

BIOSTATISTIKA
program
za studente Biološkog fakulteta u Beogradu
fond časova 2+1, 1 semestar

Verovatnoća

Elementarne funkcije, izvodi, integrali, kombinatorika (osnovno).

Klasična definicija verovatnoće.

Uslovna verovatnoća, nezavisnost, formula potpune verovatnoće, Bajesova formula.

Diskretne slučajne veličine. Binomna, geometrijska i Puasonova raspodela.

Apsolutno neprekidne slučajne veličine. Uniformna, eksponencijalna i normalna raspodela.

Aproksimacija binomne raspodele Puasonovom i normalnom raspodelom.

Statistika

Metod maksimalne verodostojnosti za ocenjivanje parametara.

Intervali poverenja.

Testiranje hipoteza.

Pirsonov hi kvadrat (χ^2) test.

Testiranje nezavisnosti obeležja.

Korelacija i linearna regresija.

Jednofaktorska disperziona analiza.

3. Iz kompleta koji sadrži 32 karte (i među njima 4 dame) slučajno se biraju 4 karte odjednom. Kolika je verovatnoća da

među izabranim kartama ima tačno 2 dame?

4. U 200 izvođenja slobodnih bacanja košarkaša je pogodio koš 92 puta. Naći 95% interval poverenja za verovatnoću pogodaka.

3. Dva igrača igraju tri partije šaha. Verovatnoća pobeđe prvog igrača u svakoj partiji je 0.6, a rezultati različitih partija su

medjusobno nezavisni. Kolika je verovatnoća da će prvi igrač dobiti

a) tačno jednu partiju? b) bar jednu partiju?

4. Neka je obeležje X broj automobila koji u intervalu od 10s prođu kroz određeni presek autoputa. Izvršeno je $n = 200$

brojanja automobila i dobijeni su sledeći rezultati:

broj automobila 0 1 2 3

broj merenja 109 65 22 4

Testirati hipotezu H_0 da X ima Puasonovu raspodelu $P(_, _) = E(X)$.

3. Verovatnoća pogađanja cilja za prvog, drugog i trećeg strelca jednake su redom 0.2, 0.4, 0.8. Strelci su cilj gadjali istovremeno. Ako su cilj pogodila 2 strelca, kolika je verovatnoća da je cilj promašio prvi, drugi, odnosno treći strelac?

4. U jednom ribnjaku uzgajaju se dve vrste pastrmki. Od 100 slučajno odabranih jedinki 34 su pripadale I vrsti. Slaže li se

to sa pretpostavkom da u populaciji ribnjaka 75% jedinki pripada II vrsti ako je $\alpha = 0.05$?

1. Profesor je pripremio 10 ispitnih cedulja. Prvi student zna odgovore na 8, a drugi na 7 ispitnih cedulja.

Studenti

polažu ispit tako što biraju po jednu cedulju, jedan za drugim i bez vraćanja.

a) Kolika je verovatnoća da prvi student izabere "povoljnu" cedulju?
 b) Kolika je verovatnoća da drugi student izabere "povoljnu" cedulju?
 2. Sa površine jednog jezera za uzorak je na slučajan način uzeto 1 kg vode radi ispitivanja koncentracije štetnih materija i dobijeni su sledeći rezultati: 44, 42, 43, 49, 43, 47, 43, 46, 45 g/kg
 Sa pragom značajnosti $\alpha = 0.05$ ispitati da li je uzorak uzet iz sredine sa srednjom koncentracijom štetnih materija 50 g/kg.

1. Profesor je pripremio 10 ispitnih cedulja. Prvi student zna odgovore na 8, a drugi na 7 ispitnih cedulja.
 Studenti polažu ispit tako što biraju po jednu cedulju, jedan za drugim i bez vraćanja.
 a) Kolika je verovatnoća da prvi student izabere "povoljnu" cedulju?
 b) Kolika je verovatnoća da drugi student izabere "povoljnu" cedulju?
 2. Sa površine jednog jezera za uzorak je na slučajan način uzeto 1 kg vode radi ispitivanja koncentracije štetnih materija i dobijeni su sledeći rezultati: 44, 42, 43, 49, 43, 47, 43, 46, 45 g/kg
 Sa pragom značajnosti $\alpha = 0.05$ ispitati da li je uzorak uzet iz sredine sa srednjom koncentracijom štetnih materija 50 g/kg.

1. Dva igrača A i B igraju tri partije šaha. U svakoj odigranoj partiji verovatnoća da pobedi igrač A je 0.35, da pobedi igrač B 0.45, a da se partija završi remijem 0.2, i pri tom su rezultati različitih partija nezavisni.
 Izračunati verovatnoću da se meč od 3 partije završi nerešeno?
 2. Pri izvođenju slobodnih bacanja košarkaš pogađa koš sa verovatnoćom 0.4, a izvodi bacanja dok ne pogodi 2 puta uzastopno ili ne promaši ukupno 5 puta. Odrediti raspodelu slučajne veličine X - broj pogodaka, a zatim izračunaj matematičko očekivanje i disperziju.

3. Homogena kocka za igru se baca 900 puta. Odredi verovatnoću da je broj palih petica iznadju 140 i 160.
 2. grupa
 1. Dva igrača A i B igraju tri partije šaha. U svakoj odigranoj partiji verovatnoća da pobedi igrač A je 0.45, da pobedi igrač B 0.3, a da se partija završi remijem 0.25, i pri tom su rezultati različitih partija nezavisni.
 Izračunati verovatnoću da se meč od 3 partije završi pobedom igrača A?
 2. Pri izvođenju slobodnih bacanja košarkaš pogađa koš sa verovatnoćom 0.3, a bacanja se izvode dok ne pogodi 3 ili ne promaši 2 puta. Odrediti raspodelu slučajne veličine X - broj gadjanja, a zatim izračunaj matematičko očekivanje i disperziju.

