

# Odabrana Poglavlja Astronomije

## Lekcija 2: Koordinatni Sistemi

Dragana Ilić (MATF)

11/ 10/ 2023



# O čemu pričamo danas

- Koordinatni sistemi u (položajnoj) astronomiji
- Kako ih definišemo
- Zašto ih tako definišemo
- Kako da predjemo iz jednog sistema u drugi
- Kako su koordinatni sistemi povezani sa **stvarnim** kretanjem nebeskih tela
- Ovi materijali su pokriveni pre svega u prvoj glavi knjige Green-ove “Astronomije” (Klasika u novom ruhu)

## Zašto nam treba koordinatni sistem?

- .Trivijalno: Da znamo gde da uperimo teleskop! (važi i za astronome-amatore ali i za profesionalce)
- .Manje trivijalno: prividno kretanje nebeskih tela je posledica njihovog stvarnog kretanja. Njihovo stvarno kretanje je posledica neke dinamike / mehanike izmedju nebeskih tela (npr. gravitacione interakcije, ali i drugih interakcija)
- .Razvitak astronomije: praćenje položaja planeta i zvezda
- .Tiko Brahe, Heršel, Njutn, Hajgens, Gaus, Laplas, Lagranž, Kasini... Svi ovi ljudi su se bavili **matematikom, fizikom, ali i astronomijom, kao prirodnom laboratorijom za testiranje teorija** (ova tema će se ponavljati kroz kurs)

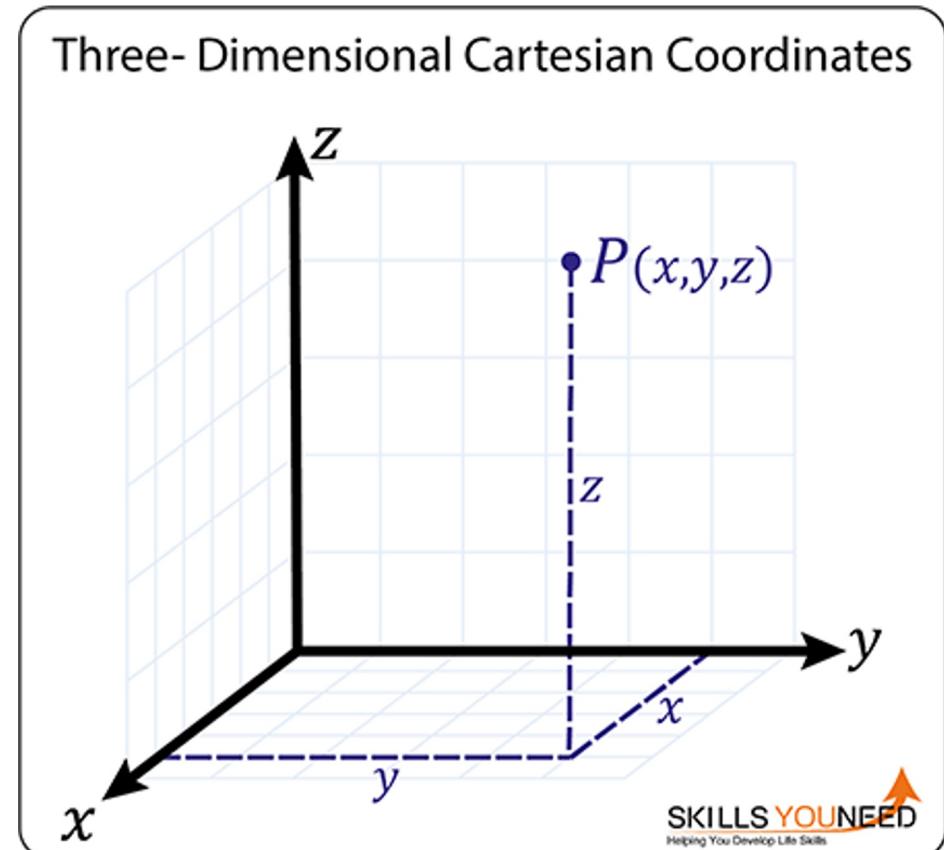
Koji koordinatni sistem koristimo u svakodnevnom životu?

# Koji koordinatni sistem koristimo u svakodnevnom životu?

.Dekartov pravougli koordinatni sistem!

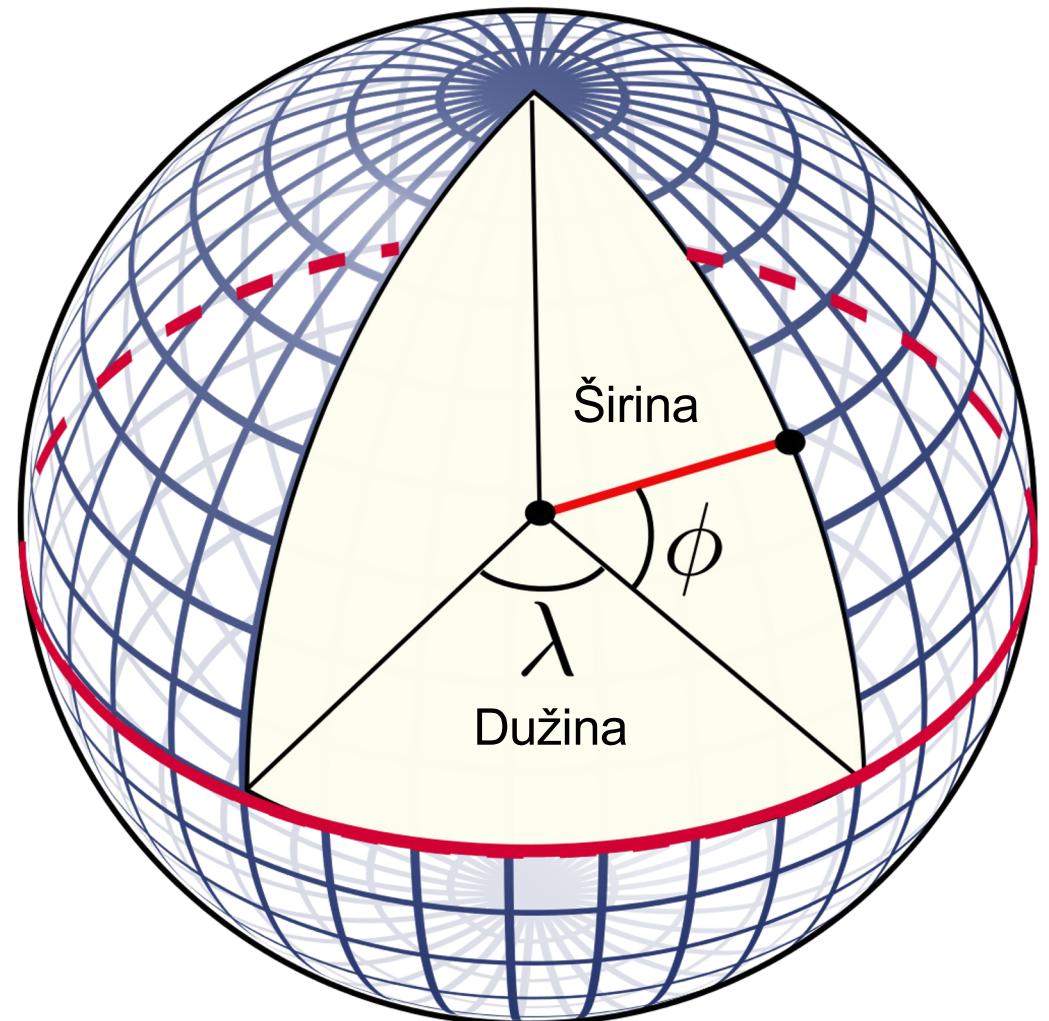
.Prilično je zgodan: npr. udaljenost izmedju tačaka prati jednostavnu metriku, koristimo ga u raznim oblastima primenjene matematike.

