

АНАЛИЗА 1

Домаћи задатак 5: Извод функције

1. Користећи само дефиницију наћи изводе следећих функција:

(а) $f(x) = \frac{1}{x}$ у тачки $x = 2$;

(б) $f(x) = \sqrt{x}$ у тачки $x_0 > 0$;

(в) $f(x) = \cos x$ у тачки $x_0 \in \mathbf{R}$.

2. Наћи изводе следећих функција у тачкама у којима они постоје:

(а) $f(x) = \frac{1 + x\sqrt{x}}{1 - x\sqrt{x}}$;

(б) $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$;

(в) $f(x) = |x^2 + 4x + 2|$;

(г) $f(x) = x|x|$;

(д) $f(x) = \frac{\arcsin x}{x}$;

(ђ) $f(x) = \frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}$;

(е) $f(x) = \arctg \frac{1}{x}$;

(ж) $f(x) = \ln \ln \ln x$;

(з) $f(x) = \frac{a \cos bx + b \sin bx}{a^2 + b^2} e^{ax}$;

(и) $f(x) = x + x^x + x^{x^x}$;

(ј) $f(x) = (\sin x)^{\cos x}$.

3. (а) У којим тачкама тангента криве $y = (3x - 2)(2x - 1)$ гради са осом Ox угао од $\alpha = \pi/4$?

(б) На кривој $y = \frac{1}{2}x^3 - 2x + 1$ су тачке са апсцисама $x_1 = 1$ и $x_2 = 3$ спојене сечицом. Одредити све тачке те криве у којима су тангенте паралелне са том сечицом.

(в) Из тачке $P(0, -2)$ конструисане су тангенте на криву $y = 2x^2 + x - 1$. Наћи додирне тачке тангената и криве и једначине тангената.

4. Под којим условом је функција:

(а) $f(x) = \begin{cases} ax, & \text{за } x \geq 0, \\ bx, & \text{за } x < 0, \end{cases}$ диференцијабилна у тачки $x = 0$;

(б) $f(x) = \begin{cases} x^2, & \text{за } x \leq x_0, \\ ax + b, & \text{за } x > x_0, \end{cases}$ диференцијабилна у тачки $x = x_0$?

5. Одредити угао између леве и десне тангенте на криву $y = \arcsin \frac{2x}{1+x^2}$ у тачки $x_0 = 1$.

6. За које вредности $\alpha \in \mathbf{R}$ је функција $f(x) = x^\alpha \sin \frac{1}{x}$, $f(0) = 0$: (а) непрекидна; (б) диференцијабилна; (в) непрекидно диференцијабилна у тачки $x = 0$?