефрактора, диаметр объектива которого равен 8 см и светосила — 1 : 10. Необходимые сведения заимствовать из предыдущей задачи.

252. Объектив нормального астрографа имеет диаметр 33 см, а масштаб негативов, экспонируемых в его фокусе, получается равным 1′ мм$^{-1}$. Найти фокусное расстояние и светосилу астрографа, а также линейные размеры на негативах (снятых в фокусе) взаимного расстояния компонентов двойной звезды β Лебедя, угловое расстояние между компонентами которых равно 35″.

253. Сколько времени могут быть видны звезды ϰ Девы, Капелла (α Возничего) и Полярная (α Малой Медведицы) в поле зрения неподвижного телескопа при увеличении в 100 раз, если склонение этих звезд равно соответственно — 0°03′, + 45°58′ и + 89°02′?

254. Звезда Ригель (β Ориона), имеющая склонение — 8°15′, проходит диаметр поля зрения неподвижного телескопа за 1 мин. Найти увеличение и диаметр поля зрения телескопа при этом увеличении.

255. Звезда Сириус (α Большого Пса) со склонением — 16°39′ наблюдается в телескоп с диаметром объектива 20 см и светосилой 1:15. При одном окуляре эта звезда проходит диаметр поля зрения за 1^{м}53^с, а при другом — за 38^с. Определить фокусное расстояние окуляров и диаметр поля зрения телескопа при их применении.

256. При окуляре с фокусным расстоянием 32 мм разрешающее увеличение телескопа Пулковского рефрактора составляет 325×. Определить диаметр, фокусное расстояние и светосилу объектива телескопа, его разрешение и проницающую способность, допускаемое наибольшее и наименьшее увеличение, поле зрения при указанных трех увеличениях и продолжительность прохождения по его диаметру звезд α Большой Медведицы и Проциона (α Малого Пса), склонение которых равно соответственно + 62°01′ и + 5°21′.

257. Сравнить разрешающую силу самого крупного в мире советского шестиметрового телескопа-рефлектора и радиотелескопов с антеннами диаметром D, работающих на длине радиоволны λ: 1) D = 22 м, λ = 65 см; 2) D = 100 м, λ = 10 см; 3) D = 1000 м, λ = 10 м.

258. Найти разрешение радиоинтерферометров, состоящих из двух радиотелескопов с взаимным расстоя-

нием в 100 км, 1000 км и 9000 км и воспринимающих радиоволны, указанные в предыдущей задаче.

259. Вычислить чувствительность приемника радиотелескопа с полосой пропускания $\Delta\nu$, постоянной времени τ_0 и шумовой температурой $T_ш$: 1) $\Delta\nu = 10^5$ гц, $\tau_0 = 10^c$ и $T_ш = 250°$ К; 2) $\Delta\nu = 10^4$ гц, $\tau_0 = 3^c$ и $T_ш = 200°$ К; 3) $\Delta\nu = 10^6$ гц; $\tau_0 = 20^c$ и $T_ш = 310°$ К.

260. Определить шумовую температуру приемника телескопа с полосой пропускания $\Delta\nu$, постоянной времени τ_0 и чувствительностью ΔT: 1) $\Delta\nu = 10^6$ гц, $\tau_0 = 6^c$ и $\Delta T = 0°{,}20$; 2) $\Delta\nu = 10^5$ гц, $\tau_0 = 10^c$ и $\Delta T = 0°{,}39$; 3) $\Delta\nu = 10^4$ гц, $\tau_0 = 4^c$ и $\Delta T = 2°{,}20$.

IV. ОСНОВЫ АСТРОФИЗИКИ И ЗВЕЗДНОЙ АСТРОНОМИИ

§ 12. БЛЕСК СВЕТИЛ

Блеск E светила характеризуется его видимой звездной величиной m. Одно и то же светило может иметь различную видимую звездную величину в зависимости от способа ее определения: визуальную звездную величину m_v, фотографическую звездную величину m_{pg}, фотовизуальную звездную величину m_{pv}, фотоэлектрические звездные величины V (желтую), B (синюю) и U (ультрафиолетовую), болометрическую m_b и т. д.

Отношение блеска E_1 и E_2 двух светил связано с их видимой звездной величиной m_1 и m_2 формулой Погсона:

$$\lg \frac{E_1}{E_2} = 0{,}4\ (m_2 - m_1). \qquad (111)$$

Разность

$$C = m_{pg} - m_v = m_{pg} - m_{pv} \qquad (112)$$

называется обычным показателем цвета, разность $(B-V)$ — основным показателем цвета, а разность $(U-V)$ — ультрафиолетовым показателем цвета, хотя часто под ним подразумевается также разность $(U-B)$.

Планеты и их спутники светят отраженным солнечным светом и поэтому при полной фазе их блеск

$$E = kA \frac{d^2}{r^2 \rho^2}, \qquad (113)$$

где k — коэффициент, учитывающий освещенность Солнцем и систему единиц измерения, A — сферическое альбедо*, d — линейный диаметр, r — гелиоцентрическое

* Сферическое альбедо показывает, какую долю падающего света отражает тело ($A<1$).

расстояние и ρ — расстояние от наблюдателя; эти расстояния выражаются либо в километрах, либо в астрономических единицах (1 а. е. $= 149{,}6 \cdot 10^6$ км).

Расстояния до звезд измеряются парсеками (пс) и значительно реже — световыми годами (св. г.); 1 пс $=$ $= 206\,265$ а. е. $= 3{,}26$ св. г.

Расстояние r звезды, выраженное в парсеках, и ее годичный параллакс π, измеренный в секундах дуги ($''$), связаны соотношением

$$r = \frac{1}{\pi}. \qquad (114)$$

Так как блеск E каждой звезды прямо пропорционален ее светимости L и обратно пропорционален квадрату расстояния r от наблюдателя, то отношение светимости двух звезд

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{E_1}{E_2} \cdot \frac{r_1^2}{r_2^2} = \frac{E_1}{E_2} \cdot \frac{\pi_2^2}{\pi_1^2}. \qquad (115)$$

Примеры

1. Визуальный блеск звезды Веги (α Лиры) равен $+0^m{,}14$ и ее параллакс $0''{,}123$, а у звезды β Водолея визуальный блеск $+3^m{,}07$ и параллакс $0''{,}003$. Найти отношение блеска и светимости этих двух звезд.

Даны е: $m_1 = +0^m{,}14$, $\pi_1 = 0''{,}123$;
$m_2 = +3^m{,}07$, $\pi_2 = 0''{,}003$.

Решение. По формуле (111),

$$\lg \frac{E_1}{E_2} = 0{,}4\,(m_2 - m_1) = 0{,}4\,(3^m{,}07 - 0^m{,}14) = 1{,}172$$

и

$$\frac{E_1}{E_2} = 14{,}86 \approx 15.$$

Согласно выражению (115),

$$\frac{L_1}{L_2} = \frac{E_1}{E_2}\left(\frac{\pi_2}{\pi_1}\right)^2 = 14{,}86\left(\frac{0''{,}003}{0''{,}123}\right)^2 = \frac{14{,}86}{1681},$$

или

$$\frac{L_2}{L_1} = 113{,}1 \approx 113.$$

Следовательно, звезда Вега представляется нам ярче звезды β Водолея в 15 раз, а в действительности звезда β Водолея ярче Веги в 113 раз.

2. В эпоху среднего противостояния Марса его спутники видны с Земли звездообразными объектами $+11^m,6$ (Фобос) и $+12^m,8$ (Деймос). Найти блеск спутников в эпоху великого противостояния Марса. Среднее гелиоцентрическое расстояние Марса равно 1,524 а. е., а эксцентриситет его орбиты — 0,0934.

Данные: Марс, $a=1{,}524$ а. е., $e=0{,}0934$;
Фобос, $m=+11^m,6$; Деймос, $m=+12^m,8$.

Решение. По формуле (113), блеск спутника

$$E=kA\frac{d^2}{r^2\rho^2}.$$

В среднем противостоянии гелиоцентрическое расстояние Марса и его спутников $r=a=1{,}524$ а. е., а их геоцентрическое расстояние $\rho=a-a_0=1{,}524-1{,}0=0{,}524$ а. е.

Согласно формуле (35), в эпоху великого противостояния Марса его гелиоцентрическое расстояние $r_1=q=a\,(1-e)=1{,}524\,(1-0{,}0934)=1{,}382$ а. е., а геоцентрическое расстояние $\rho_1=q-a_0=1{,}382-1{,}0=0{,}382$ а. е., и поэтому блеск спутника

$$E_1=kA\frac{d^2}{r_1^2\rho_1^2}.$$

Следовательно, $\frac{E_1}{E}=\left(\frac{r\rho}{r_1\rho_1}\right)^2$

или, согласно (111),

$$\lg\frac{E_1}{E}=2\lg\frac{r\rho}{r_1\rho_1}=0{,}4\,(m-m_1),$$

где m — известная и m_1 — искомая звездная величина спутника. Отсюда

$$m-m_1=5\lg\frac{1{,}524\cdot0{,}524}{1{,}382\cdot0{,}382}=5\lg 1{,}51=5\cdot0{,}179=0^m,9,$$

т. е. блеск Фобоса $m_1=11^m,6-0^m,9=10^m,7$, а блеск Деймоса $m_1=12^m,8-0^m,9=11^m,9$.

261. Во сколько раз звезда Арктур (α Волопаса) ярче звезд α Андромеды и η Девы, если визуальный блеск Арктура равен $+0^m,24$, а блеск остальных звезд соответственно равен $+2^m,15$ и $4^m,00$?

262. Во сколько раз звезды ε Лебедя и γ Водолея слабее Сириуса (α Большого Пса), если их визуальный блеск соответственно равен $+2^m,64$ $+3^m,97$ и $-1^m,58$?

263. Во сколько раз меняется блеск Марса, если его видимая визуальная звездная величина колеблется в пределах от $+2^m,0$ до $-2^m,6$?

264. Найти разность однородных звездных величин звезд, различающихся по блеску в 10, 100 и 1000 раз.

265. Сколько звезд нулевой видимой звездной величины могут заменить свет, испускаемый всеми звездами восьмой видимой звездной величины, число которых близко к 26 700?

266. Во сколько раз доступные телескопам самые слабые звезды ($+22^m,5$) слабее звезды Альтаира (α Орла), блеск которой $+0^m,89$?

267. Визуальный блеск звезды Поллукса (β Близнецов) равен $+1^m,21$, звезды Альтаира (α Орла) $+0^m,89$ и звезды Ригеля (β Ориона) $+0^m,34$, а видимые фотографические звездные величины тех же звезд равны соответственно $+2^m,46$, $+1^m,13$ и $+0^m,17$. Определить обычный показатель цвета каждой из этих звезд и отношение интенсивности излучения в визуальных и фотографических лучах.

268. Фотоэлектрическая желтая звездная величина звезды Веги (α Лиры) равна $+0^m,03$, звезды Альдебарана (α Тельца) $+0^m,86$ и звезды Спики (α Девы) $+0^m,97$, их основные показатели цвета равны соответственно $0^m,00$, $+1^m,54$ и $-0^m,23$, а ультрафиолеговые ($U-V$) показатели цвета равны $0^m,00$, $+3^m,46$ и $-1^m,17$. Найти синюю и ультрафиолетовую звездную величину каждой из этих звезд.

269. Вычислить для каждой звезды предыдущей задачи отношение блеска в различных лучах.

270. Во сколько раз отличается блеск Солнца в визуальных ($-26^m,78$) и фотографических ($-26^m,21$) лучах и во сколько раз — в желтых и синих лучах, если его основной показатель цвета равен $+0^m,63$? В скобках указана видимая звездная величина Солнца.

271. На сколько изменится видимая звездная величина звезды при ее удалении в два, четыре и n раз и при таком же уменьшении ее действительного расстояния?

272. Фотографический блеск звезды Проциона (α Малого Пса) равен $+0^m,88$, а обычный показатель

цвета $+0^m,40$. Найти визуальный блеск этой звезды при увеличении ее расстояния от Земли в пять и десять раз и при уменьшении ее расстояния в три и шесть раз.

273. Определить отношение освещенностей, создаваемых на Земле Луной в полнолуние и в первой четверти, если в первом случае блеск Луны равен $-12^m,7$, а во втором $-9^m,2$.

274. Во сколько раз полная Луна светит слабее Солнца, если ее визуальный блеск равен $-12^m,7$, а видимая визуальная звездная величина Солнца $-26^m,8$?

275. Во сколько раз Земля получает больше света от Солнца ($-26^m,78$), чем от самой яркой звезды неба Сириуса (α Большого Пса), видимая визуальная звездная величина которого равна $-1^m,58$?

276. Вычислить угловой диаметр и видимую визуальную звездную величину Солнца с планет Меркурия, Марса и Плутона и определить освещенность этих планет Солнцем в сравнении с освещенностью Земли. Расстояния этих планет от Солнца равны соответственно 0,387 а. е., 1,524 а. е. и 39,5 а. е. Видимый с Земли диаметр Солнца 32′, а визуальный блеск равен $-26^m,78$.

277. В эпоху среднего противостояния Марса его спутники видны с Земли звездообразными объектами $+11^m,6$ (Фобос) и $+12^m,8$ (Деймос). Какие примерно угловые размеры и каков блеск спутников в полной фазе по наблюдениям с Марса, если средний поперечник Фобоса равен 21 км, а поперечник Деймоса — 12 км, и они обращаются вокруг планеты соответственно на расстояниях в 9400 км и 23 500 км? Среднее гелиоцентрическое расстояние Марса равно 1,524 а. е., а его радиус — 3400 км.

278. Используя данные предыдущей задачи и эксцентриситет марсианской орбиты, равный 0,0934, вычислить блеск спутников Марса при его наиболее далеком (афелийном) противостоянии и при наиближайшем (перигельном) и афелийном соединении.

279. Диаметр Луны меньше земного в 3,67 раза; сферическое альбедо Земли 0,39, а Луны 0,07. При геоцентрическом расстоянии в 384 400 км блеск полной Луны равен $-12^m,7$. Как выглядит Земля и Луна по наблюдениям с Солнца?

280. Звезда Сириус (α Большого Пса) с видимой визуальной звездной величиной $-1^m,58$ находится в 20 раз

ближе к Земле, чем звезда ε Змеи, визуальный блеск которой $+3^m,85$. Какая из этих звезд и во сколько раз кажется нам ярче и какое отношение их светимости?

281. Решить предыдущую задачу для звезд α Орла и σ Ориона, если у первой звезды блеск $+0^m,89$ и параллакс $0'',198$, а у второй $+3^m,78$ и $0'',002$.

282. Параллаксы Полярной звезды (α Малой Медведицы), Мицара (ζ Большой Медведицы) и звезды Каптейна равны соответственно $0'',005$, $0'',037$ и $0'',251$. Выразить расстояния этих звезд в парсеках и световых годах.

283. Расстояние от звезды Денеба (α Лебедя) до Земли свет проходит за 815 лет, расстояние от звезды Альдебарана (α Тельца) — за 67,9 года и от звезды Толимана (α Центавра) — за 4,34 года. Чему равны годичные параллаксы этих звезд?

§ 13. ФИЗИЧЕСКАЯ ПРИРОДА СОЛНЦА И ЗВЕЗД

Светимость звезд вычисляется по их абсолютной звездной величине M, которая связана с видимой звездной величиной m соотношениями

$$M = m + 5 + 5 \lg \pi \qquad (116)$$

и

$$M = m + 5 - 5 \lg r, \qquad (117)$$

где π — годичный параллакс звезды, выраженный в секундах дуги ($''$) и r — расстояние звезды в парсеках (пс).