$$r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$



## Geografski koordinatni sistem (GCS)

- .Do na male varijacije u visini, mi živimo na površini 3D sfere (svemir je doduše površ 4D sfere, ali o tome na kraju kursa).
- .Za snalaženje na površini Zemlje koristimo 3 nove koordinate: Geografsku širinu, dužinu i nadmorsku visinu (najmanje varira).



## Pitanje #1

.Dva grada na ekvatoru imaju geografske dužine 23.5 stepena i 44.6 stepeni. Avion putuje izmedju njih najkraćom mogućom putanjom. Koliki put će preći avion?

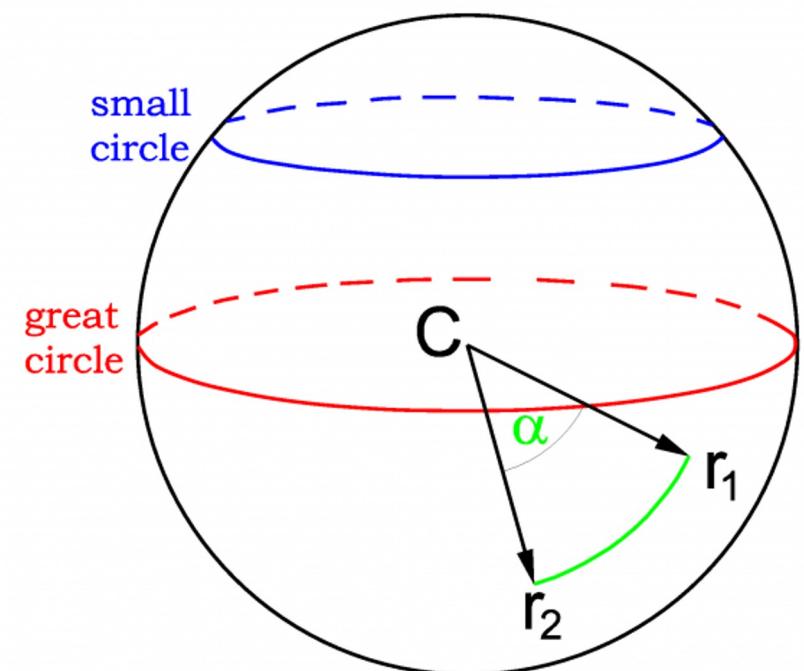
## Rešenje #1

.Dva grada na ekvatoru imaju **geografske dužine 23.5 stepena i 44.6 stepeni**. Avion putuje izmedju njih najkraćom mogućom putanjom. Koliki put će preći avion?

.Najkraće rastojanje na sferi opisano je lukom takozvanog **velikog kruga** (krug čiji centar i poluprečnik se poklapaju sa centrom i poluprečnikom sfere).

.Ako avion putuje lukom velikog kruga,  
lako je pokazati da će preći:

$$d = R \times \delta\lambda = R(\lambda_2 - \lambda_1) \approx 6400 \times \frac{22.1 * \pi}{180} \approx 2200 \text{ km}$$



## Pitanje #2

.Da li bi situacija bila ista da su gradovi imali istu geografsku dužinu ali različite širine?

## Pitanje #2

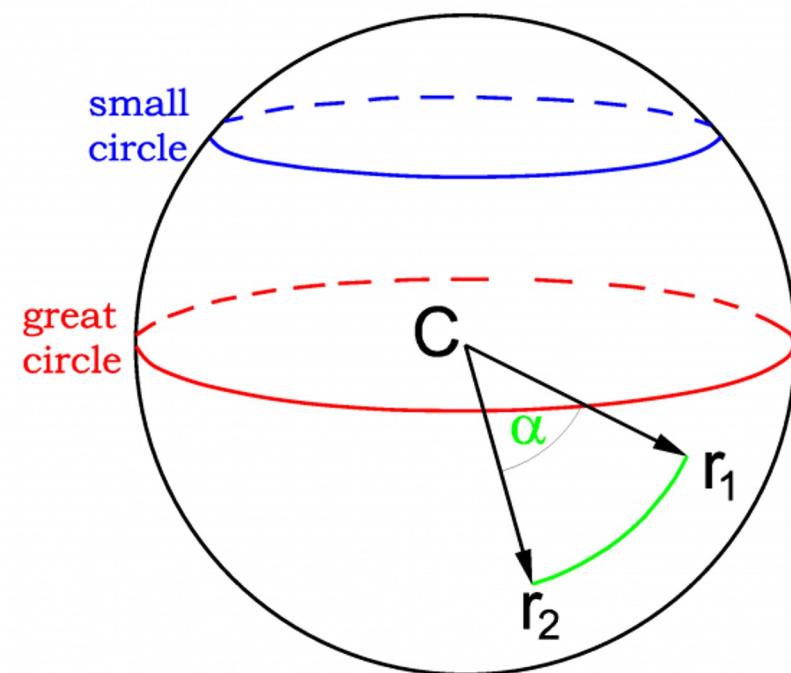
- .Da li bi situacija bila ista da su gradovi imali istu geografsku dužinu ali različite širine?
- .DA. Lako je uočiti veliki krug i rezultat bi bio potpuno isti.**

## Pitanje #3

.Dva grada sa geografskom širinom 45 stepeni, imaju geografske dužine 23.5 stepena i 44.6 stepeni. Avion putuje izmedju njih najkraćom mogućom putanjom. Koliki put će preći avion?

### Pitanje #3

- Dva grada sa geografskom širinom 45 stepeni, imaju geografske dužine 23.5 stepena i 44.6 stepeni. Avion putuje izmedju njih najkraćom mogućom putanjom. Koliki put će preći avion?
- U čemu je glavna razlika sada?