3. Homogena kocka za igru se baca 54 puta. Odredi verovatnoću da je broj palih šestica iznadju 7 i 12.

1. grupa

1. Iz populacije od 1000 ljudi za uzorak je izabrano 25 i izmeren im je broj belih krvnih zrnaca (po ml krvi).

Dobijeni su sledeći rezultati:

broj zrnaca: 6800 - 7100 7100 - 7400 7400 - 7700

broj ljudi: 5 8 12

Naći 90% interval poverenja za prosečnu vrednost broja belih krvnih zrnaca po ml krvi.

2. Ekolog ispituje dimenzije slatkovodnih školjki u dva jezera da bi utvrdio da li pripadaju populaciji sa istom srednjom vrednosti posmatrane dimenzije. Za uzorak je na slučajan način izabrano po 15 jedinki iz oba jezera

i dobijeni su sledeći rezultati:

Jezero A: 25, 40, 34, 37, 38, 35, 29, 32, 35, 44, 27, 33, 37, 38, 36

Jezero B: 45, 37, 36, 38, 49, 47, 32, 41, 38, 45, 33, 39, 46, 47, 40

Sa pragom značajnosti $\alpha = 0.05$ ispitati da li školjke iz jezera A i jezera B pripadaju istoj populaciji.

3. Verovatnoća uspeha nekog eksperimenta je 0.6, a eksperiment se izvodi dok ishod ne bude uspešan.

Grupa od

50 ljudi izvodila je isti eksperiment i rezultati su dati u sledećoj tabeli:

broj izvedenih eksperimenata: 1 2 3 4 5+

broj ljudi: 19 15 10 4 2

Sa pragom značajnosti $\alpha = 0.02$ ispitati saglasnost sa geometrijskom raspodelom.

Biostatistika, 07.06.2008

2. grupa

1. Iz populacije od 10 000 ljudi za uzorak je izabrano 250 i izmeren im je broj belih krvnih zrnaca (po ml krvi).

Dobijeni su sledeći rezultati:

broj zrnaca: 6800 - 7100 7100 - 7400 7400 - 7700

broj ljudi: 50 80 120

Naći 90% interval poverenja za prosečnu vrednost broja belih krvnih zrnaca po ml krvi.

2. Ekolog ispituje dimenzije slatkovodnih školjki u dva jezera da bi utvrdio da li pripadaju populaciji sa istom

srednjom vrednosti posmatrane dimenzije. Za uzorak je na slučajan način izabrano po 15 jedinki iz oba jezera

i dobijeni su sledeći rezultati:

Jezero A: 45, 37, 36, 38, 49, 47, 32, 41, 38, 45, 33, 39, 46, 47, 40

Jezero B: 25, 40, 34, 37, 38, 35, 29, 32, 35, 44, 27, 33, 37, 38, 36

Sa pragom značajnosti $\alpha = 0.05$ ispitati da li školjke iz jezera A i jezera B pripadaju istoj populaciji.

3. Verovatnoća uspeha nekog eksperimenta je 0.4, a eksperiment se izvodi dok ishod ne bude uspešan.

Grupa od

50 ljudi izvodila je isti eksperiment i rezultati su dati u sledećoj tabeli:

broj izvedenih eksperimenata: 1 2 3 4 5+

broj ljudi: 11 14 13 8 4

Sa pragom značajnosti $\alpha = 0.02$ ispitati saglasnost sa geometrijskom raspodelom.

1. Bacaju se dve kockice odjednom. Slučajna promenljiva X označava koliko puta su pale dve šestice u 100 bacanja. Izračunati očekivanje i disperziju od X .

2. Sve sto mozete reci o linearnoj regresiji (podsetnik: metoda "najmanjih kvadrata").

1. Dva studenta polazu ispit. Prvi je odlicno spremio ispit i verovatnoca da ga polozi je 90%, drugi ga je slabo spremio i verovatnoca da ga polozi je 25%. Od ta dva studenta, jedan je položio ispit. Kolika je verovatnoca da je prvi student položio ispit, a kolika da je drugi student položio ispit?

2. Kako glasi Nojman-Pirsonova lema? Objasniti sve termine i oznake koje koristite.

1. Slučajna promenljiva X ima normalnu raspodelu $N(3,5)$.

a) Izračunati $E(3X-4)$ i $D(2X+7)$.

b) Ako je X^* standardizacija od X , cemu je jednako X^* i koju ima raspodelu?

2. Neka slučajna promenljiva X ima eksponencijalnu raspodelu $E(r)$.
Metodom maksimalne verodostojnosti izvesti formulu za procenu $\hat{r}$,
nepoznatog parametra r .

1. Slučajna promenljiva X ima normalnu raspodelu $N(2, 7)$.

a) Izračunati $E(2X-4)$ i $D(3X+5)$.

b) Ako je X^* standardizacija od X , čemu je jednako X^* i koju ima
raspodelu?

2. Neka slučajna promenljiva X ima eksponencijalnu raspodelu $E(r)$.
Metodom maksimalne verodostojnosti izvesti formulu za procenu $\hat{r}$,
nepoznatog parametra r .

1. Dva studenta polazu ispit. Prvi je odlicno spremio ispit i verovatnoca
da ga polozi je 80%, drugi ga je slabo spremio i verovatnoca da ga polozi je
22%. Od ta dva studenta, jedan je položio ispit. Kolika je verovatnoca da je
drugi student položio ispit, a kolika da je prvi student položio ispit?

2. Sve sto mozete reci o linearnoj regresiji (podsetnik: metoda "najmanjih kvadrata").