Найденная по формулам (116) и (117) абсолютная звездная величина M принадлежит к тому же виду, что и видимая звездная величина m, т. е. может быть визуальной M_v, фотографической M_{pg}, фотоэлектрической (M_V, M_B или M_U) и т. д. В частности, абсолютная болометрическая звездная величина, характеризующая полное излучение,

$$M_b = m_v + b \qquad (118)$$

и может быть также вычислена по видимой болометрической звездной величине

$$m_b = m_v + b, \qquad (119)$$

где b — болометрическая поправка, зависящая от спектрального класса и класса светимости звезды.

Светимость L звезд выражается в светимости Солнца, принятой за единицу ($L_\odot = 1$), и тогда

$$\lg L = 0{,}4\,(M_\odot - M), \qquad (120)$$

где $M_\odot$ — абсолютная звездная величина Солнца: визуальная $M_{\odot\,v} = +4^m{,}79$; фотографическая $M_{\odot\,pg} = +5^m{,}36$; фотоэлектрическая желтая $M_{\odot\,V} = +4^m{,}77$; фотоэлектрическая синяя $M_{\odot\,B} = 5^m{,}40$; болометрическая $M_{\odot\,b} = +4^m{,}73$. Эти звездные величины необходимо использовать при решении задач данного раздела.

Вычисленная по формуле (120) светимость звезды соответствует виду абсолютных звездных величин звезды и Солнца.

Закон Стефана—Больцмана

$$\mathcal{E} = \sigma T_e^4$$

применим для определения эффективной температуры T_e только тех звезд, у которых известны угловые диаметры. Если E — количество энергии, падающей от звезды или Солнца по нормали на площадку в 1 см² границы земной атмосферы за 1^c, то при угловом диаметре Δ, выраженном в секундах дуги ($''$), температура

$$T_e = 642{,}3 \sqrt[4]{\frac{E}{\sigma \Delta^2}}, \qquad (121)$$

где $\sigma = 1{,}354 \cdot 10^{-12}$ кал/(см²·с·град⁴) = $= 5{,}70 \cdot 10^{-5}$ эрг/(см²·с·град⁴) и выбирается в зависимости от единиц измерения количества энергии E, которое находится из формулы (111) по разности болометрических звездных величин звезды и Солнца путем сравнения с солнечной постоянной $E_\odot \approx 2$ кал/(см²·мин).

Цветовая температура Солнца и звезд, в спектрах которых известно распределение энергии, может быть найдена по закону Вина

$$T = \frac{K}{\lambda_m}, \qquad (122)$$

где λ_m — длина волны, соответствующая максимуму энергии, а K — постоянная, зависящая от единиц измерения λ. При измерении λ в см $K = 0{,}2898$ см·град, а при измерении λ в ангстремах (Å) $K = 2898 \cdot 10^4$ Å·град.

С достаточной степенью точности цветовая температу-

ра звезд вычисляется по их показателям цвета C и $(B-V)$

$$T = \frac{7200^\circ}{C+0^m,65} \tag{123}$$

и

$$T = \frac{7920^\circ}{(B-V)+0^m,72}. \tag{124}$$

Массы M звезд обычно выражаются в массах Солнца ($M_\odot = 1$) и надежно определяются только для физических двойных звезд (с известным параллаксом π) по третьему обобщенному закону Кеплера: сумма масс компонентов двойной звезды

$$M_1 + M_2 = \frac{a^3}{P^2}, \tag{125}$$

где P — период обращения звезды-спутника вокруг главной звезды (или обеих звезд вокруг общего центра масс), выраженный в годах, и a — большая полуось орбиты звезды-спутника в астрономических единицах (а. е.).

Величина a в а. е. вычисляется по угловому значению большой полуоси a'' и параллаксу π, полученным из наблюдений в секундах дуги:

$$a = \frac{a''}{\pi}. \tag{126}$$

Если известно отношение расстояний a_1 и a_2 компонентов двойной звезды от их общего центра масс, то равенство

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{a_2}{a_1} \tag{127}$$

позволяет вычислить массу каждого компонента в отдельности.

Линейные радиусы R звезд всегда выражаются в радиусах Солнца ($R_\odot = 1$) и для звезд с известными угловыми диаметрами Δ (в секундах дуги)

$$R = 107{,}5\,\frac{\Delta}{\pi}, \tag{128}$$

причем

$$\lg\Delta = 5{,}444 - 0{,}2m_b - 2\lg T. \tag{129}$$

Линейные радиусы звезд вычисляются также по формулам

$$\lg R = 8{,}473 - 0{,}20 M_b - 2\lg T, \qquad (130)$$

$$\lg R = 0{,}82 C - 0{,}20 M_v + 0{,}51 \qquad (131)$$

и $$\lg R = 0{,}72 (B - V) - 0{,}20 M_V + 0{,}51, \qquad (132)$$

в которых T — температура звезды (строго говоря, эффективная, но если она не известна, то цветовая).

Так как объемы звезд всегда выражаются в объемах Солнца, то они пропорциональны R^3, и поэтому средняя плотность звездного вещества (средняя плотность звезды)

$$\rho = \rho_\odot \frac{M}{R^3}, \qquad (133)$$

где $\rho_\odot$ — средняя плотность солнечного вещества.

При $\rho_\odot = 1$ средняя плотность звезды получается в плотностях солнечного вещества; если же нужно вычислить ρ в г/см^3, следует принять $\rho_\odot = 1{,}41$ г/см^3.

Мощность излучения звезды или Солнца

$$\mathcal{E}_0 = 4\pi R^2 \sigma T_e^4 = 4\pi r^2 E, \qquad (134)$$

а ежесекундная потеря массы через излучение определяется по формуле Эйнштейна

$$\Delta M = \frac{\mathcal{E}_0}{c^2}, \qquad (135)$$

где $c = 3 \cdot 10^{10}$ см/с — скорость света, ΔM — выражается в граммах в секунду и $\mathcal{E}_0$ — в эргах в секунду.

Примеры

1. Определить эффективную температуру и радиус звезды Веги (α Лиры), если ее угловой диаметр равен $0''{,}0035$, годичный параллакс $0''{,}123$ и болометрический блеск $-0^m{,}54$. Болометрическая звездная величина Солнца равна $-26^m{,}84$, а солнечная постоянная близка к 2 кал/(см^2·мин).

Данные: Вега, $\Delta = 3''{,}5 \cdot 10^{-3}$, $\pi = 0''{,}123$, $m_b = -0^m{,}54$;
Солнце, $m_{\odot\, b} = -26^m{,}84$, $E_\odot = 2$ кал/(см^2·мин) $= 1/30$ кал/(см^2·с);
постоянная $\sigma = 1{,}354 \times 10^{-12}$ кал/(см^2·с·град^4).

Решение. Падающее нормально на единицу пло-

щади земной поверхности излучение звезды, аналогичное солнечной постоянной, вычисляется по формуле (111):

$$\lg \frac{E}{E_\odot} = 0{,}4\,(m_{\odot b} - m_b) = 0{,}4\,(-26^m{,}84 + 0^m{,}54) =$$

$$= -10{,}520 = -11 + 0{,}480,$$

откуда $$\frac{E}{E_\odot} = 3{,}02 \cdot 10^{-11},$$

или $$E = 3{,}02 \cdot 10^{-11} \cdot \frac{1}{30} = 1{,}007 \cdot 10^{-12}\ \text{кал/(см}^2\cdot\text{с)}.$$

Согласно (121), эффективная температура звезды

$$T_e = 642{,}3 \sqrt[4]{\frac{E}{\sigma \Delta^2}} = 642{,}3 \sqrt[4]{\frac{1{,}007 \cdot 10^{-12}}{1{,}354 \cdot 10^{-12} \cdot (3{,}5 \cdot 10^{-3})^2}} =$$

$$= 10\,100\ \text{К}.$$

По формуле (128), радиус Веги

$$R = 107{,}5 \frac{\Delta}{\pi} = 107{,}5 \cdot \frac{3{,}5 \cdot 10^{-3}}{0{,}123} = 3{,}1,$$

2. Найти физические характеристики звезды Сириуса (α Большого Пса) и его спутника по следующим данным наблюдений: видимая желтая звездная величина Сириуса равна $-1^m{,}46$, его основной показатель цвета $0^m{,}00$, а у звезды-спутника соответственно $+8^m{,}50$ и $+0^m{,}15$; параллакс звезды равен $0''{,}375$; спутник обращается вокруг Сириуса с периодом 50 лет по орбите с угловым значением большой полуоси $7''{,}60$, причем отношение расстояний обеих звезд до общего центра масс составляет 2,3 : 1. Абсолютную звездную величину Солнца в желтых лучах принять равной $+4^m{,}77$.

Данные: Сириус, $V_1 = -1^m{,}46$, $(B-V)_1 = 0^m{,}00$;
спутник, $V_2 = +8^m{,}50$, $(B-V)_2 = +0^m{,}15$,
$P = 50$ лет, $a'' = 7''{,}60$;
$a_2 : a_1 = 2{,}3 : 1$; $\pi = 0''{,}375$.
Солнце, $M_{\odot V} = +4^m{,}77$.

Решение. Согласно формулам (116) и (120), абсолютная звездная величина Сириуса

$$M_{V1} = V_1 + 5 + 5\lg\pi = -1^m{,}46 + 5 + 5\lg 0{,}375 = +1^m{,}41,$$

а логарифм его светимости

$$\lg L_1 = 0{,}4\,(M_\odot - M_1) = 0{,}4\,(4^m{,}77 - 1^m{,}41) = 1{,}344,$$

откуда светимость $L_1 = 22$.

По формуле (124), температура Сириуса

$$T_1 = \frac{7920}{(B-V)_1 + 0^m{,}72} = \frac{7920}{0^m{,}00 + 0^m{,}72} = 11\,000 \text{ K},$$

по формуле (132)

$$\lg R_1 = 0{,}72\,(B-V)_1 - 0{,}20 M_{V1} + 0{,}51 =$$
$$= 0{,}72 \cdot 0^m{,}00 - 0{,}20 \cdot 1^m{,}41 + 0{,}51 = 0{,}228,$$

и тогда радиус Сириуса $R_1 = 1{,}7$, а его объем $R_1^3 = 1{,}7^3 = 4{,}91$ (объема Солнца).

Те же формулы дают для спутника Сириуса: $M_{V2} = +11^m{,}37$; $L_2 = 2{,}3 \cdot 10^{-3}$; $T_2 = 9100°$; $R_2 = 0{,}022$; $R_2^3 = 10{,}6 \cdot 10^{-6}$.

По формуле (126), большая полуось орбиты спутника

$$a = \frac{a''}{\pi} = \frac{7''{,}60}{0''{,}375} = 20{,}3 \text{ а. е.},$$

по (125) сумма масс обеих звезд

$$M_1 + M_2 = \frac{a^3}{P^2} = \frac{20{,}3^3}{50^2} = 3{,}3$$

и, по (127), отношение масс

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{2{,}3}{1} \text{ или } M_1 = 2{,}3\,M_2,$$

откуда при совместном решении уравнений (125) и (127) находится масса Сириуса $M_1 = 2{,}3$ и масса его спутника $M_2 = 1{,}0$.

Средняя плотность звезд вычисляется по формуле (133): у Сириуса

$$\rho_1 = \rho_\odot \frac{M_1}{R_1^3} = 1{,}41 \cdot \frac{2{,}3}{4{,}91} = 0{,}66 \text{ г/см}^3,$$

а у его спутника

$$\rho_2 = \rho_\odot \frac{M_2}{R_2^3} = 1{,}41 \cdot \frac{1{,}0}{10{,}6 \cdot 10^{-6}} = 133 \cdot 10^3 \text{ г/см}^3 =$$
$$= 133 \text{ кг/см}^3.$$

По найденным характеристикам — радиусу, светимости и плотности — видно, что Сириус принадлежит к звездам главной последовательности, а его спутник является белым карликом.

284. Вычислить визуальную светимость звезд, визуальный блеск и годичный параллакс которых указаны в скобках: α Орла ($0^m,89$ и $0'',198$), α Малой Медведицы ($2^m,14$ и $0'',005$) и ε Индейца ($4^m,73$ и $0'',285$).

285. Найти фотографическую светимость звезд, для которых визуальный блеск, обычный показатель цвета и расстояние от Солнца указаны в скобках: β Близнецов ($1^m,21$, $+1^m,25$ и 10,75 пс); η Льва ($3^m,58$, $+0^m,00$ и 500 пс); звезда Каптейна ($8^m,85$, $+1^m,30$ и 3,98 пс). Сведения о Солнце приведены на странице 88.

286. Во сколько раз визуальная светимость звезд предыдущей задачи превышает их фотографическую светимость?

287. Визуальный блеск Капеллы (α Возничего) равен $0^m,21$, а ее спутника $10^m,0$. Показатели цвета этих звезд равны соответственно $+0^m,82$ и $+1^m,63$. Определить, во сколько раз визуальная и фотографическая светимость Капеллы больше соответствующей светимости ее спутника.

288. Абсолютная визуальная звездная величина звезды β Большого Пса равна $-2^m,28$. Найти визуальную и фотографическую светимость двух звезд, одна из которых (с показателем цвета $+0^m,29$) в 120 раз абсолютно ярче, а другая (с показателем цвета $+0^m,90$) в 120 раз абсолютно слабее звезды β Большого Пса.

289. Если бы Солнце, Ригель (β Ориона), Толиман (α Центавра) и его спутник Проксима (Ближайшая) находились на одинаковом расстоянии от Земли, то какое количество света в сравнении с солнечным получала бы она от этих звезд? Визуальный блеск Ригеля $0^m,34$, его параллакс $0'',003$, те же величины у Толимана $0^m,12$ и $0'',751$, а у Проксимы $10^m,68$ и $0'',762$. Звездная величина Солнца указана в задаче 275 и на с. 88.

290. Найти расстояния от Солнца и параллаксы трех звезд Большой Медведицы по их блеску в желтых лучах и абсолютной звездной величине в синих лучах: 1) α, $V=1^m,79$, $(B-V)=+1^m,07$ и $M_B=+0^m,32$; 2) δ, $V=3^m,31$, $(B-V)=+0^m,08$ и $M_B=+1^m,97$; 3) η, $V=1^m,86$, $(B-V)=-0^m,19$ и $M_B=-5^m,32$.

291. На каком расстоянии от Солнца находится звезда Спика (α Девы) и чему равен ее параллакс, если ее светимость в желтых лучах равна 720, основной показатель цвета равен $-0^m,23$, а блеск в синих лучах $0^m,74$?

292. Абсолютная синяя (в *B*-лучах) звездная величина звезды Капеллы (α Возничего) $+0^m,20$, а звезды Проциона (α Малого Пса) $+3^m,09$. Во сколько раз эти звезды в синих лучах абсолютно ярче или слабее звезды Регула (α Льва), абсолютная желтая (в *V*-лучах) звездная величина которой равна $-0^m,69$, а основной показатель цвета $-0^m,11$?

293. Как выглядит Солнце с расстояния звезды Толимана (α Центавра), параллакс которой $0'',751$?

294. Каков визуальный и фотографический блеск Солнца с расстояний звезд Регула (α Льва), Антареса (α Скорпиона) и Бетельгейзе (α Ориона), параллаксы которых соответственно равны $0'',039$, $0'',019$ и $0'',005$?

295. На сколько болометрические поправки отличаются от основных показателей цвета при болометрической светимости звезды, превышающей в 20, 10 и 2 раза ее желтую светимость, которая, в свою очередь, больше синей светимости звезды соответственно в 5, 2 и 0,8 раза?

296. Максимум энергии в спектре Спики (α Девы) приходится на электромагнитную волну длиной 1450 Å, в спектре Капеллы (α Возничего) — на 4830 Å и в спектре Поллукса (β Близнецов) — на 6580 Å. Определить цветовую температуру этих звезд.