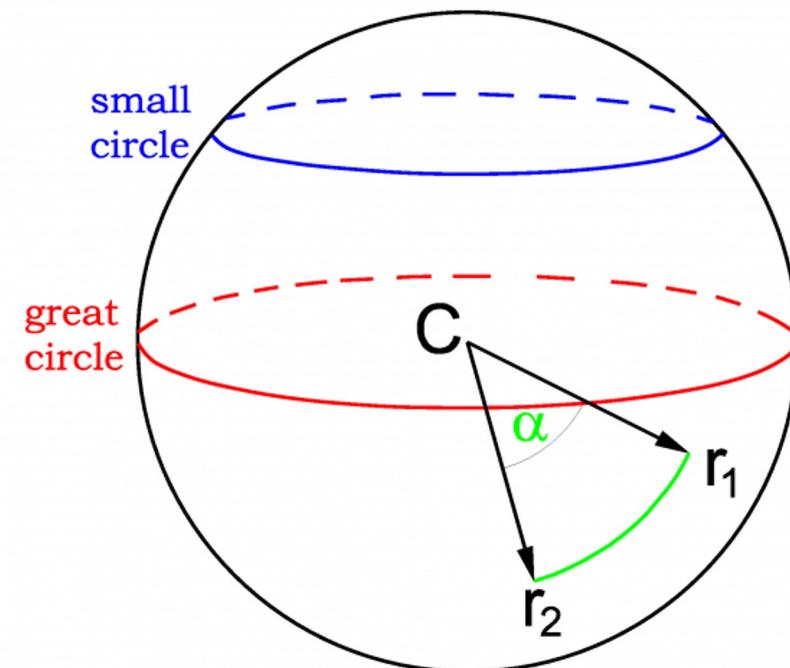
## Pitanje #3

• Dva grada sa geografskom širinom 45 stepeni, imaju geografske dužine 23.5 stepena i 44.6 stepeni. Avion putuje izmedju njih najkraćom mogućom putanjom. Koliki put će preći avion?

• U čemu je glavna razlika sada?

• Najbliži put izmedju dve tačke neće biti paralelan sa velikim krugom, moramo da nadjemo novi veliki krug!

• I, kako sada?

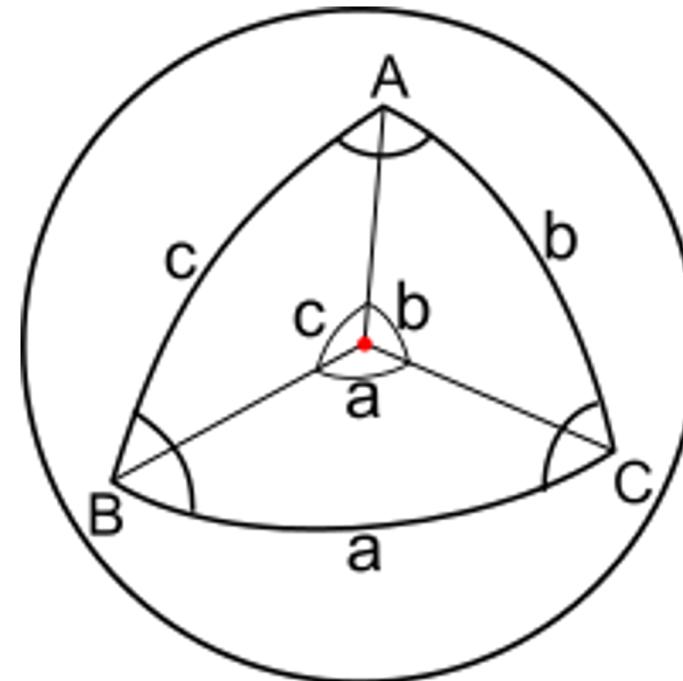


# Sferna trigonometrija!

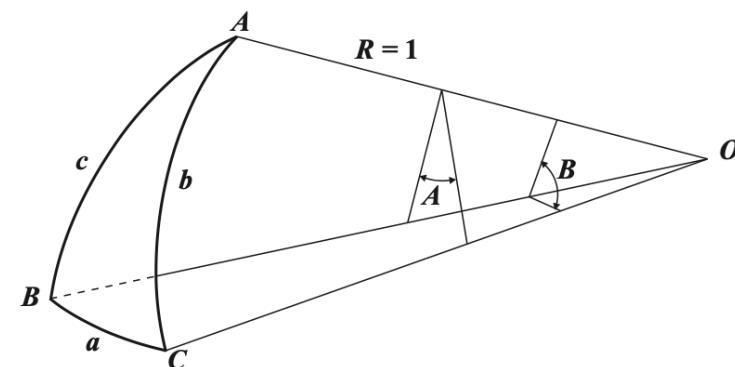
- .Uglavnom se fokusiramo na tzv. sferne trouglove → **Sferni trougao je trougo kojem su stranice lukovi velikih krugova.**
- .Onda uzimamo da je poluprečnik sfere jednak jedinici, pa da su i stranice i uglovi sfernih trouglova izražene preko uglova.
- Pravac Tabla i sledeći slajd da to malo razjasnimo**

## Sferni trougao

- A, B, C – uglovi kod svakog pojedinačnog temena (uglovi između ravni velikih krugova koje definišu sferni trougao)
- a,b,c - dužine stranica, koje imaju ugaone dimenzije



Za razliku od ravanskog, zbir uglova u sfernem trouglu je minimum  $180^\circ$  a maximum  $540^\circ$



## Nekoliko korisnih obrazaca

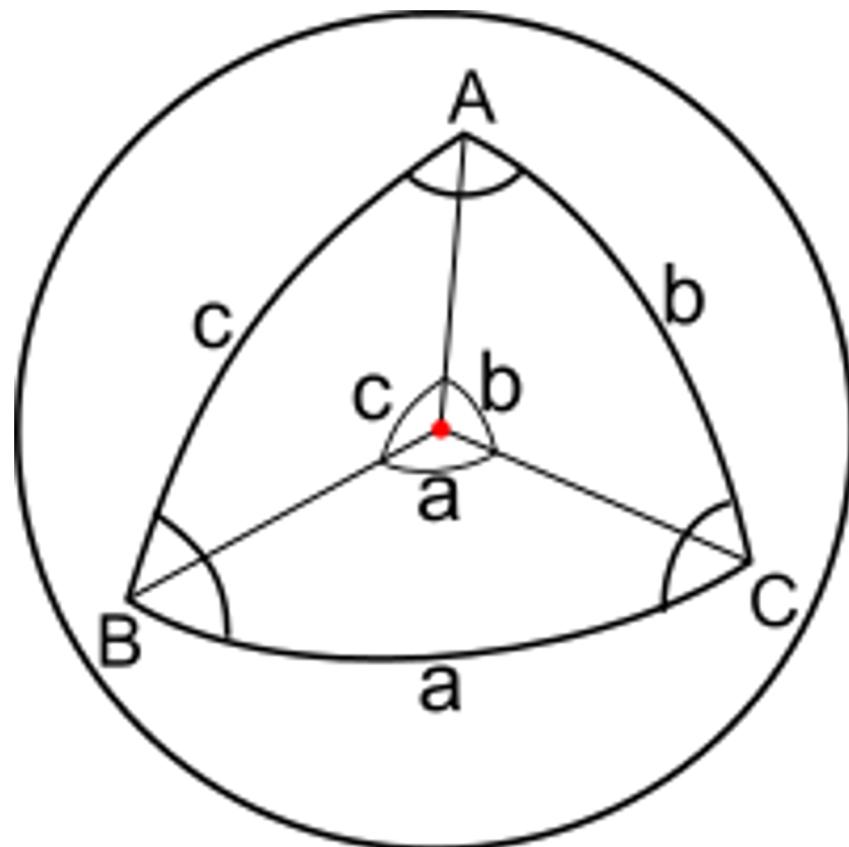
.Kosinusni obrazac:

