

Prevodjenje brojeva

Oznake:

1. $(X)_N \equiv x_n x_{n-1} \dots x_0, x_{-1} \dots x_{-m}$ – broj X zapisan u sistemu sa osnovom N .
2. $(X)_M \equiv y_p y_{p-1} \dots y_1 y_0, y_{-1} \dots y_{-q}$ – broj X zapisan u sistemu sa osnovom M .

Prevodjenje broja X iz sistema sa osnovom N u sistem sa osnovom M – postupak određivanja cifara u zapisu broja X u sistemu sa osnovom M .

Prevodjenje celih brojeva

Neka je broj X zapisan u sistemu sa osnovom N

$$(X)_N \equiv x_n x_{n-1} \dots x_1 x_0 = \sum_{i=0}^n x_i N^i$$

Ista vrednost u sistemu sa osnovom M se zapisuje kao

$$(X)_M \equiv y_p \dots y_1 y_0 = \sum_{i=0}^p y_i M^i$$

Važi $(X)_N = (X)_M$

$$\frac{(X)_N}{M} = \frac{y_0}{M} + \sum_{i=1}^p y_i M^{i-1}$$

Deljenjem broja X sa osnovom M dobija celobrojni deo količnika

$$X_1 = \sum_{i=1}^p y_i M^{i-1}$$

i ostatak deljenja y_0 koji predstavlja cifru na jediničnom mestu u broju X predstavljenom u sistemu sa osnovom M .

Rekurentna formula za određivanje cifara je

$$\begin{aligned} X_i/M &= X_{i+1} + y_i/M \\ X_0 &= X \end{aligned}$$

pri čemu se aritmetičke operacije izvode u sistemu sa osnovom N .

Šematski postupak

i	0	1	2	...	p
X_i	X_0	X_1	X_2	...	X_p
y_i	y_0	y_1	y_2	...	y_p

← smer čitanja cifara

X_{i+1} – celobrojni deo količnika X_i/M

y_i – ostatak pri ovom deljenju

Postupak se ponavlja sve dok se ne dodje do broja $X_{p+1} = 0$ zdesna ulevo

Primeri:

1. $94_{10} \rightarrow (1011110)_2$

i	0	1	2	3	4	5	6
X_i	94	47	23	11	5	2	1
y_i	0	1	1	1	1	0	1

2. $AB_{16} \rightarrow (10101011)_2$

i	0	1	2	3	4	5	6	7
X_i	AB	55	2A	15	A	5	2	1
y_i	1	1	0	1	0	1	0	1

3. $(101110)_2 \rightarrow (2E)_{16}$

i	0	1	2
X_i	101110	10	0
y_i	1110	10	0

Prevođenje razlomljenog dela

Neka je razlomljen broj X zapisan u sistemu sa osnovom N

$$(X)_N \equiv 0.x_{-1}x_{-2}\dots x_{-m} = \sum_{i=1}^m x_{-i} N^{-i}$$

Isti broj X u sistemu sa osnovom M se zapisuje u obliku

$$(X)_M \equiv 0.y_{-1}y_{-2}\dots = y_{-1} M^{-1} + y_{-2} M^{-2} + \dots$$

Izjednačavanjem ovih jednakosti $(X)_N = (X)_M$ i množenjem sa osnovom M

$$(X)_N \times M = y_{-1} + y_{-2} M^{-1} + y_{-3} M^{-2} + \dots$$

dobija se zbir cifre y_{-1} i razlomljenog dela

$$X_{-1} = y_{-2} M^{-1} + y_{-3} M^{-2} + \dots$$

Množenjem ove jednakosti sa M dobija se cifra y_{-2} itd.