297. Солнечная постоянная периодически колеблется в пределах от 1,93 до 2,00 кал/см^2·мин. На сколько при этом изменяется эффективная температура Солнца, видимый диаметр которого близок к 32′? Постоянная Стефана $\sigma = 1{,}354 \cdot 10^{-12}$ кал/(см^2·с·град^4).

298. По результату предыдущей задачи найти приближенное значение длины волны, соответствующей максимуму энергии в солнечном спектре.

299. Определить эффективную температуру звезд по измеренным их угловым диаметрам и доходящему от них до Земли излучению, указанным в скобках:

1) α Льва ($0'',0014$ и $3{,}23 \cdot 10^{-11}$ кал/(см^2·мин));
2) α Орла ($0'',0030$ и $2{,}13 \cdot 10^{-11}$ кал/(см^2·мин));
3) α Ориона ($0'',046$ и $7{,}70 \cdot 10^{-11}$ кал/(см^2·мин)).

300. Видимая болометрическая звездная величина

звезды α Эридана равна $-1^m,00$ и угловой диаметр $0'',0019$, у звезды α Журавля аналогичные параметры $+1^m,00$ и $0'',0010$, а у звезды α Тельца $+0^m,06$ и $0'',0180$. Вычислить температуру этих звезд, приняв видимую болометрическую звездную величину Солнца равной $-26^m,84$ и солнечную постоянную близкой к 2 кал/(см²·мин).

301. Определить температуру звезд, визуальный и фотографический блеск которых указан в скобках: γ Ориона ($1^m,70$ и $1^m,41$); ε Геркулеса ($3^m,92$ и $3^m,92$); α Персея ($1^m,90$ и $2^m,46$); β Андромеды ($2^m,37$ и $3^m,94$).

302. Вычислить температуру звезд по фотоэлектрической желтой и синей звездным величинам, указанным в скобках: ε Большого Пса ($1^m,50$ и $1^m,29$); β Ориона ($0^m,13$ и $0^m,10$); α Киля ($-0^m,75$ и $-0^m,60$); α Водолея ($2^m,87$ и $3^m,71$); α Волопаса ($-0^m,05$ и $1^m,18$); α Кита ($2^m,53$ и $4^m,17$).

303. По результатам двух предыдущих задач найти длину волны, соответствующую максимуму энергии в спектрах тех же звезд.

304. У звезды Веги (α Лиры) параллакс $0'',123$ и угловой диаметр $0'',0035$, у Альтаира (α Орла) аналогичные параметры $0'',198$ и $0'',0030$, у Ригеля (β Ориона) — $0'',003$ и $0'',0027$ и у Альдебарана (α Тельца) — $0'',048$ и $0'',0200$. Найти радиусы и объемы этих звезд.

305. Блеск Денеба (α Лебедя) в синих лучах $1^m,34$, его основной показатель цвета $+0^m,09$ и параллакс $0'',004$; те же параметры у звезды ε Близнецов равны $4^m,38$, $+1^m,40$ и $0'',009$, а у звезды γ Эридана $4^m,54$, $+1^m,60$ и $0'',003$. Найти радиусы и объемы этих звезд.

306. Сравнить диаметры звезды δ Змееносца и звезды Барнарда, температура которых одинакова, если у первой звезды видимая болометрическая звездная величина равна $1^m,03$ и параллакс $0'',029$, а у второй те же параметры $8^m,1$ и $0'',545$.

307. Вычислить линейные радиусы звезд, температура и абсолютная болометрическая звездная величина которых известны: у α Кита 3200° и $-6^m,75$, у β Льва 9100° и $+1^m,18$, а у ε Индейца 4000° и $+6^m,42$.

308. Чему равны угловые и линейные диаметры звезд, видимая болометрическая звездная величина, температура и параллакс которых указаны в скобках: η Большой Медведицы ($-0^m,41$, 15 500° и $0'',004$), ε Большой Мед-

ведицы ($+1^m,09$, 10 000° и $0'',008$) и β Дракона ($+2^m,36$, 5200° и $0'',009$)?

309. Если у двух звезд примерно одинаковой температуры радиусы различаются в 20, 100 и 500 раз, то во сколько раз различается их болометрическая светимость?

310. Во сколько раз радиус звезды α Водолея (спектральный подкласс G2Ib) превышает радиус Солнца (спектральный подкласс G2V), если ее видимая визуальная звездная величина $3^m,19$, болометрическая поправка $-0^m,42$ и параллакс $0'',003$, температура обоих светил примерно одинакова, а абсолютная болометрическая звездная величина Солнца равна $+4^m,73$?

311. Вычислить болометрическую поправку для звезд спектрального подкласса G2V, к которому принадлежит Солнце, если угловой диаметр Солнца 32′, его видимая визуальная звездная величина равна $-26^m,78$ и эффективная температура 5800°.

312. Найти приближенное значение болометрической поправки для звезд спектрального подкласса B0Ia, к которому принадлежит звезда ε Ориона, если ее угловой диаметр $0'',0007$, видимая визуальная звездная величина $1^m,75$ и максимум энергии в ее спектре приходится на длину волны 1094 Å.

313. Вычислить радиус и среднюю плотность звезд, указанных в задаче 285, если масса звезды β Близнецов примерно 3,7, масса η Льва близка к 4,0, а масса звезды Каптейна 0,5.

314. Визуальный блеск Полярной звезды $2^m,14$, ее обычный показатель цвета $+0^m,57$, параллакс $0'',005$ и масса равна 10. Те же параметры у звезды Фомальгаута (α Южной Рыбы) $1^m,29$, $+0^m,11$, $0'',144$ и 2,5, а у звезды ван-Маанена $12^m,3$, $+0^m,50$, $0'',236$ и 1,1. Определить светимость, радиус и среднюю плотность каждой звезды и указать ее положение на диаграмме Герцшпрунга — Рессела.

315. Найти сумму масс компонентов двойной звезды ε Гидры, параллакс которой $0'',010$, период обращения спутника 15 лет и угловые размеры большой полуоси его орбиты $0'',21$.

316. Найти сумму масс компонентов двойной звезды α Большой Медведицы, параллакс которой $0'',031$, пери-

од обращения спутника 44,7 года и угловые размеры большой полуоси его орбиты 0″,63.

317. Вычислить массы компонентов двойных звезд по следующим данным:

Звезда	Угловые размеры большой полуоси орбиты	Годичный параллакс	Период обращения	Отношение расстояний звезд от общего центра масс
α Возничего	0″,051	0″,073	105 дней	11 : 14
α Близнецов	6″,29	0″,072	420 лет	7 : 7
ξ Большой Медведицы	2″,51	0″,127	59,8 года	49 : 51

318. Для главных звезд предыдущей задачи вычислить радиус, объем и среднюю плотность. Видимая желтая звездная величина и основной показатель цвета этих звезд: α Возничего $0^m,08$ и $+0^m,80$, α Близнецов $2^m,00$ и $+0^m,04$ и ξ Большой Медведицы $3^m,79$ и $+0^m,59$.

319. Для Солнца и звезд, указанных в задаче 299, найти мощность излучения и потерю массы за секунду, сутки и год. Параллаксы этих звезд следующие: α Льва 0″,039, α Орла 0″,198 и α Ориона 0″,005.

320. По результатам предыдущей задачи вычислить продолжительность наблюдаемой интенсивности излучения Солнца и тех же звезд, полагая ее возможной до потери половины своей современной массы, которая (в массах Солнца) у α Льва равна 5,0, у α Орла 2,0 и у α Ориона 15. Массу Солнца принять равной $2 \cdot 10^{33}$ г.

321. Определить физические характеристики компонентов двойной звезды Проциона (α Малого Пса) и указать их положение на диаграмме Герцшпрунга—Рессела, если из наблюдений известны: визуальный блеск Проциона $0^m,48$, его обычный показатель цвета $+0^m,40$, видимая болометрическая звездная величина $0^m,43$, угловой диаметр 0″,0057 и параллакс 0″,288; визуальный блеск спутника Проциона $10^m,81$, его обычный показатель цвета $+0^m,26$, период обращения вокруг главной звезды — 40,6 года по орбите с видимой большой полуосью 4″,55; отношение расстояний обеих звезд от их общего центра масс равно 19:7. Необходимые сведения о Солнце указаны на странице 88.

322. Решить предыдущую задачу для двойной звезды α Центавра. У главной звезды фотоэлектрическая желтая звездная величина равна $0^m,33$, основной показатель цвета $+0^m,63$, видимая болометрическая звездная величина $0^m,28$; у спутника аналогичные величины суть $1^m,70$, $+1^m,00$ и $1^m,12$, период обращения 80,1 года на видимом среднем расстоянии $17'',6$; параллакс звезды $0'',751$ и отношение расстояний компонентов от их общего центра масс равно 10:9.

§ 14. КРАТНЫЕ И ПЕРЕМЕННЫЕ ЗВЕЗДЫ

Блеск E кратной звезды равен сумме блеска E_i всех ее компонентов

$$E=E_1+E_2+E_3+\ldots=\Sigma E_i, \qquad (136)$$

и поэтому ее видимая m и абсолютная M звездная величина всегда меньше соответствующей звездной величины m_i и M_i любого компонента.

Положив в формуле Погсона (111)

$$\lg \frac{E}{E_0} = 0{,}4\ (m_0-m)$$

$E_0=1$ и $m_0=0$, получим:

$$\lg E=-0{,}4m. \qquad (137)$$

Определив по формуле (137) блеск E_i каждого компонента, находят по формуле (136) суммарный блеск E кратной звезды и снова по формуле (137) вычисляют $m=-2{,}5\lg E$.

Если заданы отношения блеска компонентов

$$\frac{E_1}{E_2}=k, \quad \frac{E_3}{E_1}=n$$

и т. д., то блеск всех компонентов выражают через блеск одного из них, например $E_2=\frac{E_1}{k}$, $E_3=nE_1$ и т. д., и затем по формуле (136) находят E.

Средняя орбитальная скорость v компонентов затменной переменной звезды может быть найдена по периодическому наибольшему смещению $\Delta\lambda$ линий (с длиной волны λ) от их среднего положения в ее спектре, так как в данном случае можно принять

$$v = v_r = c\frac{\Delta\lambda}{\lambda}, \qquad (138)$$

где v_r — лучевая скорость и $c = 3 \cdot 10^5$ км/с — скорость света.

По найденным значениям v компонентов и периоду переменности P звезды вычисляют большие полуоси a_1 и a_2 их абсолютных орбит:

$$a_1 = \frac{v_1}{2\pi} P \text{ и } a_2 = \frac{v_2}{2\pi} P, \qquad (139)$$

затем — большую полуось относительной орбиты

$$a = a_1 + a_2 \qquad (140)$$

и, наконец, по формулам (125) и (127) — массы компонентов.

Формула (138) позволяет также вычислить скорость расширения газовых оболочек, сброшенных новыми и сверхновыми звездами.

Примеры

1. Вычислить видимую визуальную звездную величину компонентов тройной звезды, если ее визуальный блеск равен $3^m,70$, второй компонент ярче третьего в 2,8 раза, а первый ярче третьего на $3^m,32$.

Даны е: $m = 3^m,70$; $\frac{E_в}{E_3} = 2,8$; $m_1 = m_3 - 3^m,32$.

Решение. По формуле (137) находим

$$\lg E = -0,4m = -0,4 \cdot 3^m,70 = -1,480 = \bar{2},520$$

и $E = 0,0331$.

Чтобы воспользоваться формулой (136), необходимо найти отношение E_1/E_3; по (111),

$$\lg \frac{E_1}{E_3} = 0,4\,(m_3 - m_1) = 0,4 \cdot 3^m,32 = 1,328,$$

откуда $$E_1 = 21,3\,E_3.$$

Согласно (136),

$$E = E_1 + E_2 + E_3 = 21,3E_3 + 2,8E_3 + E_3 = 25,1E_3,$$

и тогда

$$E_3 = \frac{E}{25,1} = \frac{0,03311}{25,1} = 0,001319 = 0,00132,$$

$$E_2 = 2,8E_3 = 2,8 \cdot 0,001319 = 0,003693 = 0,00369$$

и $$E_1 = 21,3E_3 = 21,3 \cdot 0,001319 = 0,028094 = 0,02809.$$

По формуле (137)

$$m_1 = -2,5 \lg E_1 = -2,5 \cdot \lg 0,02809 = -2,5 \cdot \overline{2},449 = 3^m,88,$$

$$m_2 = -2,5 \lg E_2 = -2,5 \cdot \lg 0,00369 = -2,5 \cdot \overline{3},567 = 6^m,08,$$

$$m_3 = -2,5 \lg E_3 = -2,5 \cdot \lg 0,00132 = -2,5 \cdot \overline{3},121 = 7^m,20.$$

2. В спектре затменной переменной звезды, блеск которой меняется за 3,953 сут, линии относительно их среднего положения периодически смещаются в противоположные стороны до значений в $1,9 \cdot 10^{-4}$ и $2,9 \cdot 10^{-4}$ от нормальной длины волны. Вычислить массы компонентов этой звезды.

Данные: $(\Delta\lambda/\lambda)_1 = 1,9 \cdot 10^{-4}$; $(\Delta\lambda/\lambda)_2 = 2,9 \cdot 10^{-4}$; $P = 3^д,953$.

Решение. По формуле (138), средняя орбитальная скорость первого компонента

$$v_1 = v_{r1} = c(\Delta\lambda/\lambda)_1 = 3 \cdot 10^5 \cdot 1,9 \cdot 10^{-4}; \; v_1 = 57 \text{ км/с}.$$

Орбитальная скорость второго компонента

$$v_2 = v_{r2} = c(\Delta\lambda/\lambda)_2 = 3 \cdot 10^5 \cdot 2,9 \cdot 10^{-4};$$

$$v_2 = 87 \text{ км/с}.$$

Чтобы вычислить значения больших полуосей орбит компонентов, необходимо период обращения P, равный периоду переменности, выразить в секундах. Так как $1^д = 86400^с$, то $P = 3,953 \cdot 86400^с$. Тогда, согласно (139), у первого компонента большая полуось орбиты

$$a_1 = \frac{v_1}{2\pi} P = \frac{57 \cdot 3,953 \cdot 86400}{2 \cdot 3,14};$$

$$a_1 = 3,10 \cdot 10^6 \text{ км},$$

а у второго $$a_2 = \frac{v_2}{2\pi} P = \frac{v_2}{v_1} a_1 = \frac{87}{57} \cdot 3,10 \cdot 10^6;$$

$$a_2 = 4,73 \cdot 10^6 \text{ км},$$

и, по (140), большая полуось относительной орбиты

$$a=a_1+a_2=7{,}83\cdot10^6;\quad a=7{,}83\cdot10^6 \text{ км}$$

Для вычисления суммы масс компонентов по формуле (125) следует выразить a в а. е. (1 а. е. $=149{,}6\cdot10^6$ км) и P — в годах (1 год $=365^d{,}3$).

$$\lg(M_1+M_2)=3\lg a-2\lg P=3\lg\frac{7{,}83\cdot10^6}{149{,}6\cdot10^6}-$$

$$-2\lg\frac{3{,}953}{365{,}3}=3(\lg 7{,}83-\lg 149{,}6)-$$

$$-2(\lg 3{,}953-\lg 365{,}3)=3(0{,}8938-2{,}1749)-$$

$$-2(0{,}5969-2{,}5626)=0{,}0881$$

или $M_1+M_2=1{,}22\approx1{,}2$.

Отношение масс, по формуле (127),

$$\frac{M_1}{M_2}=\frac{a_2}{a_1}=\frac{4{,}73\cdot10^5}{3{,}10\cdot10^6}=1{,}53,$$

и тогда $M_1\approx0{,}7$ и $M_2\approx0{,}5$ (в массах Солнца).