(uporedite sa oznakama u Green-u)

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A,$$

$$\cos b = \cos c \cos a + \sin c \sin a \cos B,$$

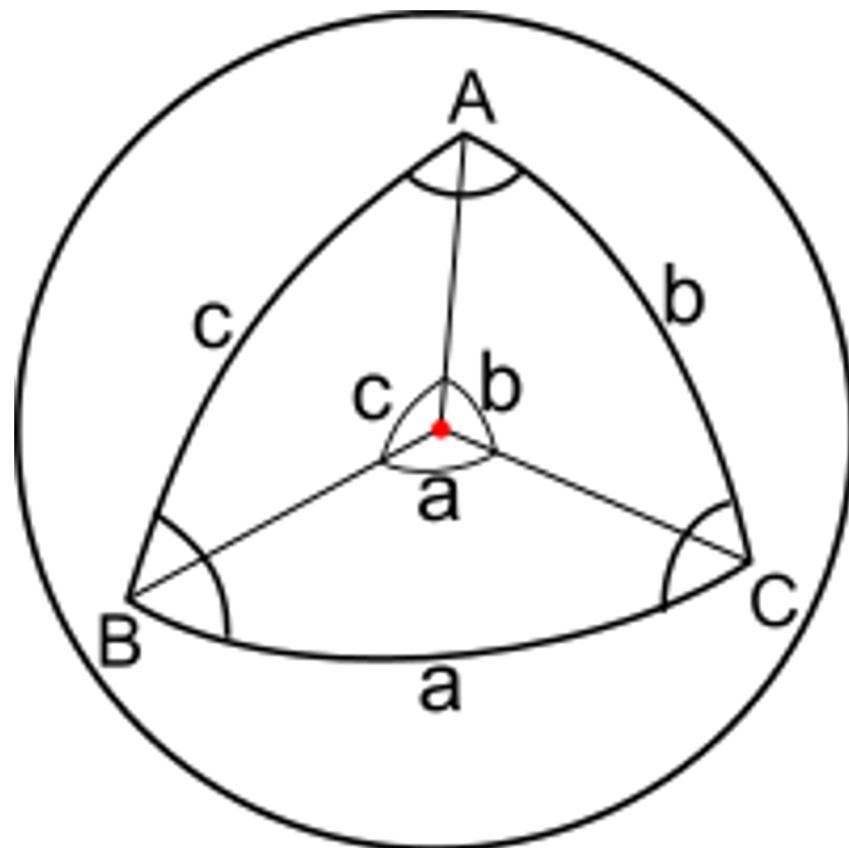
$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C,$$



## Nekoliko korisnih obrazaca

.Sinusni obrazac  
(uporedite sa oznakama u Green-u)

$$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c}.$$



## Pitanje #3

.Dva grada sa geografskom širinom 45 stepeni, imaju geografske dužine 23.5 stepena i 44.6 stepeni. Avion putuje izmedju njih najkraćom mogućom putanjom. Koliki put će preći avion?

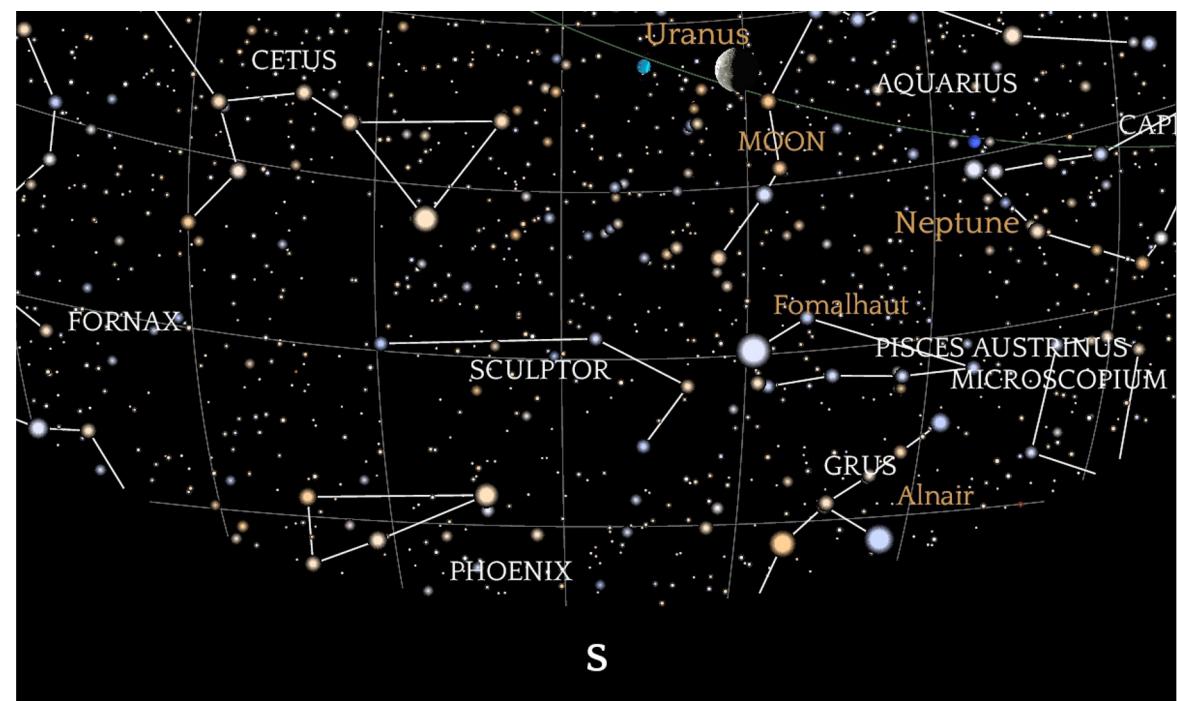
**.Domaći rad**

## Zašto smo ovo radili, zar ovo nije kurs iz Astronomije?

- .Zato što u Astronomiji (barem posmatračkoj) koristimo skoro isključivo **sferne** koordinatne sisteme!
- .Da li neko ima ideje zašto? **(2-3 min)**

