

АНАЛИЗА 1

Домаћи задатак 2: Својства реалних функција

1. Одредити интервале монотоности функције:

(а) $f(x) = \frac{x+1}{x+3}$;

(в) $f(x) = \operatorname{tg} x$.

(б) $f(x) = \frac{2x}{1+x^2}$;

2. Испитати ограниченост функције:

(а) $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$;

(в) $f(x) = \frac{1}{x^2}$;

(б) $f(x) = \sin x + \cos x$;

(г) $f(x) = \ln x$.

3. Испитати парност функције:

(а) $f(x) = |x| + \cos x$;

(в) $f(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$;

(б) $f(x) = x \cdot 2^x$;

(г) $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{e^x - e^{-x}}$.

4. Испитати периодичност функције и одредити најмањи период ако постоји:

(а) $f(x) = |\sin x|$;

(в) $f(x) = \cos \sqrt{x}$;

(б) $f(x) = 2 \operatorname{tg} \frac{x}{2} - 3 \operatorname{tg} \frac{x}{3}$;

(г) $f(x) = \sin x + \cos(x\sqrt{2})$.

5. Наћи нуле и испитати знак функције:

(а) $f(x) = \frac{x^3 - 7x + 6}{x + 3}$;

(в) $f(x) = \operatorname{arctg}\left(1 + \frac{1}{x}\right)$.

(б) $f(x) = \log_2(x^2 - 3x + 2)$;

6. Одредити $f(x)$ ако је:

(а) $f(x+1) = x^2 - 3x + 2$;

(в) $f\left(\frac{1}{x}\right) = x + \sqrt{1+x^2}$, $x > 0$.

(б) $f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}$, $x \neq 0$;

7. Наћи инверзне функције следећих функција и њихове домене:

(а) $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$;

(в) $f(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$.

(б) $f(x) = -\sqrt{1-x^2}$, $-1 \leq x \leq 0$;

(г) $f(x) = x + \sqrt{1+x^2}$.