323. Определить визуальный блеск двойной звезды α Рыб, блеск компонентов которой $4^m{,}3$ и $5^m{,}2$.

324. Вычислить блеск четырехкратной звезды ε Лиры по блеску ее компонентов, равному $5^m{,}12$; $6^m{,}03$; $5^m{,}11$ и $5^m{,}38$.

325. Визуальный блеск двойной звезды γ Овна $4^m{,}02$, а разность звездных величин ее компонентов составляет $0^m{,}08$. Найти видимую звездную величину каждого компонента этой звезды.

326. Какой блеск тройной звезды, если первый ее компонент ярче второго в 3,6 раза, третий — слабее второго в 4,2 раза и имеет блеск $4^m{,}36$?

327. Найти видимую звездную величину двойной звезды, если один из компонентов имеет блеск $3^m{,}46$, а второй на $1^m{,}68$ ярче первого компонента.

328. Вычислить звездную величину компонентов тройной звезды β Единорога с визуальным блеском $4^m{,}07$, если второй компонент слабее первого в 1,64 раза и ярче третьего на $1^m{,}57$.

329. Найти визуальную светимость компонентов и общую светимость двойной звезды α Близнецов, если ее компоненты имеют визуальный блеск $1^m{,}99$ и $2^m{,}85$, а параллакс равен $0''{,}072$.

330. Вычислить визуальную светимость второго компонента двойной звезды γ Девы, если визуальный блеск этой звезды равен $2^m,91$, блеск первого компонента $3^m,62$, а параллакс $0'',101$.

331. Определить визуальную светимость компонентов двойной звезды Мицара (ζ Большой Медведицы), если ее блеск равен $2^m,17$, параллакс $0'',037$, а первый компонент ярче второго в 4,37 раза.

332. Найти фотографическую светимость двойной звезды η Кассиопеи, визуальный блеск компонентов которой $3^m,50$ и $7^m,19$, их обычные показатели цвета $+0^m,57$ и $+0^m,63$, а расстояние 5,49 пс.

333. Вычислить массы компонентов затменных переменных звезд по следующим данным:

Звезда	Лучевая скорость компонентов	Период переменности
β Персея	44 км/с и 220 км/с	$2^d,867$
U Змееносца	180 км/с и 205 км/с	$1^d,677$
WW Возничего	117 км/с и 122 км/с	$2^d,525$
U Цефея	120 км/с и 200 км/с	$2^d,493$

334. Во сколько раз меняется визуальный блеск переменных звезд β Персея и χ Лебедя, если у первой звезды он колеблется в пределах от $2^m,2$ до $3^m,5$, а у второй — от $3^m,3$ до $14^m,2$?

335. Во сколько раз меняется визуальная и болометрическая светимость переменных звезд α Ориона и α Скорпиона, если у первой звезды визуальный блеск колеблется от $0^m,4$ до $1^m,3$ и соответствующая ему болометрическая поправка от $-3^m,1$ до $-3^m,4$, а у второй звезды — блеск от $0^m,9$ до $1^m,8$ и болометрическая поправка от $-2^m,8$ до $-3^m,0$?

336. В каких пределах и во сколько раз меняются линейные радиусы переменных звезд α Ориона и α Скорпиона, если у первой звезды параллакс равен $0'',005$ и угловой радиус меняется от $0'',034$ (в максимуме блеска) до $0'',047$ (в минимуме блеска), а у второй — параллакс $0'',019$ и угловой радиус — от $0'',028$ до $0'',040$?

337. По данным задач 335 и 336 вычислить темпера-

туру Бетельгейзе и Антареса в максимуме их блеска, если в минимуме температура первой звезды равна 3200К, а второй — 3300К.

338. Во сколько раз и с каким суточным градиентом меняется светимость в желтых и синих лучах переменных звезд-цефеид α Малой Медведицы, ζ Близнецов, η Орла, TY Щита и UZ Щита, сведения о переменности которых следующие:

Звезда	Период	Блеск в синих лучах		Основной показатель цвета	
		в максимуме	в минимуме	в максимуме	в минимуме
α М. Медведицы	$3^d,97$	$2^m,50$	$2^m,66$	$+0^m,56$	$+0^m,61$
ζ Близнецов	10,15	4,38	5,18	+0,70	+1,02
η Орла	7,18	4,08	5,36	+0,59	+1,04
TY Щита	11,05	11,79	13,19	+1,47	+2,00
UZ Щита	14,74	12,43	13,80	+1,63	+2,12

339. По данным предыдущей задачи найти амплитуды изменения блеска (в желтых и синих лучах) и основных показателей цвета звезд, построить графики зависимости амплитуд от периода переменности и сформулировать вывод об обнаруженной по графикам закономерности.

340. В минимуме блеска визуальная звездная величина звезды δ Цефея $4^m,3$, а звезды R Треугольника $12^m,6$. Каков блеск этих звезд в максимуме светимости, если она у них возрастает соответственно в 2,1 и 760 раз?

341. Блеск Новой Орла 1918 г. изменился за 2,5 сут с $10^m,5$ до $1^m,1$. Во сколько раз он увеличился и как в среднем менялся на протяжении полусуток?

342. Блеск Новой Лебедя, обнаруженной 29 августа 1975 г., до вспышки был близок к 21^m, а в максимуме увеличился до $1^m,9$. Если считать, что в среднем абсолютная звездная величина новых звезд в максимуме блеска бывает около -8^m, то какую светимость имела эта звезда до вспышки и в максимуме блеска и на каком примерно расстоянии от Солнца звезда находится?

343. Эмиссионные водородные линии H_δ (4861 Å) и H_ε (4340 Å) в спектре Новой Орла 1918 г. были смещены к фиолетовому концу соответственно на 39,8 Å и 35,6 Å, а в спектре Новой Лебедя 1975 г. — на 40,5 Å и 36,2 Å. С какой скоростью расширялись газовые оболочки, сброшенные этими звездами?

344. Угловые размеры галактики M81 в созвездии Большой Медведицы равны $35' \times 14'$, а галактики M51 в созвездии Гончих Псов — $14' \times 10'$. Наибольший блеск сверхновых звезд, вспыхнувших в разное время в этих галактиках, был равен соответственно $12^m,5$ и $15^m,1$. Приняв в среднем абсолютную звездную величину сверхновых звезд в максимуме блеска близкой к $-15^m,0$, вычислить расстояния до этих галактик и их линейные размеры.

§ 15. ДВИЖЕНИЕ ЗВЕЗД И ГАЛАКТИК В ПРОСТРАНСТВЕ

Пространственная скорость V звезд всегда определяется относительно Солнца (рис. 10) и вычисляется по лучевой скорости V_r, направленной вдоль луча r, соединяющего звезду с Солнцем, и по тангенциальной скорости V_t:

$$V = \sqrt{V_r^2 + V_t^2}. \qquad (141)$$

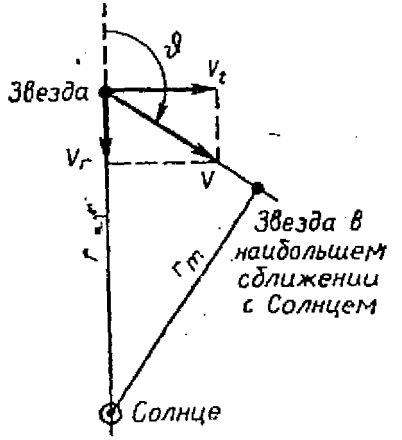

Рис. 10. Движение звезды относительно Солнца

Направление пространственной скорости V звезды характеризуется углом ϑ между нею и лучом зрения наблюдателя; очевидно,

$$\cos\vartheta = \frac{V_r}{V}$$

$$\text{и } \sin\vartheta = \frac{V_t}{V}, \qquad (142)$$

причем $0° \leqslant \vartheta \leqslant 180°$.

Из наблюдений определяется лучевая скорость v_r звезды относительно Земли. Если в спектре звезды линия с

длиной волны λ сдвинута от своего нормального (лабораторного) положения на величину Δx мм, а дисперсия спектрограммы на данном ее участке равна D Å/мм, то смещение линии, выраженное в Å,

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \Delta x \cdot D \qquad (143)$$

и, по (138), лучевая скорость

$$v_r = c\,\frac{\Delta\lambda}{\lambda},$$

где $c = 3 \cdot 10^5$ км/с — скорость света.

Тогда лучевая скорость в километрах в секунду относительно Солнца

$$V_r = v_r - 29{,}8 \cdot \sin(\lambda_* - \lambda_\odot)\cos\beta_*, \qquad (144)$$

где λ_* — эклиптическая долгота и β_* — эклиптическая широта звезды, $\lambda_\odot$ — эклиптическая долгота Солнца в день получения спектрограммы звезды (заимствуется из астрономического ежегодника), а число 29,8 выражает круговую скорость Земли в километрах в секунду.

Скорость V_r (или v_r) положительна при направлении от Солнца (или от Земли) и отрицательна при обратном направлении.

Тангенциальная скорость V_t звезды в километрах в секунду определяется по ее годичному параллаксу π и собственному движению μ, т. е. по дуге, на которую смещается звезда на небе за 1 год:

$$V_t = 4{,}74\,\frac{\mu}{\pi} = 4{,}74\,\mu \cdot r, \qquad (145)$$

причем μ и π выражены в секундах дуги ($''$), а расстояние r до звезды — в парсеках.

В свою очередь, μ определяется по изменению экваториальных координат α и δ звезды за год (с учетом прецессии):

$$\mu = \sqrt{(15\mu_\alpha \cdot \cos\delta)^2 + \mu_\delta^2}, \qquad (146)$$

причем компонент собственного движения звезды по прямому восхождению μ_α выражен в секундах времени (с), а компонент по склонению μ_δ — в секундах дуги ($''$).

Направление собственного движения μ определяется позиционным углом ψ, отсчитываемым от направления к северному полюсу мира:

$$\cos\psi = \frac{\mu_\delta}{\mu} \quad \text{и} \quad \sin\psi = \frac{15\mu_\alpha \cos\delta}{\mu}, \qquad (147)$$

причем ψ в пределах от 0° до 360°.

По рисунку 10 нетрудно подсчитать интервал времени Δt, отделяющий нас от эпохи, в которую звезда проходила (или пройдет) на минимальном расстоянии r_m от Солнца.

У галактик и квазаров собственное движение $\mu=0$, и поэтому у них определяется только лучевая скорость V_r, а так как эта скорость велика, то скоростью Земли пренебрегают и тогда $V_r=v_r$. Обозначая $\frac{\Delta\lambda}{\lambda}=z$, получим для сравнительно близких галактик, у которых $z\leqslant 0{,}1$,

$$V_r=cz, \tag{148}$$

и, согласно закону Хаббла, их расстояние в мегапарсеках (Мпс) *

$$r=\frac{V_r}{H}=\frac{V_r}{50}, \tag{149}$$

где современное значение постоянной Хаббла $H=50$ км/с·Мпс.

Для далеких галактик и квазаров, у которых $z>0{,}1$, следует пользоваться релятивистской формулой

$$V_r=\frac{(1+z)^2-1}{(1+z)^2+1}\,c, \tag{150}$$

а оценка их расстояний зависит от принятой космологической модели Вселенной. Так, в закрытой пульсирующей модели

$$r=\frac{c}{H}\cdot\frac{z}{1+z}, \tag{151}$$

а в открытой модели Эйнштейна — де Ситтера

$$r=\frac{2c}{H}\left(1-\frac{1}{\sqrt{1+z}}\right). \tag{152}$$

Примеры

1. В спектре звезды линия гелия с длиной волны 5016 Å сдвинута на 0,017 мм к красному концу, при дисперсии спектрограммы на этом участке в 20 Å/мм. Эклиптическая долгота звезды равна 47°55′ и ее эклиптическая широта — 26°45′, а во время фотографирования спектра эклиптическая долгота Солнца была близкой к 223°14′. Определить лучевую скорость звезды.

---

* 1 Мпс = 10^6 пс.

Данные: спектр, $\lambda = 5016$ Å, $\Delta x = +0{,}017$ мм,

$D = 20$ Å/мм;

звезда, $\lambda_* = 47°55'$, $\beta_* = -26°45'$;

Солнце, $\lambda_\odot = 223°14'$.

Решение. По формулам (143) и (138) находим смещение спектральной линии:

$$\Delta\lambda = \Delta x D = +0{,}017 \cdot 20 = +0{,}34 \text{ Å}$$

и лучевую скорость звезды относительно Земли:

$$v_r = c \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = 3 \cdot 10^5 \cdot \frac{+0{,}34}{5016}; \quad v_r = +20{,}5 \text{ км/с}.$$

Чтобы использовать формулу (144) для вычисления лучевой скорости V_r звезды относительно Солнца, необходимо по таблицам найти

$$\sin(\lambda_* - \lambda_\odot) = \sin(47°55' - 223°14') = -0{,}0816$$

и

$$\cos\beta_* = \cos(-26°45') = +0{,}8930,$$

и тогда

$$V_r = v_r - 29{,}8 \cdot \sin(\lambda_* - \lambda_\odot)\cos\beta_* =$$

$$= +20{,}5 + 29{,}8 \cdot 0{,}0816 \cdot 0{,}8930 = +22{,}7; \quad V_r = +22{,}7 \text{ км/с}.$$

(2) В спектре квазара, фотографический блеск которого $15^m{,}5$ и угловой диаметр $0''{,}03$, эмиссионная линия водорода H_β с длиной волны 4861 Å занимает положение, соответствующее длине волны 5421 Å. Найти лучевую скорость, расстояние, линейные размеры и светимость этого квазара.

Данные: $m_{pg} = 15^m{,}5$, $\Delta = 0''{,}03$;

H_β, $\lambda' = 5421$ Å, $\lambda = 4861$ Å.

Решение. По формуле (143), смещение спектральной линии водорода

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = 5421 - 4861 = +560 \text{ Å}$$

и

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = +\frac{560}{4861} = +0{,}115,$$

и так как $z > 0{,}1$, то, согласно (150), лучевая скорость

$$V_r = \frac{(z+1)^2 - 1}{(z+1)^2 + 1} c = \frac{(0{,}115+1)^2 - 1}{(0{,}115+1)^2 + 1} \cdot c = +0{,}108 \cdot c,$$

или

$$V_r = 0{,}108 \cdot 3 \cdot 10^5 \text{ км/с} = +32400 \text{ км/с}.$$

По формуле (151), в закрытой пульсирующей модели Вселенной расстояние до квазара

$$r = \frac{c}{H} \cdot \frac{z}{1+z} = \frac{3 \cdot 10^5}{50} \cdot \frac{0{,}115}{1+0{,}115};$$

353. По приведенным в таблице сведениям вычислить величину и позиционный угол тангенциальной скорости звезд (см. с. 109).

354. Вычислить тангенциальную скорость звезд, параллакс и собственное движение которых указаны после их названий: Альтаир (α Орла) 0″,198 и 0″,658; Спика (α Девы) 0″,021 и 0″,054; ε Индейца 0″,285 и 4″,69.

355. Для звезд предыдущей задачи найти компоненты собственного движения по экваториальным координатам. Позиционный угол собственного движения и склонение каждой звезды указаны после ее названия: Альтаир 54°,4 и +8°44′; Спика 229°,5 и —10°54′; ε Индейца 123°,0 и —57°00′.

356. За какой интервал времени и в каком направлении звезды предыдущей задачи сместятся на диаметр лунного диска (30′) и какими будут тогда их экваториальные координаты в координатной сетке 1950.0, если в настоящее время в этой же сетке их координаты: у Альтаира 19ч48м20с,6 и +8°44′05″, у Спики 13ч22м33с,3 и —10°54′04″ и у ε Индейца 21ч59м33с,0 и —56°59′34″?

