

Matematika I, 2. kolokvijum, 04.02.2008.

1. Detaljno ispitati funkciju $f(x) = x|1 - e^{-x}|$ i nacrtati njen grafik.
2. Izračunati integral $\int \frac{x+3}{x^3-1} dx$.
3. Izračunati površinu figure između krivih $y = x^2$, $y = \frac{x^2}{2}$ i $y = 2x$, a zatim i zapreminu tela nastalog rotacijom te figure oko Oy-ose.
4. Ispitati konvergenciju nesvojstvenog integrala $I = \int_0^{\infty} (x^2 + 4x - 7)e^{-x} dx$ i, ako konvergira, izračunati njegovu vrednost.

Matematika I, 2. kolokvijum - popravni, 11.02.2008.

1. Detaljno ispitati funkciju $f(x) = x e^{\frac{1}{x-2}}$ i nacrtati njen grafik.
2. Izračunati integral $\int \frac{dx}{2 \sin x - \cos x + 5}$.
3. a) Izračunati površinu figure između krivih $x^2 + 4y^2 = 4$, $x^2 + y^2 = \frac{1}{4}$ i $x^2 - y^2 = \frac{1}{4}$.
b) Izračunati zapreminu tela nastalog rotacijom figure ograničene krivama $y = x^2$ i $y = \sqrt{x}$, $x \geq \frac{1}{2}$ oko Ox-ose.

Matematika I, 1. kolokvijum - popravni, 11.02.2008.

1. U skupu kompleksnih brojeva izračunati vrednost izraza i predstaviti rezultat u algebarskom zapisu. Odredi $\operatorname{Re} z$, $\operatorname{Im} z$, \bar{z} i $|z|$:

a) $z = e^{5-i\frac{3\pi}{4}}$ b) $z = (\sqrt{3} - i)^{47}$ c) $z = \frac{\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}}$ d) $z = \sqrt[3]{64}$

2. Svesti jednačinu $5x^2 - 3y^2 - 50x - 6y + 17 = 0$ na kanonski oblik. Odredi poluose, žiže, ekscentricitet i direktrise, a u slučaju hiperbole naći jednačine asimptota.

3. Izračunati zapreminu paralelepipada određenog vektorima $\vec{a}(3, -2, 1)$, $\vec{b}(4, -1, -3)$ i $\vec{c}(-2, -5, 2)$, a zatim odredi visinu koja odgovara strani određenoj vektorima \vec{a} i \vec{c} .

4. Odredi jednačinu ravni koja sadrži tačku $A(5, -2, 1)$ i normalna je na pravu

$$l: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{3}.$$

5. Date su funkcije:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{x-2}, & x < 1 \\ \log_2 x - 5, & x \geq 1 \end{cases} \quad \text{i} \quad g(x) = x^2 + 1$$

Naći:

$$f(g(x)), (g \circ f)(x), (f \circ f)(8), g^{-1}(x).$$

6. Izračunati sledeće limese (ne koristeći Lopitalovo pravilo):

a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\sqrt{1+x^2} - x)$ b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sqrt{1+x\sin x} - \sqrt{\cos x}}$

7. Izračunati izvode funkcija:

a) $y = \ln(e^x + 5\sin x - 4\arcsin x)$

b) $y = \sqrt{\ln x + 1} + \ln(\sqrt{x} + 1)$

c) $y = \frac{1 + \cos 2x}{1 - \cos 2x}$