АНАЛИЗА 1

Домаћи задатак 8: Примене Тејлорове формуле. Екстремуми

1. Наћи следеће граничне вредности:

   (а) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{-x^2/2}-\cos x}{x^3\sin x}$;

   (б) $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\sin x}{x}\right)^{1/x^2}$;

   (в) $\lim\limits_{x\to +\infty}\left[x-x^2\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)\right]$;

   (г) $\lim\limits_{x\to +\infty}x^{3/2}(\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}-2\sqrt{x})$.

2. Показати да за функцију $f(x)$ постоје константе a, b, c такве да је $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x}+o\left(\dfrac{1}{x}\right)$ $(x\to\pm\infty)$:

   (а) $f(x)=\dfrac{(x+1)^3}{(x-1)^2}$;

   (б) $f(x)=\sqrt[3]{x^3+2x^2}$.

3. Дата је функција $f(x)=\dfrac{x}{e^x-1}$, $f(0)=1$.

   (а) Развити функцију f по степенима x до x^3.

   (б) Наћи вредности прва три извода функције f у тачки $x=0$.

4. Одредити интервале монотоности и локалне екстремуме функција:

   (а) $f(x)=\dfrac{x^2}{2^x}$;

   (б) $\dfrac{\ln^2 x}{x}$;

   (в) $f(x)=\sqrt[3]{(x-1)^2(x+1)}$;

   (г) $f(x)=x^3+ax-1$, $a\in\mathbf{R}$.

5. Око дате полулопте треба описати купу тако да велики круг полулопте лежи у равни основе купе. Која од таквих купа има минималну запремину?

6. На елипсу $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ конструисати тангенту која са координатним осама образује троугао минималне површине.