

Matematika I, 1. kolokvijum, 08.12.2007.

- (2 poena) Pokažite da je broj $\frac{3}{1-\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{4}}$
a) algebarski b) iracionalan
- (5 poena) U skupu kompleksnih brojeva izračunati vrednost izraza i predstaviti rezultat u algebarskom zapisu. Odredi $\operatorname{Re} z$, $\operatorname{Im} z$, \bar{z} i $|z|$:
a) $z = \frac{2+5i}{-3+4i}$ b) $z = e^{\sqrt{3}+i\frac{100}{3}\pi}$ c) $(-1+i)^{2007}$
- (1 poen) Odredi domen funkcije: $f(x) = \ln(x^2-5x-6) + \sqrt{\frac{x-3}{x^3+8}}$
- (2 poena) Ispitati neprekidnost funkcije i odrediti tip prekida:
$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{7+x}-3}{x^2-4}, & x \neq -2, x \neq 2 \\ 0, & x \in \{-2, 2\} \end{cases}$$
- (2 poena) Date su funkcije:
$$f(x) = \begin{cases} x^2-3, & x < -2 \\ 2x+5, & x \geq -2 \end{cases} \quad g(x) = 2 + \frac{3}{x}$$

Naći: $f(g(x))$, $(g \circ f)(x)$, $(f \circ f)(-3)$, $g^{-1}(x)$
- (4 poena) Svesti jednačinu $4x^2 + y^2 + 24x - 2y + 1 = 0$ na kanonski oblik. Odredi poluose, žiže, ekscentricitet i direktrise, a u slučaju hiperbole naći jednačine asimptota.
- (3 poena) Dati su vektori: $\vec{a} = (1, 1, 2)$, $\vec{b} = (2, 1, 5)$, $\vec{c} = (5, 3, 4)$. Naći:
a) $|2\vec{a} - \vec{b}|$ c) $(\vec{b} \times \vec{c}) \cdot \vec{b}$ e) $\operatorname{proj}_{\vec{c}}(\vec{a} + \vec{b})$
b) $\vec{c} \times \vec{a}$ d) $[\vec{b}, \vec{a}, \vec{c}]$ f) $\operatorname{comp}_{\vec{c}}(\vec{a} + \vec{b})$
- (3 poena) Naći tačku preseka prave $p: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{2}$ i ravni $\alpha: 2x+3y+z-6=0$, a zatim odredi jednačinu prave koja sadrži tu tačku i normalna je na pravu p .
- (4 poena) Izračunati sledeće limese:
a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{1+x+x^2} - \sqrt{1-x+x^2})$ c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin 2x}{x + \sin 3x}$
b) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^2 - (a+1)x + a}{x^3 - a^3}$ d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos ax)}{\ln(\cos bx)}$
- (4 poena) Izračunati izvode funkcija:
a) $y = \sqrt[3]{\frac{1+x^3}{1-x^3}}$ c) $y = \ln \frac{x^2+3x+2}{x^5+7x+9}$
b) $y = e^{x^2+2x+3}$ d) $y = 2^{\cos x^2} + \arcsin \frac{1}{\sqrt{x}}$