357. Какими будут экваториальные координаты звезд предыдущей задачи в 2000 г. в координатной сетке этого года, если в местах их положения годовая прецессия по прямому восхождению и по склонению (в последовательности перечисления звезд) равна +2с,88 и +9″,1; +3с,16 и —18″,7; +4с,10 и +17″,4?

358. Лучевая скорость звезды Ахернара (α Эридана) равна +19 км/с, годичный параллакс 0″,032 и собственное движение 0″,098, а у звезды Денеба (α Лебедя) аналогичные величины равны соответственно —5 км/с, 0″,004 и 0″,003. Найти величину и направление пространственной скорости этих звезд.

359. В спектре звезды Проциона (α Малого Пса) линии поглощения железа с длиной волны 5168 Å и 4326 Å смещены (с учетом скорости Земли) к фиолетовому концу соответственно на 0,052 Å и 0,043 Å. Компоненты собственного движения звезды равны —0с,0473 по прямому восхождению и —1″,032 по склонению, а ее параллакс 0″,288. Найти величину и направление пространственной скорости Проциона, склонение которого +5°29′.

360. На спектрограмме звезды Капеллы (α Возниче-

со) линии поглощения железа с длиной волны 4958 Å и 4306 Å сдвинуты к красному концу на 0,015 мм при дисперсии на этих участках соответственно 59 Å/мм и 44 Å/мм. Склонение звезды +45°58′, эклиптическая долгота 81°10′, эклиптическая широта +22°52′, параллакс 0″,073, а компоненты собственного движения +0″,0083 и −0″,427. В ночь наблюдений эклиптическая долгота Солнца была 46°18′. Узнать величину и направление пространственной скорости звезды.

361. В настоящую эпоху визуальный блеск звезды Веги (α Лиры) +0^m,14, ее собственное движение 0″,345, параллакс 0″,123 и лучевая скорость — 14 км/с. Найти эпоху наибольшего сближения Веги с Солнцем и вычислить для нее расстояние, параллакс, собственное движение, лучевую и тангенциальную скорость и блеск этой звезды.

362. Решить предыдущую задачу для звезды Толимана (α Центавра), визуальный блеск которой в современную эпоху равен +0^m,06, собственное движение 3″,674, параллакс 0″,751 и лучевая скорость — 25 км/с. Какими были искомые величины 10 тыс. лет назад и какими они будут через 10 тыс. лет после эпохи наибольшего сближения?

363. В спектрах далеких галактик и квазаров наблюдается смещение линий к красному концу (красное смещение). Если это явление интерпретировать как эффект Допплера, то какой лучевой скоростью обладают названные объекты при красном смещении, составляющем соответственно 0,1, 0,5 и 2 длины волны спектральных линий?

364. По данным предыдущей задачи вычислить расстояния тех же объектов в двух космологических моделях, приняв постоянную Хаббла равной 50 км/с·Мпс.

365. Найти красное смещение в спектрах внегалактических объектов, соответствующее лучевой скорости, равной 0,25 и 0,75 скорости света.

366. Какое получится различие в лучевых скоростях объектов предыдущей задачи, если вместо релятивистской формулы эффекта Допплера использовать обычную формулу этого эффекта?

$$r = 619 \text{ Мпс} = 619 \cdot 10^6 \text{ пс},$$

или $r = 619 \cdot 10^6 \cdot 3{,}26$ св. лет $= 2{,}02 \cdot 10^9$ св. лет.

Тогда, по (55), линейный диаметр квазара

$$D = r \frac{\Delta''}{206265''} = 619 \cdot 10^6 \cdot \frac{0'',03}{206265''} = 90 \text{ пс},$$

или $$D = 90 \cdot 3{,}26 = 293 \text{ св. года}.$$

Согласно (117), его абсолютная фотографическая звездная величина

$$M_{pg} = m_{pg} + 5 - 5 \lg r = 15^m,5 + 5 - \lg 619 \cdot 10^6 = -25^m,5$$

и, по формуле (120), логарифм светимости

$$\lg L_{pg} = 0{,}4 (M_{\odot pg} - M_{pg}) = 0{,}4 \cdot (5^m,36 + 23^m,5) = 11{,}54,$$

откуда светимость $L_{pg} = 347 \cdot 10^9$, т. е. равна светимости 347 миллиардов звезд типа Солнца.

Те же величины в модели Эйнштейна — де Ситтера получаются по формуле (152):

$$r = \frac{2c}{H}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+z}}\right) = \frac{2 \cdot 3 \cdot 10^5}{50}\left(1 - \frac{1}{\sqrt{1+0{,}115}}\right);$$

$$r = 636 \text{ Мпс};$$

или $r = 636 \cdot 10^6 \cdot 3{,}26$ св. лет $= 2{,}07 \cdot 10^9$ св. лет, $D = 92{,}5$ пс $= 302$ св. года и с той же степенью точности $M_{pg} = -23^m,5$ и $L_{pg} = 347 \cdot 10^9$.

345. Линии поглощения водорода H_β и H_δ, длина волны которых 4861 Å и 4102 Å, смещены в спектре звезды к красному концу соответственно на 0,66 и 0,56 Å. Определить лучевую скорость звезды относительно Земли в ночь наблюдений.

346. Решить предыдущую задачу для звезды Регула (α Льва), если те же линии в ее спектре смещены к фиолетовому концу соответственно на 0,32 Å и 0,27 Å.

347. В какую сторону спектра и на сколько миллиметров сдвинуты линии поглощения железа с длиной волны 5270 Å и 4308 Å в спектрограмме звезды с лучевой скоростью —60 км/с, если дисперсия спектрограммы на первом ее участке равна 25 Å/мм, а на втором 20 Å/мм?

348. Вычислить положение водородных линий поглощения H_β, H_δ и H_ε в спектрах звезд, лучевая скорость

одной из которых относительно Земли равна —50 км/с, а другой +30 км/с. Нормальная длина волны этих линий соответственно 4861, 4102 и 3750 Å.

349. Звезды β Дракона и γ Дракона находятся вблизи северного полюса эклиптики. Линии железа с $\lambda=5168$ Å и $\lambda=4384$ Å в спектре первой звезды смещены к фиолетовому концу на 0,34 Å и 0,29 Å, а в спектре второй звезды — на 0,47 Å и 0,40 Å. Определить лучевую скорость этих звезд.

350. Найти лучевую скорость звезды Канопуса (α Киля), если в ночь наблюдений эклиптическая долгота Солнца была близкой к эклиптической долготе звезды, а линии поглощения железа E(5270 Å) и G(4326 Å) в спектрограмме звезды сдвинуты к красному концу соответственно на 0,018 мм и 0,020 мм, при дисперсии 20 Å/мм на первом участке спектрограммы и 15 Å/мм на втором ее участке.

351. В ночь фотографирования спектра звезды Веги (α Лиры) ее эклиптическая долгота отличалась от эклиптической долготы Солнца на 180°, и линии поглощения водорода H_β (4861 Å) и H_γ (4102 Å) оказались сдвинутыми к фиолетовому концу спектрограммы соответственно на 0,0225 мм и 0,0380 мм при дисперсии на участках расположения этих линий равной 10 Å/мм и 5 Å/мм. Найти лучевую скорость Веги.

352. При каких условиях поправка приведения лучевой скорости звезд к Солнцу равна нулю и при каких ее абсолютное значение становится наибольшим?

Звезда	Склонение	Годичный параллакс	Компоненты собственного движения	
			по α	по δ
α Близнецов	+32°00′	0″,072	−0ˢ,0130	−0″,110
γ Близнецов	+16 27	0,031	+0,0033	−0,046
ρ Близнецов	+31 53	0,059	+0,0121	+0,154
β Гончих Псов	+41 38	0,108	−0,0629	+0,284

φ	Верхняя кульминация				Нижняя кульминация			
	$z_в$	$h_в$	A	t	$z_н$	$h_н$	A	t
+90°0′	62°09′	+27°51′	–	–	62°09′	+27°51′	–	–
+66 33	32 42ю	+51 18ю	0°	0°=0ч	85 36с	+ 4 24с	180°	180°=12ч
0 0	27 51с	+62 09с	180	0 = 0	152 09с	−62 09с	180	180 =12

26

Город		Летнее солнцестояние		Равноденствие		Зимнее солнцестояние	
		полдень	полночь	полдень	полночь	полдень	полночь
Петрозаводск	z	38°20′ю	94°46′с	61°47′ю	118°13′с	85°14′ю	141°40′с
$\varphi = +61°47'$	h	+51 40ю	— 4 46с	+28 13ю	−28 13с	+ 4 46ю	−51 40с

29

Место	Летнее солнцестояние		Равноденствия		Зимнее солнцестояние	
	$h_в$	$h_н$	$h_в$	$h_н$	$h_в$	$h_н$
Северный полюс	+23°27′	+23°27′	+ 0°35′	+ 0°35′	−23°27′	−23°27′
Северный полярный круг	+45 54ю	+ 0 35с	+23 27ю	−23 27с	+ 0 35ю	−45 54с
Северный тропик	+90 0	−43 06с	+66 33 ю	−66 33с	+43 06ю	−90 0

32. В зените: 21.III и 23.IX; 21.VI (сев.) и 22.XII (юж.); 9.IV и 2.IX, 27.I и 15.XI.
В надире: 21.III и 23.IX; 22.XII (сев.) и 21.VI (юж.); 1.III и 13.X; 14.V и 30.VII.
33. $+12°46'$; $+77°14'$ ю и $-77°14'$ с; $+79°19'$ с и $-53°47'$ с; $+53°47'$ ю и $-79°19'$ ю.
34. $+34°08'$; $+55°52'$ ю и $-55°52'$ с; $+79°19'$ ю и $-32°25'$ с; $+32°25'$ ю и $-79°19'$ с.
35. $\pm 24°48'$ и $\pm 65°12'$; $\pm 3°07'$ и $\pm 86°53'$; $\pm 82°$ и $\pm 8°$.
36. Марс: сходно с земным, от $+24°48'$ до $-24°48'$;
Юпитер: сходно с земным, от $+3°07'$ до $-3°07'$;
Уран: противоположно земным, от $+82°$ до $-82°$.
37. Экватор: 7,19:1; пол. круг.: 3,58:1; тропик: 1:7,19.
Полярные дни и ночи в зоне $+8° \leqslant \varphi \leqslant +90°$; в зените $0° \leqslant \varphi \leqslant 82°$ (то же и в южном полушарии). В районе полюсов до 42 земных лет.
38. $+23°,0$ и $+18°,4$; невозможны ($\varphi < +65°,6$).
39. С 9.VI до 3.VII; с 13.V по 31.VII.
40. Мурманск: примерно в период с 28.IV до 20.V и с 24.VII до 15.VIII; с 21.V до 23.VII; с 2.XII до 11.I; $+44°28'$ ю и $+2°26'$ с. Хатанга: с 18.IV до 8.V и с 5.VIII до 24.VIII; с 9.V до 4.VIII; с 17.XI до 26.I; $+41°29'$ ю и $+5°25'$ с.
41. Равноденствия: $\pm 89°,0$; не бывает; $\pm 83°,0$ и $\pm 72°,0$;
летнее солнцестояние: $+65°,6$; $-67°,5$; $+59°,4$ и $+48°,5$;
зимнее солнцестояние: $-65°,6$; $+67°,5$; $-59°,4$ и $-48°,5$.
42. $\approx$ 16.IV и 27.VIII, $+73°$, $+79°$ и $-81°$; $\approx$ 26.V и 18.VII, $+62°$, $+68°$, $-70°$.
43. $22^h54^m53^s$ и $10^h54^m53^s$.
44. $1^h51^m25^s$ и $6^h51^m37^s$.
45. $5^h07^m37^s$ и $8^h31^m06^s$.
46. $12^h29^m18^s$ и $15^h55^m47^s$.
47. $5^h15^m36^s = 78°54',0$ и $-11^h27^m51^s = 12^h32^m09^s = 188°02',2$.
48. $4^h26^m08^s$, 0^h и $-0^h53^m44^s$; $16^h26^m08^s$, 12^h и $11^h06^m16^s$.
49. $15^h19^m00^s$ и $23^h49^m04^s = -0^h10^m56^s$.
50. $6^h36^m38^s$ и $8^h12^m34^s$.
51. $17^h53^m01^s$ и $4^h31^m06^s$; $0^h27^m10^s$ и $11^h05^m15^s$.
52. $2^h53^m12^s$ и $14^h53^m12^s$; $5^h20^m0^s$ и $17^h20^m0^s$.
53. $1^h46^m18^s = 26°34',5$ и $10^h34^m22^s = 158°35',5$.
54. $21^h38^m37^s$; $9^h38^m37^s$ и $2^h03^m53^s$.
55. $+2^m52^s$ и $16^h50^m32^s$.
56. -19^m13^s, -18^m01^s, $+1^m12^s$ и $+3^s,0$.
57. $14^h40^m24^s$ и $2^h40^m00^s$.
58. $11^h35^m34^s$, $11^h52^m06^s$ и $12^h52^m06^s$; $16^h10^m43^s$, $16^h52^m06^s$ и $17^h52^m06^s$.
59. $16^h17^m04^s$, $16^h04^m08^s$ и $17^h04^m08^s$; $18^h55^m30^s$, $19^h04^m08^s$ и $20^h04^m08^s$.
60. -18^m58^s и $+41^m02^s$.
61. В Баку: $T_д$, $T_л$ и $T_х$; в Новосибирске: $T_д$, $T_п$ и $T_л$.
62. В Ростове: 12^h12^m, 12^h33^m и 13^h33^m; 0^h12^m, 0^h33^m и 1^h33^m; 11^h45^m, 12^h06^m и 13^h06^m; 23^h45^m, 0^h06^m и 1^h06^m;
В Оренбурге: 12^h12^m, 12^h31^m и 13^h31^m; 0^h12^m, 0^h31^m и 1^h31^m; 11^h45^m, 12^h04^m и 13^h04^m; 23^h45^m, 0^h04^m и 1^h04^m.
63. В Киеве: 14^h34^m, 14^h32^m и 15^h32^m; в Хабаровске: 21^h32^m, 21^h32^m и 22^h32^m.

367. В таблице приведены сведения о трех галактиках:

Обозначение галактики	Созвездие	Видимые размеры	Видимая звездная величина	Смещение спектральных линий H и K
M101	Б. Медведица	28′ × 28′	$6^m,2$	6,9 Å
M96	Лев	11 × 8	10,0	10,3
M83	Волосы Вероники	9 × 6	10,1	15,8

Зная, что у линий H и K ионизованного кальция длина волны 3968 Å (H) и 3934 Å (K), вычислить лучевую скорость, расстояние, линейные размеры, абсолютную звездную величину и светимость этих галактик.

368. В спектре квазара CTA102, имеющего блеск $17^m,3$, смещение эмиссионных линий превышает соответствующую длину волны в 1,037 раза, а в спектре квазара PKS 0237—23 (блеск $16^m,6$) — в 2,223 раза. На каких расстояниях находятся эти квазары и чему равна их светимость? Задачу решить по двум космологическим моделям.

369. Вычислить расстояние, линейные размеры и светимость квазара 3C 48, если его угловой диаметр равен 0″,56, блеск $16^m,0$, а линия λ 2798 ионизованного магния смещена в его спектре до положения λ 3832.

370. Решить предыдущую задачу для квазара 3C 273 с угловым диаметром 0″,24 и блеском $12^m,8$, если эмиссионные линии водорода в его спектре сдвинуты:

H_β (λ 4861) до λ = 5640 Å; H_γ (λ 4340) до λ = 5030 Å и $H\delta$ (λ 4102) до λ = 4760 Å.

