

# Анализа 1 (четврти ток), школска 2021/22

(Анализа 1А, 1–60; Анализа 1Б, 60–101)

1. Скупови, основне операције, везе између операција
2. Бинарне релације, релација еквиваленције
3. Релација поретка, инфимум и супремум скупа
4. Функције, сурјективност, инјективност, композиција, слика и инверзна слика
5. Функције, инверзна функција
6. Реални бројеви, аксиоме уређеног поља
7. Аксиома супремума и аксиома непрекидности, инфимум и супремум скупа реалних бројева
8. Природни, цели, рационални бројеви
9. Математичка индукција (различити облици)
10. Биномна формула, неједнакост између аритметичке и геометријске средине, Бернулијева неједнакост
11. Архимедово својство и Канторова теорема о уметнутим одсечцима
12. Болцано–Вајерштрасова теорема (о тачкама нагомилавања)
13. Лебегова лема о покривању
14. Егзистенција корена
15. Кардиналност, пребројиви подскупови реалних бројева
16. Кардиналност, Канторова теорема, кардиналност скупа реалних бројева
17. Комплексни бројеви, неједнакост Коши–Шварц–Буњаковског
18. Ограничене функције, особине
19. Монотоне функције, особине, монотоност инверзне функције
20. Периодичност, парност, знак функције
21. Конвексност и Јенсен–конвексност
22. Гранична вредност низа реалних бројева, особине
23. Кошијев критеријум конвергенције низа реалних бројева
24. Горња и доња гранична вредност низа реалних бројева, особине
25. Лема о два полицајца (за низове) и њене последице
26. Гранична вредност монотоног низа; број  $e$
27. Основни примери граничних вредности низова,  $(\frac{1}{n})_{n \in \mathbb{N}}$ ,  $(\sqrt[n]{a})_{n \in \mathbb{N}}$ ,  $(\sqrt[n]{n})_{n \in \mathbb{N}}$ ,  $(a^n)_{n \in \mathbb{N}}$
28. Штолцова теорема и њене последице, Кошијев став
29. Гранична вредност реалне функције реалне променљиве, особине; конвергенција у бесконачности и ка бесконачности
30. Смена променљиве у граничној вредности
31. Хајнеова карактеризација постојања граничне вредности
32. Кошијев критеријум конвергенције реалне функције; осцилација функције
33. Горња и доња гранична вредност функције, особине
34. Лема о два полицајца (за функције) и њене последице, гранична вредност монотоне функције
35. Асимптотске релације  $o$ ,  $O$ ,  $\sim$  и њихова својства
36. Непрекидност реалних функција реалне променљиве, локална својства
37. Болцанова теорема о међувредности за непрекидне функције
38. Вајерштрасова теорема за непрекидне функције
39. Непрекидност и монотоност, прекиди прве и друге врсте, непрекидност слева и десна
40. Непрекидност инверзне функције
41. Кошијева функционална једначина
42. Експоненцијална, логаритамска и степена функција,  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[n]{n!}}{n}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^\alpha - 1}{x}$
43. Егзистенција и јединственост тригонометријских функција,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$
44. Инверзне тригонометријске функције, хиперболичке и инверзне хиперболичке функције
45. Елементарне функције, непрекидност елементарних функција
46. Диференцијабилност реалних функција реалне променљиве, правила диференцирања
47. Геометријско тумачење извода, тангента и нормала, диференцијал, леви и десни извод
48. Теореме о средњој вредности
49. Равномерна непрекидност, Канторова теорема, равномерна непрекидност и извод
50. Егзистенција основног периода неконстантне, непрекидне, периодичне функције
51. Лопиталова правила
52. Изводи вишег реда, Лајбницово правило
53. Тејлоров полином, Тејлорова формула са остатком у Пеановом облику
54. Тејлорова формула са остатком у Лагранжовом и Кошијевом облику
55. Тејлорови полиноми елементарних функција
56. Локални екстремуми реалних функција реалне променљиве, монотоност и извод
57. Конвексност и непрекидност, конвексност и диференцијабилност
58. Превојне тачке реалних функција реалне променљиве, конвексност два пута диференцијабилне функције

59. Асимптоте реалне функције реалне променљиве
60. Основна теорема алгебре
61. Примитивна функција, неодређени интеграл
62. Интеграција рационалних функција
63. Интеграција функција облика  $R(\sin x, \cos x)$ ,  $R(e^x)$ ,  $R(x, (ax + b)^{q_1}, \dots, (ax + b)^{q_k})$ ,  $q_1, \dots, q_k \in \mathbb{Q}$ , ( $R$  рационална функција)
64. Интеграција функција облика  $R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c})$ , биномни диференцијал ( $R$  рационална функција)
65. Функције ограничене варијације
66. Риман–Стилтјесов интеграл, дефиниција, интегралне и Дарбуове суме, горњи и доњи интеграл
67. Риман–Стилтјесов интеграл, услови егзистенције
68. Риман–Стилтјесов интеграл, својства, неједнакост троугла
69. Риман–Стилтјесов интеграл, адитивност по скупу
70. Смена променљиве у интегралу
71. Риманов интеграл, класе интеграбилних функција
72. Риманов интеграл, својства, неједнакост троугла, адитивност по скупу
73. Прва теорема о средњој вредности интеграла
74. Израчунавање Риман–Стилтјесовог интеграла
75. Извод и интеграл, Њутн–Лајбницова формула
76. Парцијална интеграција код Римановог и Риман–Стилтјесовог интеграла, последице, Тејлоров остатак у интегралном облику
77. Друга теорема о средњој вредности интеграла
78. Површина фигуре у равни и дужина лука криве, ректифицибилне криве
79. Површина и запремина обртног тела
80. Несвојствени интеграл, својства, Кошијев критеријум
81. Несвојствени интеграл позитивних функција, поредбени критеријум
82. Апсолутна и условна конвергенција несвојствених интеграла, Абелов и Дирихлеов критеријум
83. Нумерички ред, појам конвергенције, Кошијев критеријум
84. Поредбени критеријуми конвергенције редова са ненегативним члановима
85. Кошијев корени и Даламберов критеријум конвергенције реда са ненегативним члановима
86. Гаусов критеријум конвергенције реда са ненегативним члановима
87. Позитивни редови са монотоним члановима, Кошијев кондезациони и интегрални критеријум конвергенције нумеричког реда
88. Апсолутна и условна конвергенција нумеричког реда, операције са редовима
89. Непостојање универзалног критеријума конвергенције нумеричких редова
90. Апсолутна и условна конвергенција нумеричког реда, Риманова теорема
91. Множење редова, Кошијев производ
92. Апсолутна и условна конвергенција нумеричког реда, Лајбницов критеријум
93. Абелов и Дирихлеов критеријум конвергенције нумеричког реда
94. Теплицов став
95. Степени редови, полупречник конвергенције степеног реда
96. Диференцирање и интеграција степеног реда, Абелова теорема
97. Развоји елементарних функција у степене редове
98. Бесконачни производи, Валисова формула
99. Дефиниција Бета и Гама функције, основне везе, интеграл облика  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^a x \cos^b x dx$
100. Стирлингова формула
101. Ирационалност бројева  $e$  и  $\pi$