# Zašto smo ovo radili, zar ovo nije kurs iz Astronomije?

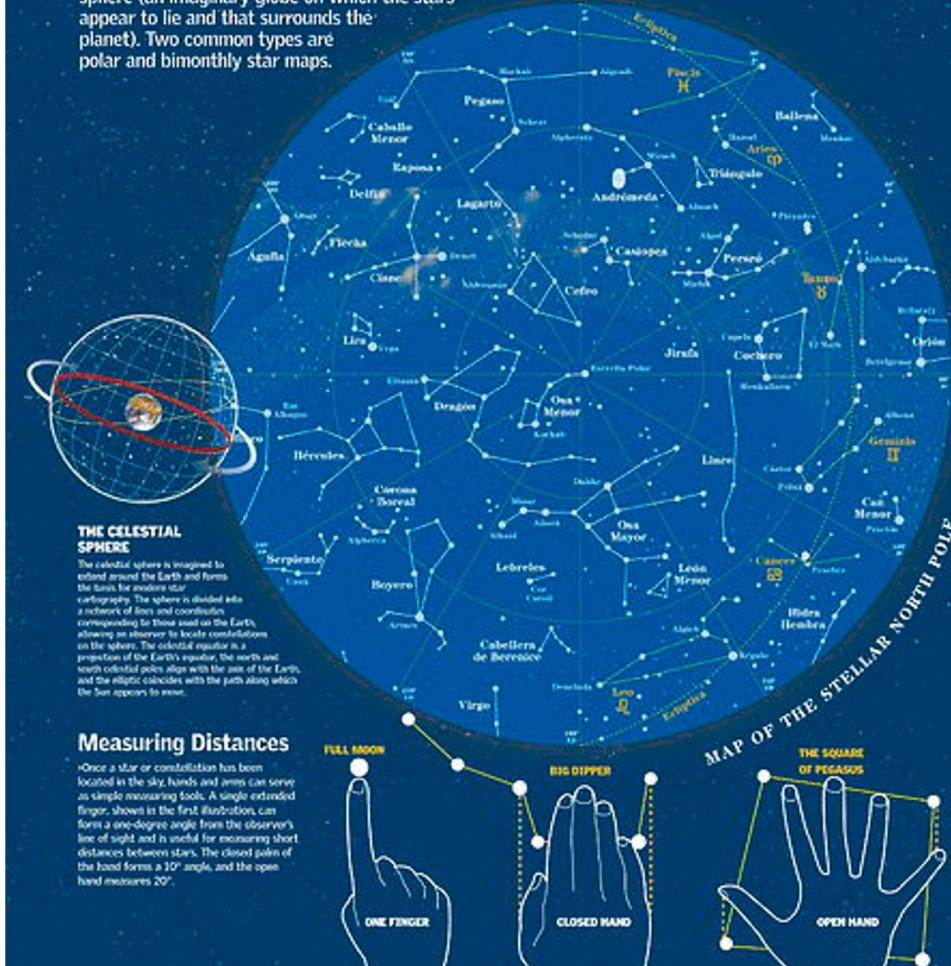
- Zato što u Astronomiji (barem posmatračkoj) koristimo skoro isključivo **sferne** koordinatne sisteme!
- Praktično je nemoguće direktno izmeriti / proceniti udaljenost do objekata. Samim tim, ono što merimo i čime baratamo je pravac, odredjen sa dva ugla.
- Neki od objekata u našem vidnom polju su jako blizu, neki su jako daleko!  
(npr. planete vs galaksije)



# Nebeska sfera

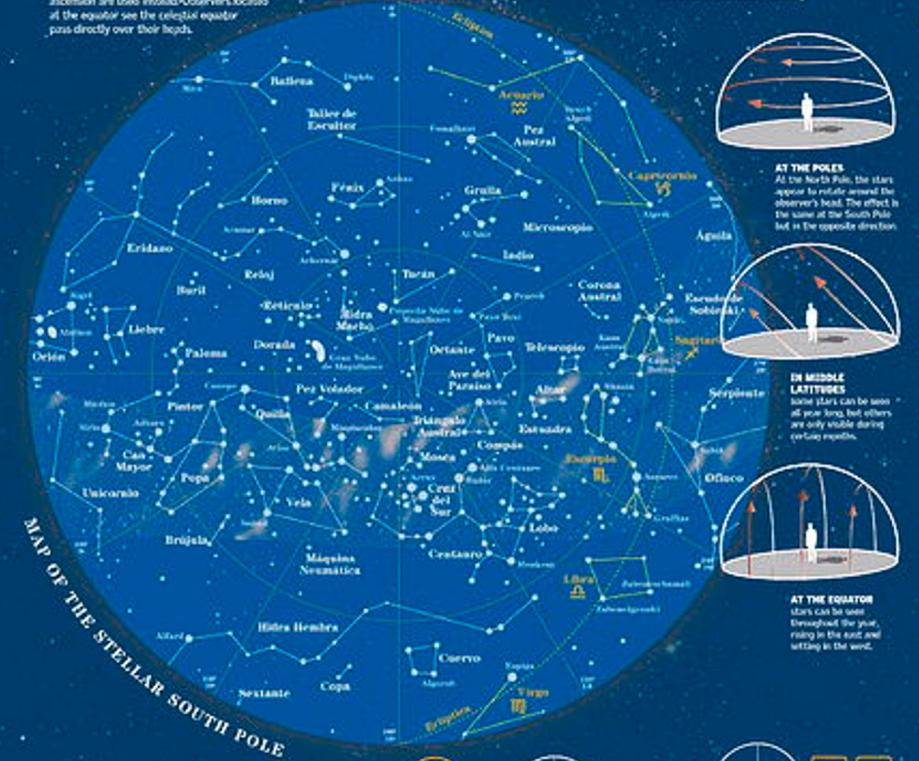
## Celestial sphere

As on the Earth, so in heaven. Just as terrestrial maps help us find locations on the surface of the planet, star charts use a similar coordinate system to indicate various celestial bodies and locations. Planispheres, or star wheels, are based on the idea of a celestial sphere (an imaginary globe on which the stars appear to lie and that surrounds the planet). Two common types are polar and bimonthly star maps.