371. У одного из наиболее удаленных квазаров красное смещение составляет 3,53 нормальной длины спектральных линий. Найти лучевую скорость квазара и оценить расстояние до него.

ОТВЕТЫ

1. 0° и 90°, +23°27′ и 66°33′; +66°33′ и 23°27′; +90° и 0°.
2. 4°35′ю и +85°25′в; 16°38′с и +73°22′с.
3. 11°02′N, +78°58′N; 180° и 0°; 71°31′S, +18°29′S, 0° и 0°; 12°45′S, +77°15′S, 0° и 0°; 95°18′S, —5°18′S, 0° и 0°.
4. 89°01′с и +0°58′с.
5. 179°04′с и —89°04′с.
6. $\varphi = \delta = 0°$; $\delta = \varphi = +45°0'$; $\delta = \varphi = -45°0'$.
7. Ответ см. в таблице на с. 114.
8. $\delta_2 - \delta_1$; $2\varphi - (\delta_1 + \delta_2)$; $\delta_2 - \delta_1$; $\delta_2 - \delta_1$.
9. 18°51′, 0° и 0°; 11°47′, 180° и 0°, 0° и 0°; 18°51′, 180° и 12°.
10. 180°—2φ и 180°—2δ.
11. 61°44′; 97°24′.
12. 147°10′; $-16°25' < \varphi < +16°25'$.
13. $\varphi_2 - \varphi_1$; $|\varphi_2 + \varphi_1 - 2\delta|$; $\varphi_2 - \varphi_1$; $\varphi_2 - \varphi_1$.
14. 14°57′; 22°01′; 22°01′.
15. +62°01′ и 27°59′; в точке юга невозможна; +27°59′ и 62°01′; южный полюс +29°54′ и 60°06′; +60°06′ и 29°54′; в точке севера невозможна.
16. В Горьком круглосуточно, в Ашхабаде заходит.
17. В Кирове круглосуточно; в Ла-Плате заходит.
18. В Петрозаводске +61°47′ незаходящие; —61°47′ невосходящие. В Тбилиси +41°42′ и —41°42′ восходит и заходит. в Канберре —35°20′ и +35°20′ тоже заходящие.
19. +51°16′ и —70°20′.
20. +29°22′ и +37°20′ (в Кушке видна).
21. —49°14′ и +63°41′.
22. $\leqslant -40°34'$; $+27°59' > \varphi > -27°59'$; $\geqslant +40°34'$, $\geqslant +33°10'$; $+27°11' > \varphi > -27°11'$; $\leqslant -33°10'$.
23. 23°27′.
24. 23°51′.
25. —0″,48; изменение наклона земной оси.
26. Ответ см. в таблице на с. 114.
27. В день зимнего солнцестояния $h_{\text{п}} = -h_{\text{в}}$ дня летнего солнцестояния. Вблизи летнего солнцестояния в Петрозаводске белые ночи, в Москве светлые, в Ашхабаде темные ночи.
28. Петрозаводск: 9,44:5,69:1; Москва: 4,51:3,00:1; Ашхабад: 2,01:1,64:1.
Ашх.:Моск.:Петр.: 1,24:1,08:1; 1,67:1,19:1; 5,81:2,25:1.
29. Ответ см. в таблице на с. 114.
30.

Экватор	2,30	2,51	1,34;	1,72:1,87:1
Тропик	2,51	2,30	1 ;	2,51:2,30:1
Полярный круг	1,83	1	— ;	1,83:1 —
Полюс	1	—	— ;	1 — —

31. $\leqslant -69°,6$, +21°19′, $\geqslant +67°,8$; $\geqslant +74°,2$, —16°43′, $\leqslant -72°,4$.

129. 6,80 км/с и 4,74 км/с.
130. 28,7 км/с, 17,9 км/с и 13,0 км/с.
131. $v = \arccos(-e)$.
132. 2,734 а. е. и 3,102 а. е.
133. 88^{a}; 0,387 а. е.; 0,206; 0,467 а. е.; 1,467 а. е.; 0,533 а. е.; 47,9 км/с; 2,31; 29,53 года; 9,554 а. е.; 0,055; 10,079 а. е.; 11,079 а. е.; 8,024 а. е.; 9,63 км/с; 1,25.
134. 3 апреля 1974 г. и 12 июня 1977 г.
135. 6 декабря 1975 г. и 2 февраля 1976 г.
136. 341° и 16°.
137. 266° и 112°.
138. 8 октября 1975 г. и 22 апреля 1975 г.
139. 20 июня 1976 г.
140. 5 апреля 1977 г.
141. 19 мая 1975 г.
142. Вблизи 2 декабря 1980 г.
143. 0°; 62°; 0°; 180°; 0°.
144. 270°; 270°; 225°; 270°; 349°.
145. 7,26 года.
146. Марс: 15 и 17 лет; $56{,}7 \cdot 10^6$ км и $398 \cdot 10^6$ км.
Эрот: 37 лет и 44 года; $20{,}3 \cdot 10^6$ км и $416 \cdot 10^6$ км.
147. 6371 км и $\approx 1/300$.
148. $41{,}40 \cdot 10^6$ км, $149{,}6 \cdot 10^6$ км и 8,794.
149. $149{,}6 \cdot 10^3$ км и 8″,794.
150. 57′02″, 61′31″ и 53′55″.
151. 33′31″ и 29′22″.
152. 381 860 км и 0,0634; 382 140 км и 0,0641.
153. $79{,}80 \cdot 10^6$ км и 0,206.
154. $22{,}58 \cdot 10^6$ км = 0,151 а. е., 1,458 а. е. и 0,222.
155. 0″,48, 0″,51 и 0″,46; 0″,302, 0″,305 и 0″,300.
156. От 8″,943 до 8″,650.
157. 1736 км.
158. 71 400 км, 69 900 км, 67 000 км и $\approx 1/16$; 60 000 км, 58 000 км, 54 200 км и $\approx 1/10$.
159. 30 500 км и около $5 \cdot 10^6$ км.
160. 109,1 или 696 000 км, 570 км и 17 200 км.
161. $421{,}8 \cdot 10^3$ км, $670{,}9 \cdot 10^3$ км, $1070 \cdot 10^3$ км и $1882 \cdot 10^3$ км.
162. 9400 км и 23 500 км.
163. 0″,549 $c^{-1} = 2{,}66 \cdot 10^{-6}$ рад/с; 4,62 м/с, 4,00 м/с и 2,31 м/с.
164. 0′,610 $c^{-1} = 36''{,}6\ c^{-1}$ и 12,7 км/с; 0′,605 $c^{-1} = 36''{,}3\ c^{-1}$, 10,6 км/с и 6,13 км/с.
165. $24^{h}37^{m},4 = 24^{h}37^{m}24^{s}$; 241 м/с, 226 м/с и 155 м/с.
166. 60°,0; 75°,5 и 82°,8.
167. 176^{a} и $29^{a},53$.
168. $23^{h}52^{m},2$; $25^{a},42$; $35^{a},2$.
169. 117^{a} и 8,24 года = $13{,}37 \cdot T$.
170. 35,02 и 49,52; 29,78 и 42,11; 13,06 и 18,47; 4,74 и 6,70 (все — км/с).
171. 15,2 и 11,3; 13,4 и 12,8 (км/с); 2,27 а. е.
172. 47,9, 59,0 и 38,9; 24,1, 26,5 и 21,9 (км/с).
173. 0; 36,4; 13,5; 13,9 (км/с).
174. Лидия: 18,0, 19,5 и 16,7 (км/с); 18,0 и 25,4; 18,8 и 26,6; 17,4 и 24,6 (км/с). Адонис: 21,2, 60,0 и 7,5 (км/с); 21,2 и 30,0; 45,1 и 63,8; 15,9 и 22,5 (км/с).

175. 0,327 а. е. и 0,440 а. е.
176. 26,48 км/с; 25,33 и 35,82 (км/с).
177. 30,55 км/с; 27,75 и 39,24 (км/с).
178. 0,42 а. е.
179. $v_q = 160$ км/с $> v_n = 159$ км/с, по гиперболе; $v_q = 36{,}5$ км/с $< v_n = 37{,}9$ км/с, по эллипсу, $T = 26{,}7$ года.
180. 4,356 года; 2,667 а. е.; 0,115; 2,360 а. е.; 2,974 а. е.; 18,24 км/с и 16,24 км/с.
181. 3,19 а. е.; 5,70 года; 1,21 года = 442^{д}; 18,29; 18,10; 16,83 и 16,01 (км/с).
182. 0,107.
183. 14,7.
184. 333 000.
185. 22^{ч},6 и 14,3 км/с; 550^{д} и 1,71 км/с.
186. 14,6 и 14,0 км/с; 14,4 и 20,4; 14,2 и 20,0 км/с. 2,02 и 1,45 км/с; 1,87 и 2,64; 1,58 и 2,23 км/с.
187. $421{,}7 \cdot 10^3$ км и 17,3 км/с; $1883 \cdot 10^3$ км и 8,18 км/с.
188. k^3; n^2 и k.
189. В 8 раз больше; 243^{д} и 10,42 года.
190. 38,63 сут.
191. 7,91 и 11,2; 5,59 и 7,91; 2,64 и 3,73; 1,02 и 1,44 км/с.
192. 1,02; 1,08 и 0,97 км/с.
193. 437 и 618. 218 и 309; 146 и 206 км/с.
194. 1,68 и 2,38; 7,32 и 10,4; 3,54 и 5,00 км/с.
195. 6,46 км/с и 2^{ч}35^{м},5; 4,57 км/с и 7^{ч}18^{м}.
196. 2,89 км/с и 3^{ч}05^{м}; 2,04 км/с и 8^{ч}43^{м}; 34,9 км/с и 5^{ч}13^{м}; 24,7 км/с и 14^{ч}45^{м}.
197. m $\sqrt{\frac{m}{n}}$ и m; $\sqrt{\frac{n}{m}}$ и 1.
198. 280 км и 7,74 км/с; 2980 км и 6,53 км/с; 4190 км и 6,14 км/с.
199. 35790 км и 3,07 км/с.
200. 17000 км и 1,45 км/с; 89600 км и 28,2 км/с.
201. Земные: 7,79 км/с и 1^{ч}28^{м},3; 7,35 км/с и 1^{ч}45^{м}. Лунные: 1,59 км/с и 2^{ч}07^{м}; 1,34 км/с и 3^{ч}34^{м}. Марсианские: 3,44 км/с и 1^{ч}50^{м}; 3,11 км/с и 2^{ч}28^{м}. Юпитеровы: 42,1 км/с и 2^{ч}58^{м}; 41,8 км/с и 3^{ч}01^{м}.
202. 30°,53 к западу; не реален и 1°,20 к западу; 0°,10 и 4°,30 к востоку (по земным представлениям).
203. По эллипсу: $a = 12760$ км, $e = 0{,}485$, $T = 240^{м}$; уйдет по гиперболе; упадет на планету.
204. 301 км и 2,94 км/с, 630 км и 3,34 км/с; 724 км и 7,26 км/с, 1534 км и 8,28 км/с.
205. 0,435 и 0,565; 0,252 и 0,748.
206. 44^{м},8 и 44^{м},9; 55^{м} и 11^{ч}22^{м}.
207. 0,0123 и 0,0123.
208. 1,58, 1,71 и 1,45 км/с; 1,65, 1,69 и 1,61 км/с.
209. 0,108 и 0,107.
210. 0,814.
211. 6625 км; 0,011; 89^{м},4; 7,76, 7,85 и 7,68 км/с; 44^{м},1 и 45^{м},3.
212. 26 170 км; 0,737; 11^{ч}42^{м}; 3,90, 10,02 и 1,52 км/с; 55^{м} и 10^{ч}47^{м}.
213. 22 240 км; 0,868; 39^{ч},5; 0,98, 3,68 и 0,26 (км/с); 1^{ч},2 и 38^{ч},3. 91 100 км; 0,212; 4^{ч}16^{м}; 37,3, 46,3 и 30,1 км/с; 93^{м} и 163^{м}.
214. 27 000 км; 0,741; 40 620 км; 9,94 и 1,48 км/с; $\approx 1^{ч}$ и 11^{ч},3.

64. 17ч03м и 14ч03м (Татарская АССР живет по поясному времени).
65. В Краснодаре — поясное время: 18 ноября 23ч38м,5 и 19 ноября 3ч08м,2; в Иркутске — декретное время: 19 ноября 4ч38м,5 и 8ч08м,2; в Ташкенте — декретное время: 19 ноября 2ч38м,5 и 6ч08м,2.
66. 21 июня в 21ч38м; 22 июня в 2ч38м; 22 июня в 0ч38м.
67. —1ч32м, —12ч и 19ч12м; —3ч40м, —2ч12м и 21ч12м.
68. Московское время: 9ч20м, 12ч45м и 3ч25м.
69. Московское время: 13ч40м, 16ч20м, 2ч40м.
70. +48°20′ и +63°26′; +63°26′ и +48°20′; +58°28′ и +49°08′; —47°51′ и —59°46′.
71. —8°26′ и +74°22′.
72. +28°19′ и —66°38′.
73. +45°58′.
74. +57°19′ и —29°54′.
75. —48°53′ и +41°42′.
76. 18ч53м37с и 20ч18м45с.
77. 23ч01м21с и 0ч05м48с.
78. 6ч08м18с и +23°57′; вблизи точки летнего солнцестояния.
79. 1ч33м12с и +8°07′.
80. 1 мая: 2ч34м,7 и +15°10′; 11 августа: 9ч25м,3 и +15°10′; 21 ноября: 15ч47м,8 и —19°59′; 21 января: 20ч12м,2 и —19°59′.
81. 4ч46м47с и +22°23′; 4ч33м03с и +16°25′.
82. 14ч08м37с и —13°00′; 14ч14м31с и +19°19′.
83. +48°30′.
84. +38°35′, —8°15′ и +49°41′.
85. 4ч26м30с = 66°37′,5.
86. —5ч24м36с = —75°09′,0 и +43°48′.
87. 5ч44м05с и +69°35′.
88. 4ч27м42с и +41°40′.
89. —1ч53м,8 = —28°27′ и +37°38′; 26—27 июня, в районе Азорских островов.
90. 23ч56м04с и 11ч58м02с.
91. $\Delta S = 8^ч42^м43^с \to \Delta T = 8^ч41^м17^с$; $\Delta S_1 = 24^ч \to \Delta T_1 = 23^ч56^м04^с$; $\Delta S_2 = 15^ч17^м17^с \to \Delta T_2 = 15^ч14^м47^с$ (после γ Ориона).
92. 11ч01м22с и 14ч16м50с.
93. 17ч22м38с, 5ч22м38с, 18ч35м58с и 11ч39м48с.
94. 8 февраля: 9ч14м, 9ч47м и 8ч47м; 1 сентября: 22ч32м, 23ч05м и 22ч05м.
95. Сириус: 1 или 2 января и 1 или 2 июля.
Антарес: около 26 мая и 27 ноября.
96. 14ч41м09с и 17ч05м33с.
97. 19ч36м52с, 20ч07м14с и 19ч07м04с; 7ч34м54с, 8ч05м16с и 7ч05м06с.
98. 9ч04м29с, 9ч15м57с и 8ч15м47с; 21ч02м31с, 21ч13м59с и 20ч13м49с; 9ч03м56с, 8ч37м02с и 7ч36м52с; 21ч01м58с, 20ч35м04с и 19ч34м54с.
99. 16ч40м14с и 4ч41м44с.
100. α Андромеды: 15ч59м57с и 0ч08м59с;
β Льва: 4ч19м14с и 12ч28м16с.
101. Бетельгейзе: 12ч42м45с и 21ч35м00с; Спика: 5ч12м40с и 14ч04м55с.
102. Поллукс: 22ч20м48с и 16ч34м48с; Арктур: 16ч52м49с и 11ч06м49с.

