

АНАЛИЗА 1

Домаћи задатак 7: Изводи вишег реда. Тејлорова формула

1. Наћи први и други извод функције $f(x) = \begin{cases} e^{-1/x^2}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0, \end{cases}$ у тачки $x = 0$.
2. Нека је функција f дефинисана и два пута диференцијабилна за $x \leq x_0$. Одредити константе a , b и c тако да функција $F(x) = \begin{cases} f(x), & x \leq x_0, \\ a(x - x_0)^2 + b(x - x_0) + c, & x > x_0, \end{cases}$ буде два пута диференцијабилна.
3. Наћи n -ти извод функције:
(а) $\frac{1}{x(1-x)}$; (б) $\sin^2 x$; (в) $(x^2 + 2x - 2)e^{-x}$; (г) $\ln \frac{a+bx}{a-bx}$; (д) $\operatorname{arctg} x$ у $x = 0$.
4. Функцију $f(x) = (2x^2 + 3x)e^{-x}$ апроксимирати Маклореновим полиномом четвртог степена и проценити грешку апроксимације за $|x| \leq 1/10$.
5. За које x је $\cos x \approx 1 - \frac{x^2}{2}$ са грешком мањом од 10^{-4} ?
6. Израчунати приближно $\log_{10} 11$ са пет тачних децимала.