### HOW TO READ A MAP OF THE SKY

Astronomers divide the celestial sphere into sections, allowing them to study the sky in detailed, systematic ways. These maps can show a particular region observed from a certain place at a certain time, or they can evenly concentrate on a specific location. To specify the position of a point on the surface of the Earth, the geographic coordinates called latitude and longitude are used. With the celestial sphere, declination and right ascension are used instead. Observers located at the equator see the celestial equator pass directly over their heads.



### Different Types of Charts

Throughout the year, different constellations are visible because the Earth moves along its orbit. As the Earth's place in its orbit changes, the right side of the planet faces different regions of space. To compensate for this shifting perspective, there are various kinds of planispheres, north and south polar maps and bimonthly equatorial maps.



# Elementi nebeske sfere

## Nebeska sfera

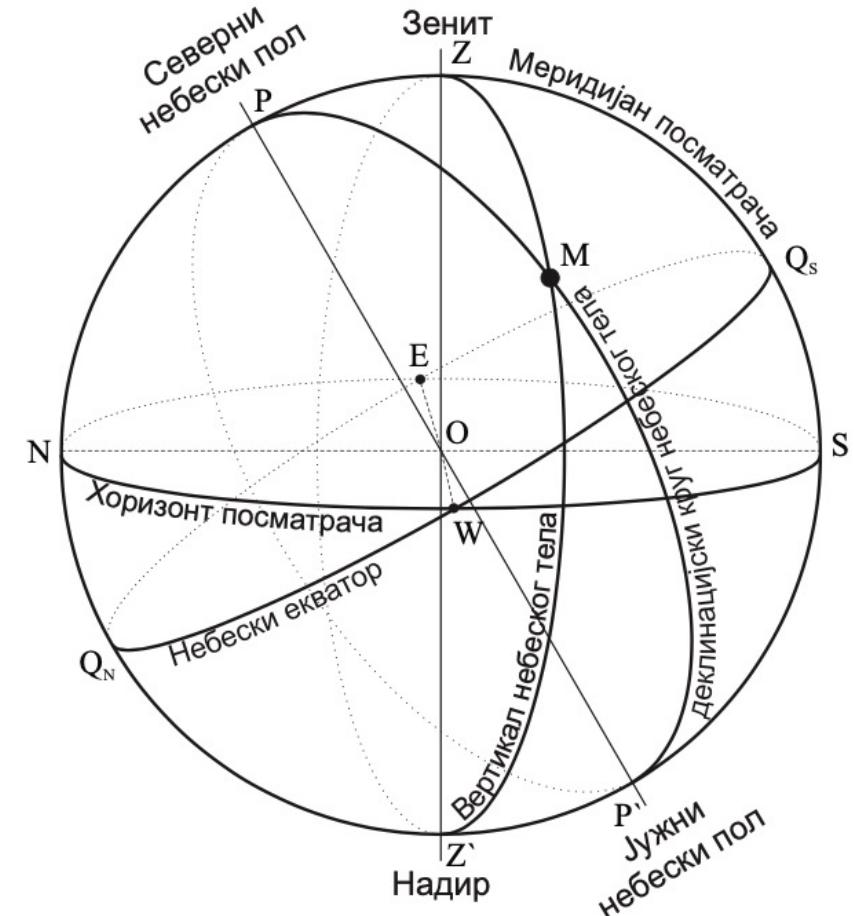
- Zamišljena providna sfera oko Zemlje
- Na nju projektujemo položaje nebeskih tela

