

АНАЛИЗА 1

Домаћи задатак 3: Граничне вредности функција

1. Користећи само дефиницију показати да је:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 1} (2x + 3) = 5;$$

$$(б) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x-1}{x+1} = 1;$$

$$(в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} = +\infty.$$

2. Наћи следеће граничне вредности:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^4 - 4x^3 + 1}{(x-1)^2}, \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^n - 1}{x^m - 1}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+mx)^n - (1+nx)^m}{x^2} \quad (m, n \in \mathbf{N});$$

$$(б) \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1+2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}, \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt[3]{1-x^3} + x), \lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{1-x+x^2});$$

$$(в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin mx}{\sin nx} \quad (m, n \in \mathbf{R}), \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{\sin^3 x}, \lim_{x \rightarrow 1} (1-x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}; \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos mx - \cos nx}{x^2};$$

$$(г) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+a}{x-a}\right)^x, \lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{1}{1-x}}, \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos x}{\cos 2x}\right)^{1/x^2}, \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\operatorname{ctg}^2 x};$$

$$(д) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos ax}{\ln \cos bx}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - (\cos x)^{\sqrt{2}}}{x^2}, \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin ax}{x}, \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{1+x^n} \quad (a, b, x \in \mathbf{R}).$$

3. Наћи леве и десне граничне вредности:

$$(a) \lim_{x \rightarrow 1 \pm 0} \operatorname{arctg} \frac{1}{1-x};$$

$$(б) \lim_{x \rightarrow \pm 0} \frac{1}{1+e^{1/x}}.$$