103 Капелла: 22 марта, 5ч13м00с, 17ч15м10с, 17ч05м10с и 18ч05м10с; 17ч13м00с; 5ч17м08с; 5ч07м08с и 6ч07м08с; 22 июня, 5ч13м00с, 11ч13м27с, 11ч03м27с и 12ч03м27с, 17ч13м00с, 23ч15м25с и 23ч05м25с (перед началом данной даты) или 23ч11м29с и 23ч01м29с (в данную дату) и 0ч05м25с.
Вега: 22 марта, 18ч35м15с, 6ч39м10с, 6ч29м10с и 7ч29м10с; 6ч35м15с, 18ч37м12с, 18ч27м12с и 19ч27м12с; 22 июня, 18ч35м15с, 0ч33м30с, 0ч23м30с и 1ч23м30с; 6ч35м15с, 12ч21м32с, 12ч21м32с и 13ч21м32с.

104. Сириус: 1ч46м18с и 13ч11м22с; Альтаир: 14ч49м33с и 2ч18м33с.
105. 4ч52м31с и 13ч37м24с; 5ч39м37с и 14ч04м30с.
106. 6ч57м36с = 104°27′,0 и 11ч17м36с = 169°24′,0.
107. $A = 140°11'$ и $z = 16°01'$; $A = -30°5.1'$ и $z = 77°58'$.
108. 15 апреля, $A = -85°42'$ и $z = 63°01'$; $A = -51°20'$ и $z = 87°09'$; 20 августа, $A = +48°28'$ и $z = 50°07'$; $A = +70°11'$ и $z = 95°05'$.
109. Уран: $A = -7°36'$ и $z = 62°56'$; Нептун: $A = -45°42'$ и $z = 76°26'$.
110. На $\varphi = +68°20'$ всегда над горизонтом. На $\varphi = +37°45'$ $S = 22ч41м,5$, 6ч00м,0 и 13ч18м,5, $\Delta S = 14ч37м$; 22 марта $T_д = 11ч45м$, 19ч02м и $26ч19м = 2ч19м$ (23. III), $\Delta T = 14ч34м$; 22 июня $T_д = 5ч43м$, 13ч00м и 20ч17м, $\Delta T = 14ч34м$.
111. На $\varphi = +68°59'$ Кастор не заходит, Антарес не восходит. На $\varphi = +37°45'$ Кастор 15 апреля: 226°41′ и 11ч03м; 0° и 19ч05м; 133°19′ и 3ч08м; 180° и 7ч07м; 15 октября: азимуты — те же; 23ч04м, 7ч06м, 15ч08м и 19ч04м. Антарес, 15 апреля: 303°34′ и 23ч30м; 0° и 4ч03м; 56°26′ и 8ч36м; 180° и 16ч01м; 15 октября: азимуты — те же; 11ч27м, 15ч59м, 20ч32м и 3ч57м.
112. На $\varphi = +59°57'$, равноденствие: 268°32′ и 6ч25м; 0° и 12ч31м; 91°28′ и 18ч38м; $+30°03'$ и $-30°03'$; 12ч14м. Летнее солнцестояние: 254°52′ и 3ч00м; 0° и 12ч25м; 145°08′ и 21ч51м; $+53°30'$ и $-6°36'$ (белая ночь); 18ч52м. Зимнее солнцестояние: 320°17′ и 9ч25м; 0° и 12ч22м; 39°43′ и 15ч18м; $+6°36'$ и $-53°30'$; 5ч53м. На $\varphi = +69°18'$ в день равноденствия: 267°45′ и 7ч04м; 0° и 13ч14м; 92°15′ и 19ч23м; $+20°42'$ и $-20°42'$; 12ч19м. 21.VI $\delta > (90° - \varphi)$, не заходит; $+44°09'$ и $+2°45'$, а с учетом средней рефракции $+3°00'$ (полярный день); 22.XII $\delta < -(90° - \varphi)$, не восходит; $-2°45'$ (сумерки) и $-44°09'$ (полярная ночь).
113. Сириус в 8ч43м; Регул в 17ч27м; Капелла в 19ч01м.
114. 17ч07м,8 и $-8°11'$; 16ч33м,1 и $+11°10'$.
115. 9,02 а. е. и 10,06 а. е.; 29,83 а. е. и 30,31 а. е.
116. 29,83 а. е. и 29,52 а. е., Плутон — ближе.
117. $v = \arccos(-e)$.
118. 0,093 и 1,38 а. е.; 0,777 и 0,44 а. е. Адонис — ближе.
119. 1,081 а. е. и 1,975 а. е.; 3,930 а. е. и 4,641 а. е.
120. 225 сут и 5,458 года.
121. 1,81 года и 919 лет.
122. 3ч,55 и 7ч,15.
123. $185,3 \cdot 10^3$ км и $526,7 \cdot 10^3$ км.
124. 0,017; перигелий и афелий.
125. 0,158, 2,056 а. е. и 2,828 а. е.; 0,132, 2,716 а. е. и 3,542 а. е.
126. 1,467 а. е. и 0,533 а. е.; 2,665 а. е. и 0,382 а. е.
127. От 23′12″ до 19′16″.
128. 0,017, 0,983 а. е. и 1,017 а. е.; 1,07; 1,09, 1,67 и 7,04.

307. 650; 2,1; 0,97.
308. 0″,0014 и 38; 0″,0017 и 23; 0″,0035 и 42.
309. В 400; 10^4 и $25 \cdot 10^4$ раз.
310. 82.
311. $-0^m,05$.
312. $-3^m,0$.
313. 21 и $5{,}53 \cdot 10^{-4}$ г/см³; 31 и $1{,}89 \cdot 10^{-4}$ г/см³; 0,28 и 32,0 г/см³.
314. 4570, 71 и $4{,}0 \cdot 10^{-5}$ г/см³ — сверхгигант;
12,1; 1,5 и 0,99 г/см³ — звезда главной последовательности;
$1{,}78 \cdot 10^{-4}$; 0,012 и ≈ 900 кг/см³ — белый карлик.
315. 42,8.
316. 4,2.
317. 2,8 и 2,1; 2,0 и 1,8; 1,10 и 1,06.
318. 1,6; 4,1 и 0,96 г/см³; 1,9; 6,9 и 0,41 г/см³;
1,2; 1,7 и 0,90 г/см³.
319. $39 \cdot 10^{32}$ квт, $4{,}33 \cdot 10^6$ тн/с, $374 \cdot 10^9$ тн/сут и $136 \cdot 10^{12}$ тн/год;
$177 \cdot 10^{24}$ квт, $19{,}7 \cdot 10^3$ тн/с, $17 \cdot 10^{12}$ тн/сут и $62 \cdot 10^{15}$ тн/год;
$454 \cdot 10^{22}$ квт, $50{,}4 \cdot 10^5$ тн/с, $4{,}35 \cdot 10^{12}$ тн/сут и $15{,}9 \cdot 10^{14}$ тн/год;
$257 \cdot 10^{28}$ квт, $28{,}6 \cdot 10^{10}$ тн/с, $24{,}7 \cdot 10^{15}$ тн/сут и $90{,}1 \cdot 10^{17}$ тн/год.
320. $7{,}35 \cdot 10^{12}$ лет; $8{,}06 \cdot 10^{10}$ лет; $1{,}26 \cdot 10^{12}$ лет; $1{,}66 \cdot 10^9$ лет.

321.

Звезда	M_v	L_v	M_b	L_b	M	R	R^3	ρ, г/см³	T, К
Процион	$+2^m,68$	7,0	$+2^m,63$	6,9	1,[illegible]	2,1	9,7	0,25	6400
Спутник	$+13,01$	$3{,}2 \cdot 10^{-4}$	–	—	0,6	0,013	$2{,}3 \cdot 10^{-6}$	$3{,}9 \cdot 10^5$	7900

Процион — звезда главной последовательности; спутник — белый карлик.

322.

Звезда	M_v	L_v	M_b	L_b	R	R^3	M	ρ, г/см³	$T_{\text{цв}}$, °C
α_1	$+4^m,71$	1,06	$+4^m,66$	1,07	1,05	1,16	1,05	1,28	5870
α_2	$+6,08$	0,30	$+5,50$	0,49	1,03	1,09	0,95	1,23	4600

Обе звезды главной последовательности.

323. $3^m,91$.
324. $3^m,85$.
325. $4^m,73$ и $4^m,81$.
326. $1^m,09$.
327. $1^m,57$.
328. $4^m,68$; $5^m,22$ и $6^m,79$.
329. 25,4; 11,5 и $36{,}9 \approx 37$.
330. 2,7.
331. 15,2 и 66,5.
332. 1.
333. 4,6 и 0,9; 2,9 и 3,3; 1,8 и 1,8; 5,3 и 3,2.

334. В 3,3 и 22 900 раз.
335. В 2,3 и 1,7; 2,3 и 1,9 раза.
336. От 730 до 1010 (в 1,38 раза) и от 160 до 230 (в 1,44 раза).
337. 4300 К и 4650 К.

338.

В синих лучах	ΔB	ΔL_B	Увеличение блеска (за сутки)	Уменьшение блеска (за сутки)
α М. Медведицы	$0^m,16$	1,16	$-0^m,121$	$+0^m,060$
ζ Близнецов	0,80	2,09	−0,236	+0,118
η Орла	1,28	3,25	−0,535	+0,268
TY Щита	1,40	3,63	−0,380	+0,190
UZ Щита	1,37	3,53	−0,279	+0,140

В желтых лучах	ΔV	ΔL_V	Увеличение блеска (за сутки)	Уменьшение блеска (за сутки)	P, сутки
α М. Медведицы	$0^m,11$	1,11	$-0^m,083$	$+0^m,042$	3,97
ζ Близнецов	0,48	1,56	−0,142	+0,071	10,15
η Орла	0,83	2,15	−0,347	+0,174	7,18
TY Щита	0,87	2,23	−0,236	+0,118	11,05
UZ Щита	0,88	2,25	−0,179	+0,090	14,74

Указание: у цефеид блеск возрастает примерно в два раза быстрее его уменьшения.

339. Данные для графиков.

Звезда	P	ΔV	ΔB	$\Delta(B-V)$
α М. Медведицы	$3^d,97$	$0^m,11$	$0^m,16$	$+0^m,05$
η Орла	7,18	0,83	1,28	+0,45
ζ Близнецов	10,15	0,48	0,80	+0,32
TY Щита	11,05	0,87	1,40	+0,53
UZ Щита	14,74	0,88	1,37	+0,49

340. $3^m,5$ и $5^m,4$.
341. В 5750 раз, на $-1^m,88$ или в 5,65 раза.
342. $1/250$ и $160 \cdot 10^3$; 1000 пс.
343. 2500 км/с.
344. 3,16 Мпс $= 10{,}3 \cdot 10^6$ св. г.; $32 \cdot 10^3$ пс $\times 13 \cdot 10^3$ пс; 10,5 Мпс $= 34{,}2 \cdot 10^6$ св. г.; $43 \cdot 10^3$ пс $\times 30 \cdot 10^3$ пс.
345. +40,8 км/с.
346. −19,7 км/с.
347. К фиолет. концу: −0,042 мм и −0,043 мм.
348. 4860,2; 4101,3 и 3749,4 Å; 4861,5; 4102,4 и 3750,4 Å.
349. −19,8 км/с и −27,3 км/с.

215. $a=1880$ км, $q=1780$ км, $Q=1980$ км, $h_q=43$ км, $c=0{,}053$, $v_a=1{,}61$ км/с, $v_q=1{,}70$ км/с, $v_Q=1{,}53$ км/с, $t=57^м$ и $\tau=65^м$.
216. 1,262 а. е.; 0,208; 0,708 года = 258 сут; 11,6 км/с.
217. 94°,1 к западу от Солнца.
218. 5,6 км/с; 37°,6 к востоку.
219. 2 года 8 мес. = 974 сут.
220. 0,862 а. е.; 0,161; 0,400 года = 146 дней; 11,5 км/с; восточная элонгация 45°,5; к Земле: 10,8 км/с, по земным представлениям элонгация западная 98°,3 (в небе Венеры — восточная); 2 года 1 мес.
221. Через синодический период.
222. 3,70, 8,86 и 0,46 м/с².
223. В 6 раз.
224. 273 и 11,3 м/с².
225. 2,45, 1,09 и 0,93, 0,41 м/с².
226. $\sqrt[3]{mn^2}$ и m.
227. 0,59 см/с².
228. 0,59 см/с².
229. 0,27 см/с².
230. 0,27 см/с², а в поле тяготения Солнца 0,59 см/с².
231. $m:n^2$ и m^{-1}.
232. От 2,71 до 6,28 см/с²; от $2{,}42\cdot10^{-4}$ до $6{,}82\cdot10^{-4}$ см/с² от $4{,}74\cdot10^{-4}$ до 1,68 см/с² (в 3550 раз).
233. От 0,18 до 8,11 м/с³ (в 45 раз).
234. От 0,93 см/с² до 8,21 м/с² (в 879 раз).
235. 75 см/с² и 3,76 см/с².
236. 4660 км от центра Земли.
237. 343 980 км от центра Земли.
238. 1:16; 0″,37; 15^м; 750^x, 60^x и 190^x; 1:8; 0″,14; 17^м,1; 2000^x (никогда не применяется), 170^x и 500^x.
239. 1) 38^x и 53′; 150^x и 13′; 2) 430^x и 4′,6; 1730^x (не применяется) и 1′,2.
240. 1) 1:10; 2″; 11^м,3; 140^x, 12^x и 35^x; 2) 1:10, 2″; 11^м,6; 160^x, 13^x и 40^x.
241. 1) 25^x и 80′; 35^x и 57′; 70^x и 29′; 2) 28^x и 71′; 40^x и 50′; 80^x и 25′.
242. 1) 371^x и 5′,4; 520^x и 3′,8; 1040^x и 1′,9 (не применяется); $W_x=180^x$. 2) 124^x и 16′,1; 173^x и 11′,5; 346^x и 5′,8; $W_x=55^x$; все применимы.
243. $W_x=42^x$ и $W_m=500^x$, $W=250^x$ — подходит; $W_x=83^x$, $W_m=1000^x$ и $W=1500^x$ — не подходит.
244. 0,70″ и 0″,14.
245. 2″ и 1″,8.
246. 1″,4, 50^x и 20 мм; 0″,16, 438^x и 32 мм.
247. Две — в любой; третья — при 60^x и $D=120$ мм.
248. Марс и Уран видны, Нептун — на пределе.
249. 37^x и 30^x.
250. 1) 0,36 мм и 28 мм; 69″,4 мм$^{-1}$; 18900 км/мм и 124 км/мм. 2) 2,9 мм и 223 мм; 8″,6 мм$^{-1}$; 2340 км/мм и 15,6 км/мм.
251. 4′,3 мм$^{-1}$; 68 000 км/мм и 470 км/мм; 0,1 мм и 7,4 мм.
252. 344 см; 1:10,4; $\xi'=1'$мм$^{-1}$; 0,58 мм.
253. 80^c, 115^c и 1^ч,2.
254. 135^x и 14′,8.
255. 40,5 мм и 27′; 13,5 мм и 9′.