Osnovne referentne tačke

**Nebeski polovi** – presek produžetka zemljine ose sa nebeskom sferom

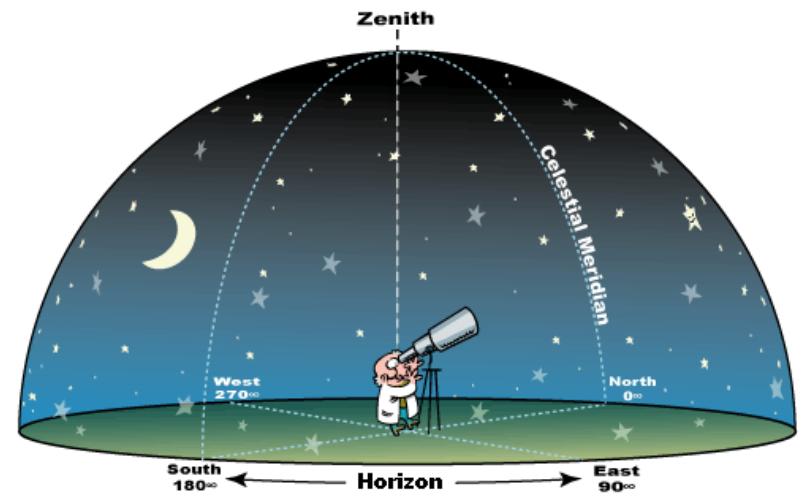
Severni i južni nebeski pol

**Nebeski ekvator** – presek produžetka ravni zemljiniog ekvatora sa nebeskom sferom



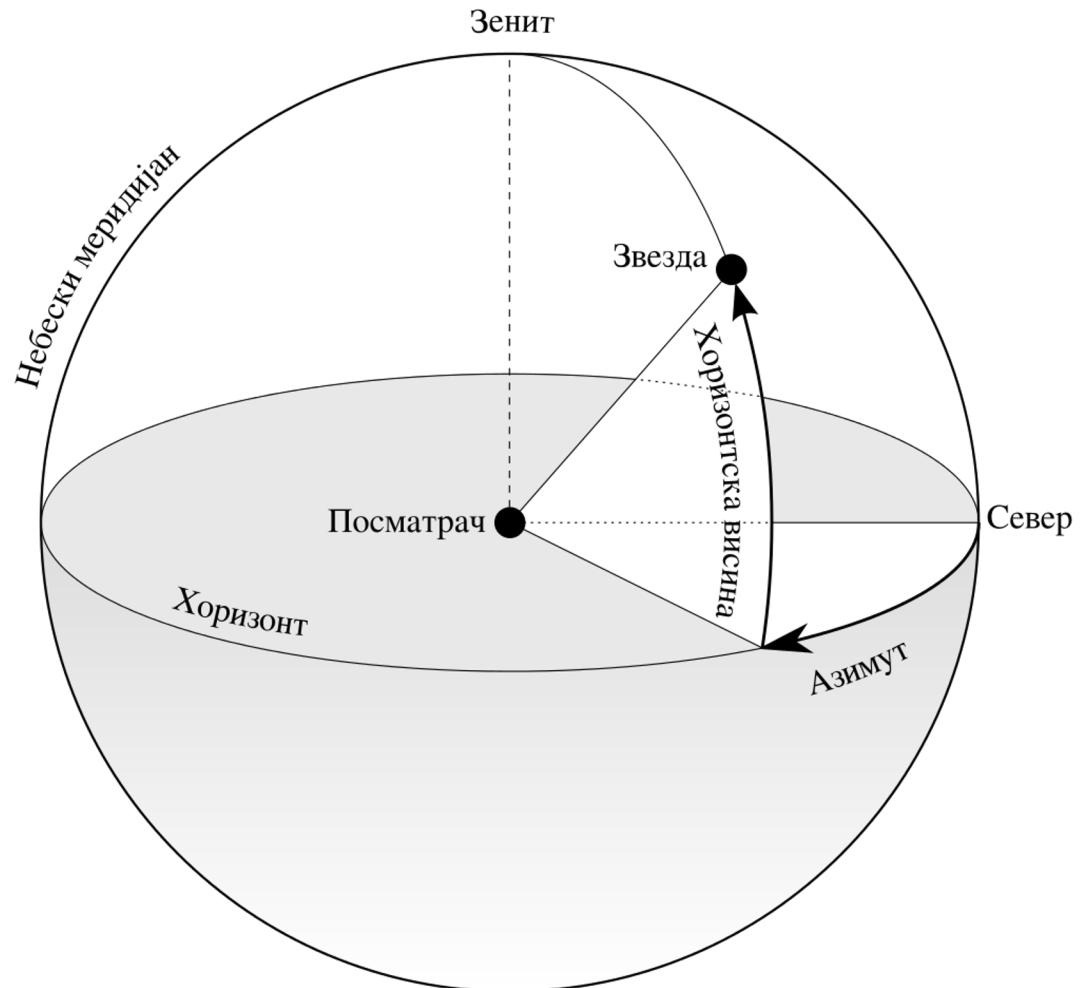
# Izgled neba sa Zemlje

- .Osnovni elementi
- .**Horizont** – mesto “dodira” neba i zemlje
- .**Zenit i nadir** – tačka direktno iznad tj. ispod posmatrača
- .**Meridijan** – zamišljen krug na nebeskoj sferi koji prolazi kroz Zenit, nadir i severnu i južnu tačku horizonta



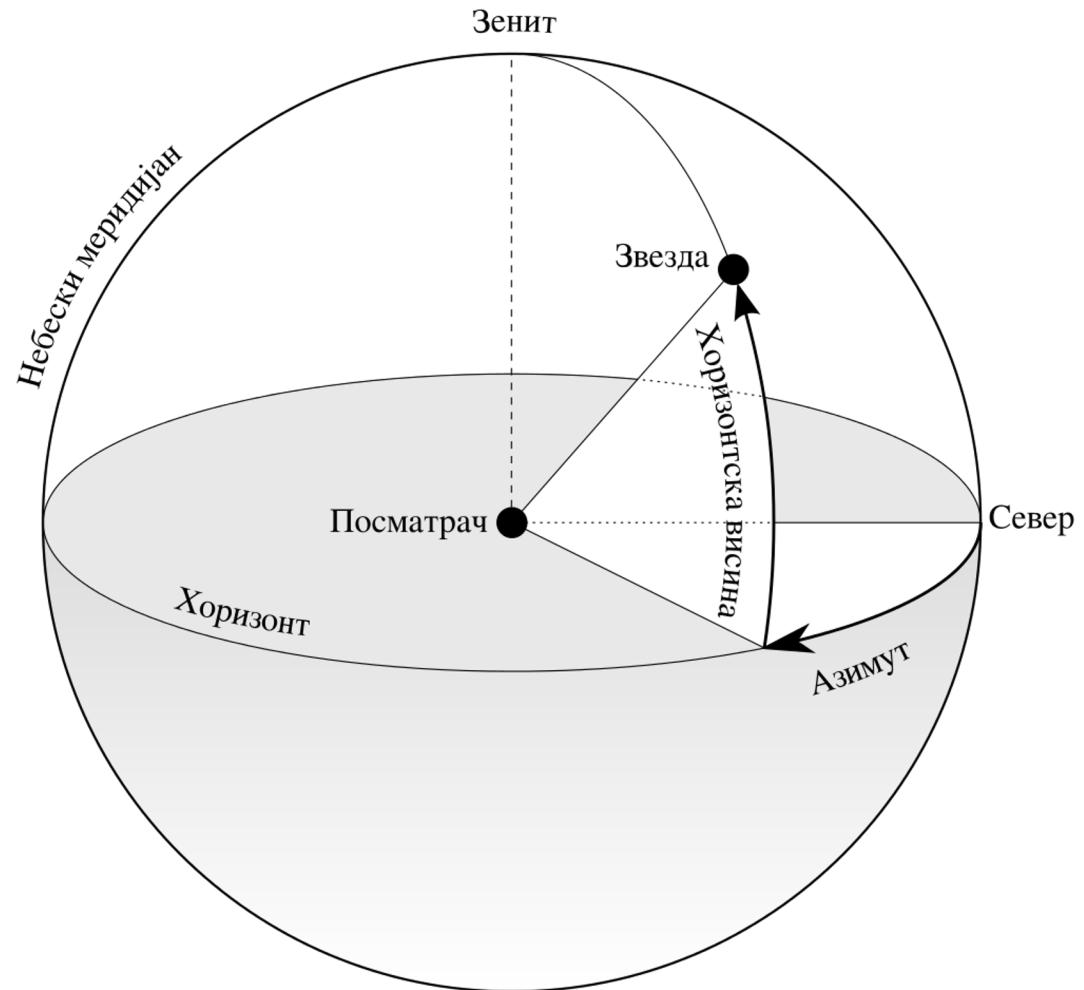
# Horizontski koordinatni sistem

- Referentna ravan je ravan **horizonta**
- Polovi ovog sistema su **zenit i nadir**
- Horizontska visina (ili zenitna daljina) izražava polarnu koordinatu tj. ugao od ravni horizonta (ili od zenita)
- Azimutalna koordinata se zove **azimuth** i moramo da definišemo od koje tačke ga računamo i u kom pravcu.
- Na ovoj slici se računa od severa, u **retrogradnom pravcu** (U Grinovoj knjizi je u **direktnom pravcu**)

