

АНАЛИЗА 1

Домаћи задатак 1: Скупови \mathbf{Q} и \mathbf{R} . Елементарне функције

- Показати да скуп $A = \left\{ \frac{m}{n} \mid m, n \in \mathbf{N}, m < n \right\}$ нема максимум ни минимум. Наћи $\sup A$ и $\inf A$.
- Нека је $A \subset \mathbf{R}$ и $-A = \{-x \mid x \in A\}$. Доказати да је $\inf(-A) = -\sup A$, $\sup(-A) = -\inf A$.
- Нека су A, B ограничени подскупови скупа \mathbf{R} и $A + B = \{x + y \mid x \in A, y \in B\}$. Доказати да је $\inf(A + B) = \inf A + \inf B$ и $\sup(A + B) = \sup A + \sup B$.
- Наћи домене следећих функција:
 - $f(x) = \sqrt{\sin x}$;
 - $f(x) = \arcsin \frac{2x}{1+x^2}$;
 - $f(x) = \frac{x}{\cos \pi x}$;
 - $f(x) = \log \sin \frac{\pi}{x}$;
 - $f(x) = \sqrt{\log_2(x^2 - 5x + 6)} - 1$.
 - $f(x) = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + x + \dots + x^n)$.
- Наћи $f(X)$ ако је:
 - $f(x) = \frac{1}{\pi} \arctg x$, $X = \mathbf{R}$;
 - $f(x) = \sin x \cos x$, $X = \mathbf{R}$;
 - $f(x) = \frac{1}{1-x}$, $X = (0, 1)$;
 - $f(x) = \sqrt{-x^2 + x + 2}$, $X = D_f$.
- Одредити $f \circ f$, $f \circ g$, $g \circ f$ и $g \circ g$ ако је:
 - $f(x) = x^2$, $g(x) = 2^x$;
 - $f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ x, & x \geq 0, \end{cases}$ $g(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 0, \\ -x^2, & x > 0. \end{cases}$