

1.

Уведимо нови бројевни систем који се заснива на римским цифрама. У том систему једине цифре помоћу којих се записују бројеви су I, V, X, L. Ове цифре редом одговарају вредностима 1, 5, 10 и 50, респективно. Употреба осталих римских цифара није дозвољена.

Бројеви у овом систему су записани као низ од једне или више цифара. Вредност низа цифара дефинишемо као збир цифара у њему. На пример, вредност броја XXV је 25, а вредност броја VXX је такође 25.

Дакле, уочили сте да постоји разлика у односу на традиционални римски систем - у нашем систему је важећи било који низ цифара,. Приметите да је овај систем двосмислен и да се неки бројеви могу писати на много различитих начина. Ваш циљ је да утврдите колико различитих целих бројева може бити представљено помоћу п римских цифара I, V, X, L

Улаз

У једином реду стандардног улаза дат је један цео број  $n$  ( $1 \leq n \leq 10^9$ ) - број римских цифара које треба користити.

Излаз

Испишите један цели број - број различитих природних бројева који се могу тачно представити помоћу п римских цифара на горе описан начин.

Улаз

1

Излаз

4

Улаз

2

Излаз

10

Улаз

2000

Излаз

97753

**Решење:**

У нашем задатку проблем је да пребројимо различите дистрибуције (на суму сабирака) броја  $n$  користећи 4 вредности 4 (1, 5, 10, 50) тако да се добију један износ само једном (да би се избегла понављања).

Покушајмо сами да решимо неколико случајева (идеално за  $n < 13$ , ако имамо довољно времена). Уочавамо: неки бројеви могу да имају вишеструка представљања неvezано за редослед римских цифара (1, 5, 10, 50).

Да бисмо се ослободили вишеструкости, уводимо одређени редослед на репрезентацијама (под репрезентацијама подразумевамо бројач\_1, бројач\_5, бројач\_10, бројач\_50).

Испоставља се да је за добро структурирано решење пратити редослед донекле лексикографско: нпр. желимо да бројач\_50 буде што већи. А ако су исти, онда нека буде бројач\_10 већи,... Даље, ако за сваки број рачун вршимо само у његовом максималном представљању, онда увећавамо бројач репрезентација за 1.

Дакле, морамо до неке вредности  $n$  да испитамо све могуће максималне репрезентације и да избројимо колико их има. Будући да постоји поприлично пуно максималних репрезентација, испитујемо само њихов (бројач\_5, бројач\_10) део - испоставља се да остатак може бити покривен формулом за  $n < 13$ .

2.

У приморском граду Сиракузи на Сицилији, старогрчки математичар Архимед се већ прославио чувеним законом и открићем да краљев златар радије у круну ставља сребро уместо злата.

Зато је Архимеду поверено да растумачи износ кредита који је краљ Сиракузе неколико пута узео од Римљана. Сваки пут је банкар записао износ зајма на листу пергаментa користећи римске бројеве. Али, авај, пергамент је скуп и сви бројеви су записани спојено једни за другим.

Када је краљ дошао да врати зајам, испоставило се да није једноставно успоставити поделу дугачког записа на бројеве. На пример, ако је на пергаменту написан зајам „XVIV“, он се може протумачити као збир римских бројева на различите начине, на пример,  $16 + 5 = 21$  или  $15 + 4 = 19$  (могуће су и друге варијанте истих вредности  $10+5+4$  или  $10+5+1+5$ ). Наравно, краљ жели да врати што је мање могуће новца, те жели поделити низ бројева на римске бројеве, тако да је збир свих бројева што је могуће мањи. Зато је позвао у помоћ Архимеда који зна да реши овај проблем. Размишљајте и Ви као Архимед и напишите програм за израчунавање износа зајма.

Улаз

Са стандардног улаза се уноси низ чија дужина не прелази 250 знакова. Низ се састоји само од великих латиничних слова I, V, X, L, C, D, M.

Излаз

Програм треба да испише један број - најмању могућу суму која се може добити дељењем овог низа у низ правилно записаних римских бројева. Излаз записати цифрама декадног бројног система (0..9). Не заборавите да највећи број декадног бројног система који се може правилно записати римским цифрама има вредност 3999.

Пример 1

Улаз

XVIV

Излаз

19

Пример 2

Улаз

MMMMMMMMMMMMMMMMMMMMMMDM

Излаз

21500

Решење:

Овај задатак је сличан задатку конверзије исправног записаног римског броја у вредност броја у декадном систему, али им се решења доста разликују, јер улаз у нашем проблему садржи низ исправно записаних римских бројева.

Због тога није било мудро предати решење са конверзијом римског записа зато што је оно тачно за одређен број тест примера.