256. 650 мм; 10,4 м; 1 : 16; 0″,22; 16^m,1; 1300^x (не применяется) и 108^x; 1′,5, 6′,2 и 18′,5; 13^c, 53^c и 158^c; 6°, 25^c и 71^c.
257. Оптический 0″,02; радио — 124′; 4′,2 и 42′.
258. 1″,64; 0″,025 и 0″,28.
259. 0,39; 1,82 и 0,11.
260. 312°, 248° и 280°.
261. ≈6 и 32.
262. ≈49 и 166.
263. ≈69.
264. 2^m,5; 5^m,0; 7^m,5.
265. 17.
266. 437·10^6.
267. +1^m,25 и 3,16; +0^m,24 и 1,25; —0^m,17 и 1±1,17.
268. +2^m,40 и +4^m,32; +0^m,74 и —0^m,20.
269. 1,00; 4,13, 18,4 и 5,86; 1,24, 2,94 и 2,38.
270. 1,69 и 1,79.
271. На 1^m,50; 3^m,01 и 5 lg n.
272. +3^m,98 и +5^m,48; —1^m,90 и —3^m,41.
273. 25,1.
274. 437·10^3.
275. 12·10^9.
276. ≈83 и —28^m,84; 21′ и —25^m,86; 49″ и —18^m,80.
277. —9^m,0 и 12′; —5^m,2 и 2′.
278. 12^m,1 и 13^m,3; 14^m,9 и 16^m,1; 15^m,1 и 16^m,3.
279. Звездообразно, —4^m,4 и +0^m,2.
280. Ярче кажется Сириус в 150 раз, светимость в Эйеи больше в 2,68 раза.
281. $E_1 : E_2 = 14{,}3$; $L_1 : L_2 = 685$.
282. 200 пс и 652 св. г.; 27 пс и 88 св. г.; 3,98 пс и 13 св. г.
283. 0″,004; 0″,046 и 0″,752.
284. 9,3; 4610; 1:7,6;
285. 16,8; 12 940; 1:520.
286. 3,16; 1; 3,31.
287. 8320 и 17 400.
288. ≈80 800 и 61 800; 5,61 и 2,45.
289. 67 300; 1,3; в 13,2·10^3 раз меньше.
290. 32,2 пс и 0″,031; 19,2 пс и 0″,052; 239 пс и 0″,004.
291. 46,6 пс и 0″,021.
292. Обе слабее: в 2,5 и 36 раз.
293. +0^m,41.
294. +6^m,83 и 7^m,40; +8^m,39 и +8^m,96; +11^m,29 и +11^m,86.
295. +1^m,50; +1^m,75; +0^m,99.
296. 20 000 К; 6000 К; 4400 К.
297. От 5750 до 5800 К.
298. 4995 Å (≈5000 Å).
299. 13 600 К; 8400 К и 3000 К.
300. 15 200 К; 13 200 К и 3900 К.
301. 20 000 К; 11 100 К; 6000 К и 3240 К.
302. 15 500 К; 20 300 К; 9100 К; 5080 К; 4060 К; 3350 К.
303. 1448, 2615, 4869, 8941, 1869, 1427, 3184, 5703, 7135 и 8648 Å.
304. 3,1 и 29; 1,6 и 4,3; 97 и 912 700; 45 и 89 900.
305. 53 и 147 000; 93 и 804 400; 394 и 61·10^6.
306. Различие в 494 раза.

Таблица 2

Перевод градусных единиц в единицы времени

Градусы в единицах времени		Минуты дуги в единицах времени			Секунды дуги в единицах времени				
°	ч м	′	м с	′	м с	″	с	″	с
1	0 4	1	0 4	31	2 4	1	0,07	31	2,07
2	0 8	2	0 8	32	2 8	2	0,13	32	2,13
3	0 12	3	0 12	33	2 12	3	0,20	33	2,20
4	0 16	4	0 16	34	2 16	4	0,27	34	2,27
5	0 20	5	0 20	35	2 20	5	0,33	35	2,33
6	0 24	6	0 24	36	2 24	6	0,40	36	2,40
7	0 28	7	0 28	37	2 28	7	0,47	37	2,47
8	0 32	8	0 32	38	2 32	8	0,53	38	2,53
9	0 36	9	0 36	39	2 36	9	0,60	39	2,60
10	0 40	10	0 40	40	2 40	10	0,67	40	2,67
11	0 44	11	0 44	41	2 44	11	0,73	41	2,73
12	0 48	12	0 48	42	2 48	12	0,80	42	2,80
13	0 52	13	0 52	43	2 52	13	0,87	43	2,87
14	0 56	14	0 56	44	2 56	14	0,93	44	2,93
15	1 00	15	1 00	45	3 00	15	1,00	45	3,00
20	1 20	16	1 4	46	3 4	16	1,07	46	3,07
30	2 00	17	1 8	47	3 8	17	1,13	47	3,13
40	2 40	18	1 12	48	3 12	18	1,20	48	3,20
50	3 20	19	1 16	49	3 16	19	1,27	49	3,27
60	4 00	20	1 20	50	3 20	20	1,33	50	3,33
70	4 40	21	1 24	51	3 24	21	1,40	51	3,40
80	5 20	22	1 28	52	3 28	22	1,47	52	3,47
90	6 00	23	1 32	53	3 32	23	1,53	53	3,53
100	6 40	24	1 36	54	3 36	24	1,60	54	3,60
150	10 00	25	1 40	55	3 40	25	1,67	55	3,67
200	13 20	26	1 44	56	3 44	26	1,73	56	3,73
250	16 40	27	1 48	57	3 48	27	1,80	57	3,80
300	20 00	28	1 52	58	3 52	28	1,87	58	3,87
350	23 20	29	1 56	59	3 56	29	1,93	59	3,93
360	24 00	30	2 00	60	4 00	30	2,00	60	4,00

Таблица 3

Перевод интервалов времени

При переводе интервалов среднего времени ΔT в интервалы звездного времени ΔS поправка прибавляется.
При переводе интервалов звездного времени ΔS в интервалы среднего времени ΔT поправка вычитается.

Интервал	Поправка		Интервал	Поправка		Интервал	Поправка	Интервал	Поправка	Интервал	Поправка	Интервал	Поправка	Интервал	Поправка
ч	м	с	ч	м	с	м	с	м	с	м	с	м	с	м	с
1	0	10	13	2	08	1	0	16	3	31	5	46	8
2	0	20	14	2	13	2	0	17	3	32	5	47	8
3	0	30	15	2	28	3	0	18	3	33	6	48	8
4	0	39	16	2	38	4	1	19	3	34	6	49	8
5	0	49	17	2	47	5	1	20	3	35	6	50	8
6	0	59	18	2	57	6	1	21	3	36	6	51	8
7	1	09	19	3	07	7	1	22	4	37	6	52	9
8	1	19	20	3	17	8	1	23	4	38	6	53	9
9	1	29	21	3	27	9	1	24	4	39	6	54	9
10	1	39	22	3	37	10	2	25	4	40	7	55	9
11	1	48	23	3	46	11	2	26	4	41	7	56	9
12	1	58	24	3	56	12	2	27	4	42	7	57	9
						13	2	28	5	43	7	58	10
						14	2	29	5	44	7	59	10
						15	2	30	5	45	7	60	10

350. +20,6 км/с.
351. —13,9 км/с.
352. $\Delta V_r = 0$ при $\beta = \pm 90°$ и $(\lambda_* - \lambda_\odot) = 0°$ или $180°$;
$\Delta V_r = \pm 29{,}8$ км/с при $\beta = 0$ и $(\lambda_* - \lambda_\odot) = \pm 90°$.
353. 13,0 км/с и 236°,2; 10,1 км/с и 134°,2; 17,5 км/с и 45°,1; 33,4 км/с и 291°,9.
354. 15,8; 12,2 и 78,0 км/с.
355. $+0^s{,}036$ и $+0''{,}383$; $-0^s{,}003$ и $-0''{,}035$; $+0^s{,}481$ и $-2''{,}556$.
356. Принято $d_\zeta = 1800''$. Альтанр: за 2740 лет, к сев.-востоку, $\alpha = 19^h49^m59^s{,}1$ и $\delta = +9°01'33''$; Сиака: за 33300 лет, к юго-западу, $\alpha = 13^h21^m0^s{,}0$ и $\delta = -11°13'31''$; в Индейца: за 384 года, к юго-востоку, $\alpha = 22^h02^m37^s{,}7$ и $\delta = -57°15'56''$.
357. $\alpha = 1^h50^m46^s{,}4$ и $\delta = +8°51'59''$; $\alpha = 13^h23^m11^s{,}1$ и $\delta = -11°19'41''$; $\alpha = 22^h03^m22^s{,}1$ и $\delta = -56°47'12''$.
358. 24 км/с и 38°; 6 км/с и 146°.
359. 20,8 км/с и 99°.
360. 41,2 км/с и 43°,2.
361. Через $310 \cdot 10^3$ лет: 5,50 пс и $0''{,}182$; $0''{,}755$; 0 и 19 км/с; $-0^m{,}71$.
362. Через $28{,}1 \cdot 10^3$ лет; 0,902 пс и $1''{,}108$; $7''{,}992$; 0 и 34 км/с; $-0^m{,}78$.
10 тыс. лет назад: 1,60 пс и $0''{,}625$; $2''{,}505$; —28 км/с и 19 км/с; $+0^m{,}46$.
Через 10 тыс. лет после наибольшего сближения: 0,967 пс и $1''{,}034$; $6''{,}915$; +12 км/с и 32 км/с; $-0^m{,}62$.
363. $30 \cdot 10^3$, $115{,}5 \cdot 10^3$ и $240 \cdot 10^3$ (км/с).
364. В закрытой: 545 Мпс = $1{,}78 \cdot 10^9$ св. г.; $2 \cdot 10^3$ Мпс = $6{,}5 \cdot 10^9$ св. г.; $4 \cdot 10^3$ Мпс = $13 \cdot 10^9$ св. г.; в открытой: 564 Мпс = $1{,}84 \cdot 10^9$ св. г.; $2{,}21 \cdot 10^3$ Мпс = $7{,}2 \cdot 10^9$ св. г.; $5{,}08 \cdot 10^3$ Мпс = $16{,}6 \cdot 10^9$ св. г.
365. 0,29 и 1,65.
366. $0{,}29c$ вместо $0{,}25c$ и $1{,}65c$ вместо $0{,}75c$.
367. 510 км/с, 10,2 Мпс = $33{,}3 \cdot 10^6$ св. г., $83{,}1 \cdot 10^3 \times 83{,}1 \cdot 10^3$ пс, $-21^m{,}8$ и $43{,}7 \cdot 10^9$; 780 км/с, 15,6 Мпс = $50{,}9 \cdot 10^9$ св. г., $49{,}9 \cdot 10^3 \times 36{,}3 \cdot 10^3$ пс, $-20^m{,}9$ и $19{,}0 \cdot 10^9$; 1200 км/с, 24,0 Мпс = $78{,}2 \cdot 10^6$ св. г., $62{,}8 \cdot 10^3 \times 41{,}9 \cdot 10^3$ пс, $-21^m{,}8$ и $43{,}7 \cdot 10^9$.
368. 1) $3{,}06 \cdot 10^3$ Мпс = $10 \cdot 10^9$ св. г. и $76 \cdot 10^{10}$;
$3{,}59 \cdot 10^3$ Мпс = $11{,}7 \cdot 10^9$ св. г. и $132 \cdot 10^{10}$;
2) $4{,}14 \cdot 10^3$ Мпс = $13{,}5 \cdot 10^9$ св. г. и $331 \cdot 10^{10}$; $5{,}32 \cdot 10^3$ Мпс = $17{,}3 \cdot 10^9$ св. г. и $525 \cdot 10^{10}$.
369. В закрытой: $1{,}62 \cdot 10^3$ Мпс = $5{,}28 \cdot 10^9$ св. г., 4400 пс = $14{,}3 \cdot 10^3$ св. г., $8{,}32 \cdot 10^{11}$. В открытой: $1{,}74 \cdot 10^3$ Мпс = $5{,}67 \times 10^9$ св. г., 4720 пс = $15{,}4 \cdot 10^3$ св. г., $10 \cdot 10^{11}$.
370. В закрытой: 828 Мпс = $2{,}7 \cdot 10^9$ св. г., 963 пс = 3140 св. г., $4{,}37 \cdot 10^{12}$.
В открытой: 864 Мпс = $2{,}8 \cdot 10^9$ св. г., 1000 пс = 3260 св. г., $4{,}79 \cdot 10^{12}$.
371. 0,907 c = 272 000 км/с; $4{,}67 \cdot 10^3$ Мпс = $15{,}2 \cdot 10^9$ св. г. и $6{,}36 \cdot 10^3$ Мпс = $20{,}7 \cdot 10^9$ св. г.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица 1

Перевод единиц времени в градусные единицы

Часы в градусах		Минуты времени в градусах и минутах дуги			Секунды времени в минутах и секундах дуги				
ч	°	м	° ′	м	° ′	с	′ ″	с	′ ″
1	15	1	0 15	31	7 45	1	0 15	31	7 45
2	30	2	0 30	32	8 00	2	0 30	32	8 00
3	45	3	0 45	33	8 15	3	0 45	33	8 15
4	60	4	1 00	34	8 30	4	1 00	34	8 30
5	75	5	1 15	35	8 45	5	1 15	35	8 45
6	90	6	1 30	36	9 00	6	1 30	36	9 00
7	105	7	1 45	37	9 15	7	1 45	37	9 15
8	120	8	2 00	38	9 30	8	2 00	38	9 30
9	135	9	2 15	39	9 45	9	2 15	39	9 45
10	150	10	2 30	40	10 00	10	2 30	40	10 00
11	165	11	2 45	41	10 15	11	2 45	41	10 15
12	180	12	3 00	42	10 30	12	3 00	42	10 30
13	195	13	3 15	43	10 45	13	3 15	43	10 45
14	210	14	3 30	44	11 00	14	3 30	44	11 00
15	225	15	3 45	45	11 15	15	3 45	45	11 15
16	240	16	4 00	46	11 30	16	4 00	46	11 30
17	255	17	4 15	47	11 45	17	4 15	47	11 45
18	270	18	4 30	48	12 00	18	4 30	48	12 00
19	285	19	4 45	49	12 15	19	4 45	49	12 15
20	300	20	5 00	50	12 30	20	5 00	50	12 30
21	315	21	5 15	51	12 45	21	5 15	51	12 45
22	330	22	5 30	52	13 00	22	5 30	52	13 00
23	345	23	5 45	53	13 15	23	5 45	53	13 15
24	360	24	6 00	54	13 30	24	6 00	54	13 30
		25	6 15	55	13 45	25	6 15	55	13 45
		26	6 30	56	14 00	26	6 30	56	14 00
		27	6 45	57	14 15	27	6 45	57	14 15
		28	7 00	58	14 30	28	7 00	58	14 30
		29	7 15	59	14 45	29	7 15	59	14 45
		30	7 30	60	15 00	30	7 30	60	15 0

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 3

I. Основы сферической и практической астрономии

§ 1. Кульминация светил. Вид звездного неба на различных географических параллелях 5
§ 2. Видимое годовое движение Солнца, смена сезонов года и астрономические признаки тепловых поясов . . 12
§ 3. Системы счета времени 16
§ 4. Практическое определение географических и небесных экваториальных координат 22
§ 5. Преобразование небесных координат и систем счета времени. Восход и заход светил 27

II. Основы теоретической астрономии и небесной механики

§ 6. Эмпирические законы Кеплера и конфигурации планет 36
§ 7. Расстояния, размеры и вращение тел Солнечной системы 45
§ 8. Закон всемирного тяготения и задача двух тел . . . 51
§ 9. Искусственные небесные тела 60
§ 10. Тяжесть и тяготение 72

III. Телескопы

§ 11. Характеристики телескопов 75

IV. Основы астрофизики и звездной астрономии

§ 12. Блеск светил 82
§ 13. Физическая природа Солнца и звезд 87
§ 14. Кратные и переменные звезды 98
§ 15. Движение звезд и галактик в пространстве 104

Ответы 113

Приложение 135