

FFT – zadaci za vezbu

1. Израчунати брзу Фуријеову трансформацију полинома $P(x)=6-3x+5x^3$

Решење:

$$P(x)=6-3x+0x^2+5x^3$$

$$P_{6,-3,0,5}(1,w,w^2,w^3)=(8, 6-8w, 4, 6+8w)$$

У овом случају је $n = 4$ (иако је коефицијент уз x^2 једнак 0), $w = i$

Дакле, рекурзивни позив се дели на два рекурзивна подпозива за полиноме

$$Q(x) = 6 + 0x^2 \text{ и } R(x) = -3 + 5x^2 \quad (\text{тако да } P(x) = Q(x) + x * R(x)).$$

Ови позиви могу се написати у облику $Q_0(t) = 6 + 0t$ (уведимо смену $t = x^2$) и $R_0(t) = -3 + 5t$ и враћају вредности у тачкама $w^2 = -1$ и $w^4 = 1$.

Даље се $Q(x)$ и $R(x)$ редом деле на позиве за полиноме $Q_1(x) = 6$ и $Q_2(x) = 0$ односно $R_1(x) = -3$ и $R_2(x) = 5$.

Сви они враћају вредност у тачки $w^4 = 1$.

Одатле се добија да су вредности полинома $Q_0(t)$ и $R_0(t)$ (у тачкама 1 и -1) редом $6 + 1*0 = 6$ и $6 + (-1)*0 = 6$

односно $-3 + 1*5 = 2$ и $-3 + (-1)*5 = -8$, тј. уређени парови (6,6) и (2,-8) тако да

$$P_{6,0}(1,w^2) = (6,6) \quad P_{-3,5}(1,w^2) = (2,-8)$$

Из ових вредности се добијају вредности $P(x)$ у тачкама $1, w, w^2, w^3$:

$$P_{6,-3,0,5}(1) = P_{6,0}(1^2) + 1 * P_{-3,5}(1^2) = 6 + 1*2 = 8,$$

$$P_{6,-3,0,5}(w) = P_{6,0}(w^2) + w * P_{-3,5}(w^2) = 6 + w(-8) = 6-8w,$$

$$P_{6,-3,0,5}(w^2) = P_{6,0}(w^4) + w^2 * P_{-3,5}(w^4) = 6 + (-1)*2 = 4$$

$$P_{6,-3,0,5}(w^3) = P_{6,0}(w^6) + w^3 * P_{-3,5}(w^6) = 6 - w(-8) = 6 + 8w,$$

тј. уређена четворка (8, 6-8w, 4, 6+8w)

2. Израчунати брзу Фуријеову трансформацију полинома $P(x)=2+10x+23x^2+12x^3$

Решење: (47,-21-2w,3,-21+2w)