

**Писмени испити из
АНАЛИЗЕ 1 (смер за информатику)**

26.06.2006.

1. Дата је функција $f(x) = (x+2)e^{\frac{2}{x}}$
 - (а) Наћи константе a , b и c тако да је $f(x) = ax + b + \frac{c}{x} + o\left(\frac{1}{x}\right)$, $x \rightarrow \infty$.
 - (б) Испитати ток и нацртати график функције $f(x)$.
2. Низ $(x_n)_{n \geq 1}$ је задат са $x_1 > 0$, $x_{n+1} = 2x_n$. Доказати да је $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = +\infty$.
3. Наћи следеће лимесе:
 - (а) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{100} - x^{50} + 1}{e^x}$;
 - (б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt[3]{x^3 + 3x^2 + x} - \sqrt{x^2 + 2x + 2})$;
 - (в) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x^2 + 2x^3 + \sin 3x}{x^3}$;
 - (г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x + e^{x^3} - 1}{x^2 \sin 2x}$.
4. Дефинисати следеће појмове:
 - (а) лимес функције $f: A \rightarrow \mathbf{R}$ у тачки $a \in \overline{\mathbf{R}}$;
 - (б) извод функције $f: (a, b) \rightarrow \mathbf{R}$ у тачки $x_0 \in (a, b)$;
 - (в) конвексност функције $f: (a, b) \rightarrow \mathbf{R}$ на интервалу (a, b) .
5. Лагранжова теорема о средњој вредности – формулација и доказ.

07.09.2006.

1. Дата је функција $f(x) = 2x - \sqrt{4x^2 - 8x}$.
 - (а) Наћи константе a_1, b_1, c_1 и a_2, b_2, c_2 тако да је $f(x) = a_1x + b_1 + \frac{c_1}{x} + o\left(\frac{1}{x}\right)$, $x \rightarrow +\infty$ и $f(x) = a_2x + b_2 + \frac{c_2}{x} + o\left(\frac{1}{x}\right)$, $x \rightarrow -\infty$.
 - (б) Испитати ток и нацртати график функције $f(x)$.
2. Испитати конвергенцију низа $(x_n)_{n \geq 1}$ који је задат са $x_1 = \sqrt{3}$, $x_{n+1} = 2 - \sqrt{4 - x_n^2}$. У случају конвергенције наћи му граничну вредност.
3. Наћи следеће лимесе:
 - (а) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + e^{x^2}x}{e^x + \operatorname{arctg} x}$;

$$(б) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sin \frac{1}{x} + \cos \frac{1}{2x} \right)^{4x};$$

$$(в) \lim_{x \rightarrow +0} \frac{e^{\frac{1}{x}} + x^2}{\ln x + \sin 2x};$$

$$(г) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n^2 + 5n - 6}{2^n}.$$

4. Формулисати и доказати правила о изводу збира, производа и количника.

10.2006.

1. Дата је функција $f(x) = \frac{x^3}{2(1+x)^2}$.

(а) Наћи константе a, b, c тако да је $f(x) = ax + b + \frac{c}{x} + o\left(\frac{1}{x}\right)$, $x \rightarrow \infty$;

(б) Испитати ток и нацртати график функције $f(x)$.

2. Испитати конвергенцију низа који је задат са $x_1 = \frac{1}{2}$, $x_{n+1} = \frac{x_n}{2} + \frac{x_n^2}{2}$. У случају конвергенције наћи му граничну вредност.

3. Наћи следеће лимесе:

(а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x + \sin x - 1}{\ln(1+2x)}$;

(б) $\lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{2 \cos x - \sqrt{3}}{\sin(\frac{\pi}{6} - x)}$;

(в) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{\sin x^2}}$;

(г) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^3 + 5n - 6}{e^n + \ln n}$.

4. (а) Формулисати и доказати теорему о лимесу монотоног низа.

(б) Дефинисати, уз образложење, број e .

01.2007.

02.2007.

1. Детаљно испитати ток и нацртати график функције $f(x) = x^2 \ln x$.

2. Испитати конвергенцију низа датог са $x_1 > 0$, $x_{n+1} = \sqrt{3 + 2x_n}$.

3. Одредити константе A и B тако да следећа функција буде непрекидно диференцијабилна

$$f(x) = \begin{cases} 2Ae^x + Bx^2, & x < 1, \\ A \ln x + x^3, & x \geq 1. \end{cases}$$

4. Наћи следеће лимесе:

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x + \cos x}{\operatorname{tg} x + \cos x} \right)^{1/x^3}$;

(б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 2x^3 - x + 2}{x^3 - 2x^2 - x + 2}$.

5. Лопиталова правила, формулација и доказ.