Rekurentna formula za određivanje cifara je

$$\begin{aligned} X_i * M &= y_{-(i+1)} + X_{-(i+1)} \\ X_{-0} &= X \end{aligned}$$

Aritmetičke operacije se izvode u sistemu sa osnovom N

Šematski postopak

i	0	1	2	...	q
X_{-i}	X_{-0}	X_{-1}	X_{-2}	...	X_{-q}
y_{-i}	0	y_{-1}	y_{-2}	...	y_{-q}

smer čitanja cifara \longrightarrow

Primeri:

1. $(0,84375)_{10} \longrightarrow (0,11011)_2$

i	0	1	2	3	4	5
X_{-i}	0,84375	0,68750	0,3750	0,750	0,50	0,00
y_{-i}	0	1	1	0	1	1

2. $(0,4)_{10} \approx (0,011001100\dots)_2$

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
X_{-i}	0,4	0,8	0,6	0,2	0,4	0,8	0,6	0,2	0,4	0,8
y_{-i}	0	0	1	1	0	0	1	1	0	0

3. $(0,4)_{10} \approx (0,1212\dots)_4$

i	0	1	2	3	4
X_{-i}	0,4	0,6	0,4	0,6	0,4
y_{-i}	0	1	2	1	2

Mešoviti brojevi se prevode tako što se odvojeno prevode celi i razlomljeni delovi i tako dobijeni prevodi spoje.

Specijalni slučaj kodiranja

Ako važi $N = M^s, s > 1$, pri prevodjenju brojeva između sistema sa osnovama N i M se koristi tvrdjenje

Vrednost broja X u sistemu sa osnovom N zapisana u sistemu sa osnovom M je identična zapisu koji se dobija kodiranjem cifara broja X u sistemu sa osnovom M . Prevodjenje mešovitih brojeva se vrši tako što se posebno prevedu celobrojni i razlomljeni deo i od dobijenih prevoda formira željeni prevod.

Primeri:

1. $(54, 12)_8 \longrightarrow (\dots, \dots)_2$.

Binarni zapisi oktalnih cifara

Oktalna cifra	Binarni zapis
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

Prema tvrdjenju važi $(54, 12)_8 \longrightarrow (101100, 001010)_2$.

$$\begin{aligned} \text{Sa druge strane } (54, 12)_8 &= 5 \times 8^1 + 4 \times 8^0 + 1 \times 8^{-1} + 2 \times 8^{-2} = \\ &= (1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0) \times 2^3 + (1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0) \times 2^0 + \\ &= (1 \times 2^0) \times 2^{-3} + (1 \times 2^1 + 0 \times 2^0) \times 2^{-6} = 1 \times 2^5 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-5} = \\ &= (101100, 001010)_2 \end{aligned}$$

2. $(ABC, DE)_{16} \longrightarrow (\dots, \dots)_8$

(a) ABC, DE se prevodi u binarni sistem

$$\begin{aligned} (ABC, DE)_{16} &\longrightarrow (1010|1011|1100, 1101|1110)_2 \\ &\longrightarrow (101010111100, 11011110)_2 \end{aligned}$$

(b) Dobijeni binarni broj se prevede i oktalni sistem.

$$\begin{aligned} (101010111100, 11011110)_2 &\longrightarrow \\ (101|010|111|100, 110|111|100)_2 &\longrightarrow (5274, 674)_8 \end{aligned}$$

Zadaci:

Prevesti sledeće brojeve:

1. $(21012)_3 \rightarrow (\dots)_{16}$
2. $(201)_3 \rightarrow (\dots)_2$
3. $(634)_7 \rightarrow (\dots)_{16}$, bez medjuprevodjenja u dekadni sistem
4. $(0,25)_{10} \rightarrow (\dots)_{16}$.
5. $(0,66)_{10} \rightarrow (\dots)_6$.
6. $(14,34)_{10} \rightarrow (\dots)_5$.
7. $(AB7F)_{16} \rightarrow (\dots)_4$.
8. $(3220)_4 \rightarrow (\dots)_8$.
9. $(0,3DC)_{16} \rightarrow (\dots)_8$.
10. $(3FCED0,179A)_{16} \rightarrow (\dots)_4$.