Вредност исправно записаног кредита се може одредити тако што читамо све цифре улазне ниске сдесна на лево и на текући збир додељујемо вредност мање цифре (M има вредност 1000, D вредност 500, C вредност 100, L вредност 50, X вредност 10, V вредност 5 и I вредност 1). Али, постоји изузетак од овог правила је случај када се у запису појави

мања испред веће цифре и тада се текућој вредности зајма додаје мања цифра (CM има вредност 900, CD вредност 400, XC вредност 90, XL вредност 40, IX вредност 9, IV вредност 4 ).

На пример, израчунајмо вредност записа MMDMM.

На основу претходног описа обраде улазне ниске, вредност овог броја је  $1000 + 1000 + 500 + 1000 + 1000$  (тј. зајам је износио  $1000+1000+500+1000+1000$  или  $2500+2000$  или  $2000+500+2000$  или...)

Ако би се применио алгоритам конверзије броја записаног римским цифрама на неправилан запис MMDMM, онда би алгоритам конверзије дао број  $1000+1000-500+1000+1000=3500$  што јесте мање од 4500, али не можемо да кажемо да је зајам редом износио MM +DM + M зато што DM није исправан запис римским цифрама.

3.

Napisati program koji na osnovu rednog broj dana u godini i godine određuje datum.

Ulaz

Sa standardnog ulaza se unose dva pozitivna cela broja (svaki u zasebnom redu) koja predstavljaju redni broj dana u godini (od 1 do 365, odnosno 366 za prestupnu godinu) i godinu.

Izlaz

Na standardni izlaz ispisati tri cela broja koja predstavljaju dan, mesec i godinu. Svi brojevi se ispisuju u jednom redu, a iza svakog broja navodi se tačka.

Primer

Ulaz

60

2016

Izlaz

29.2.2016.

Rešenje:

Ако је дат редни број дана `d` у години и задата година `g`, редни број дана у години `d` умањујемо редом за `brojDanaUMesecu(1)`, `brojDanaUMesecu(2)`, ..., док редни број дана у години `d` не постане мањи или једнак од броја дана неког месеца `m`. Тада је преостали број дана `d` редни број дана у месецу `m` године `g`, тј. представља тражени датум. Одређивање броја дана у месецу радимо угњежденим гранањем.

4. Напиши програм који који исцртава латиничко слово V састављено од звездица. Слово се простгире у n редова и n колона.

Улаз

Са стандардног улаза се читава број n ( $1 \leq n \leq 20$ ).

Излаз

На стандардни излаз исписати звездице, као у примерима.

Пример 1

Улаз

3

Излаз

\* \*

\* \*

\* \*

\* \*

\*\*

\*\*

Пример 2

Улаз

4

Израз

\* \*

\* \*

\* \*

\* \*

\* \*

\* \*

\*\*

\*\*

Решење:

Можемо приметити да постоје два суштински различита случаја. Нека је  $n$  број редова. У сваком реду се исписују по две звездице  $n - i$  размака за редове обележени бројевима од 1 до  $n - 1$

5. Напиши програм који на основу броја освојених гемова два играча одређује исход сетa у тенису.

Улаз

Са standardног улаза се уносе два природна броја (раздвојена размаком) који представљају број освојених гемова свакoг играча редом.

Израз

Ако је први играч освојио сет на standardни излаз исписати поруку победо први. Ако је други играч освојио сет исписати победо други. Ако унети резултат неисправан исписати неисправно. Ако сет још није завршен исписати није завршено.

Пример 1

Улаз

7

5

Израз

pobedio prvi

Пример 2

Улаз

3

7

Израз

neispravno

Решење:

Задатак је поновљен са првог контролног.

<http://poincare.matf.bg.ac.rs/~jelenagr//1d/ResenjaKontrolnog01GrupaA.pdf>

6.

Професор је обећао ученицима да ће број поена који су освојили на контролном задатку пропорционално увећати тако да Пера који је најбоље урадио и освојио 95 поена добије максимални број од 100 поена. Међутим, овом операцијом цели бројеви поена се претварају у реалне, могуће са пуно или чак бесконачно децимала. Зато је професор одлучио да увећани број поена заокружи са прецизношћу од пола поена. На пример, број 87.368 поена се заокружује на 87.5, 54.25 поена на 54.5, а 73.75 се заокружује на 74 поена. Приметимо да се када постоје две могућности заокружује увек навише (као у последња два примера).

Написати програм који за унети број поена одређује његову вредност заокружену на овај начин.

Улаз

Са стандардног улаза читава се један цео број између 0 и 95 који представља број поена ученика пре скалирања.

Излаз

На стандардни излаз исписати један реалан број који представља број поена ученика након скалирања.

Пример 1

Улаз

95

Излаз

100

Пример 2

Улаз

84

Излаз

88.5

Пример 3

Улаз

0

Излаз

0

Решење:

Задатак је поновљен са првог контролног.

<http://poincare.matf.bg.ac.rs/~jelenagr/1d/ResenjaKontrolnog01GrupaA.pdf>