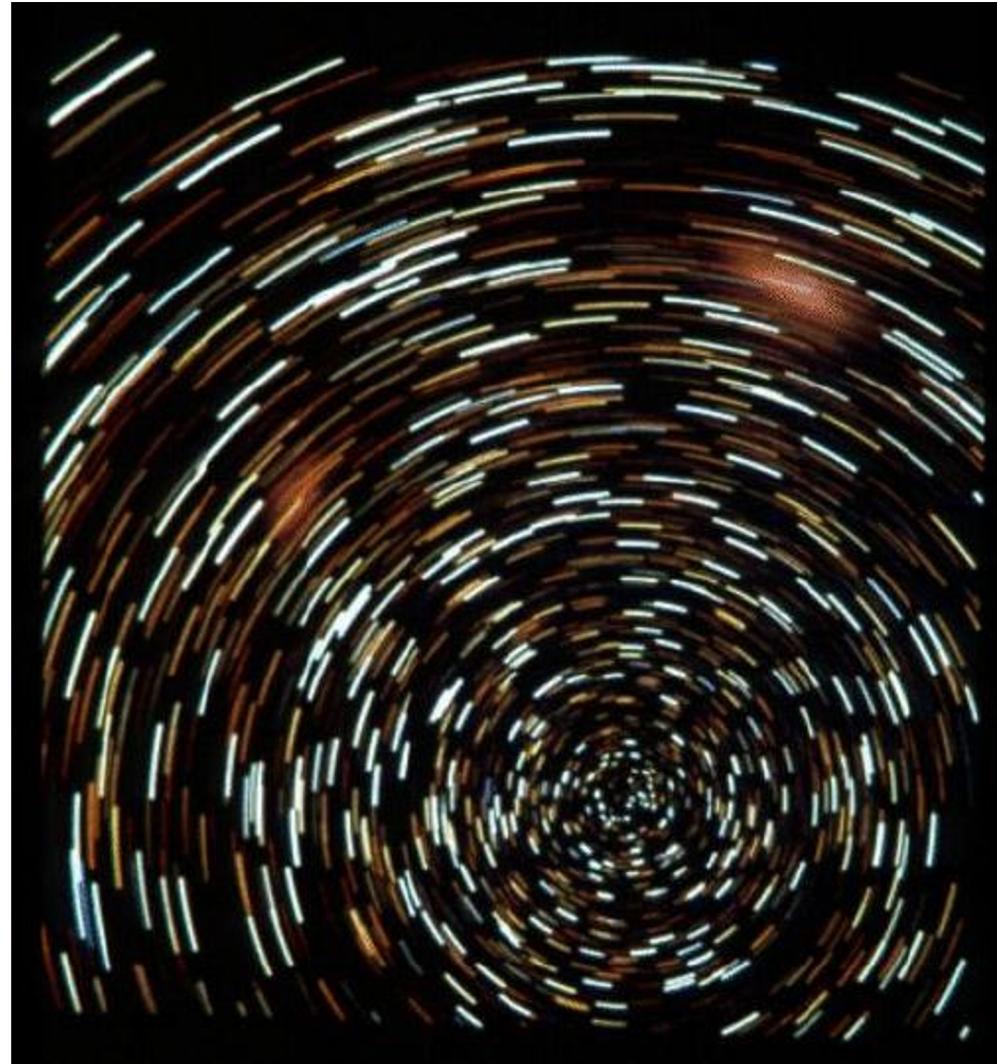


## Pitanje

- Kako se, za nas koji živimo u Srbiji, Sunce kreće tokom jednog dana u horizontskom koordinatnom sistemu?
- Da li mu se menja horizontska visina? Azimut?
- Da li bismo mogli da skiciramo kako se Sunce kreće tokom jednog dana?

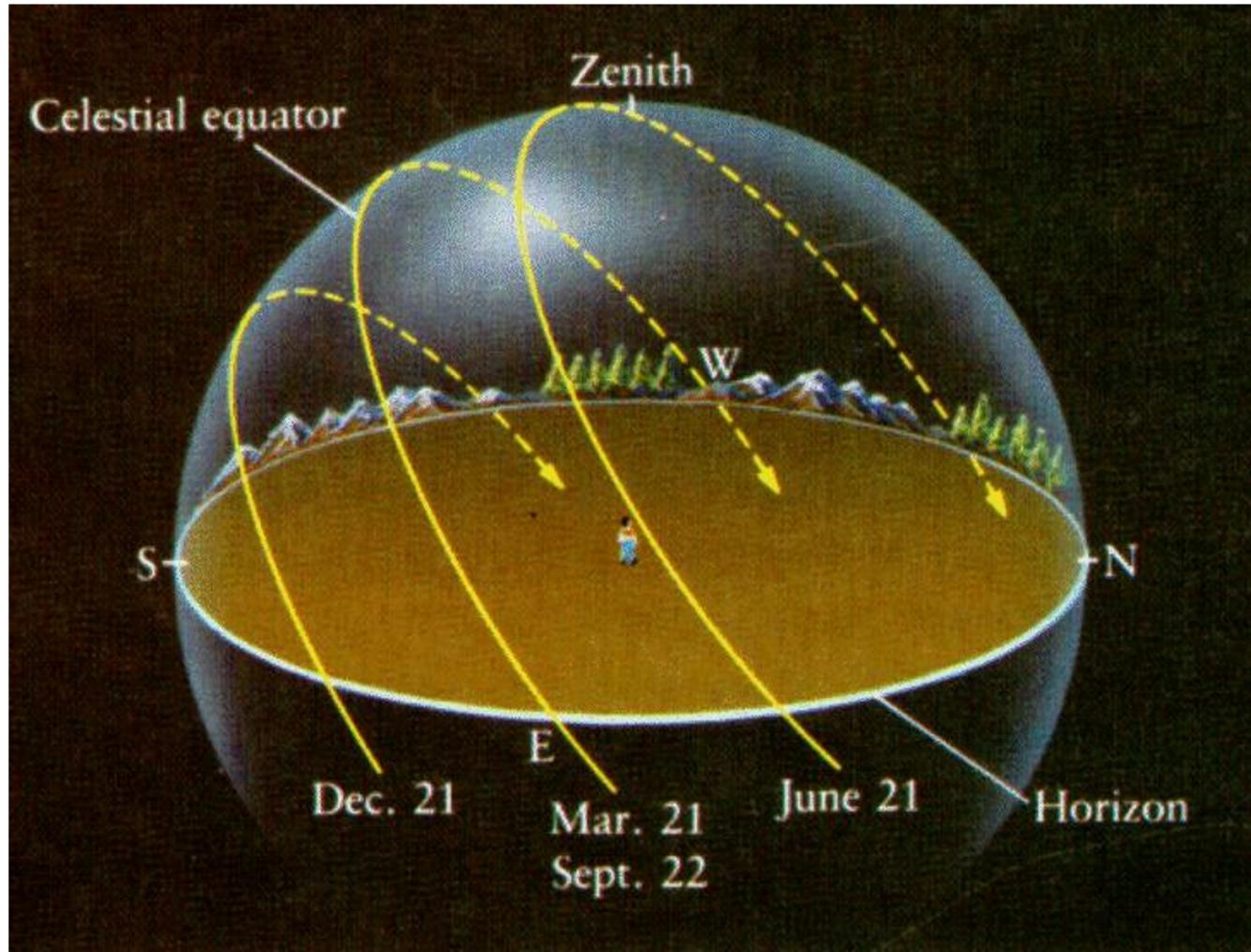


Kako nastaju ovakve slike zvezdanog neba?



Koja zvezda se nalazi u centru?

# Dnevno kretanje zvezda



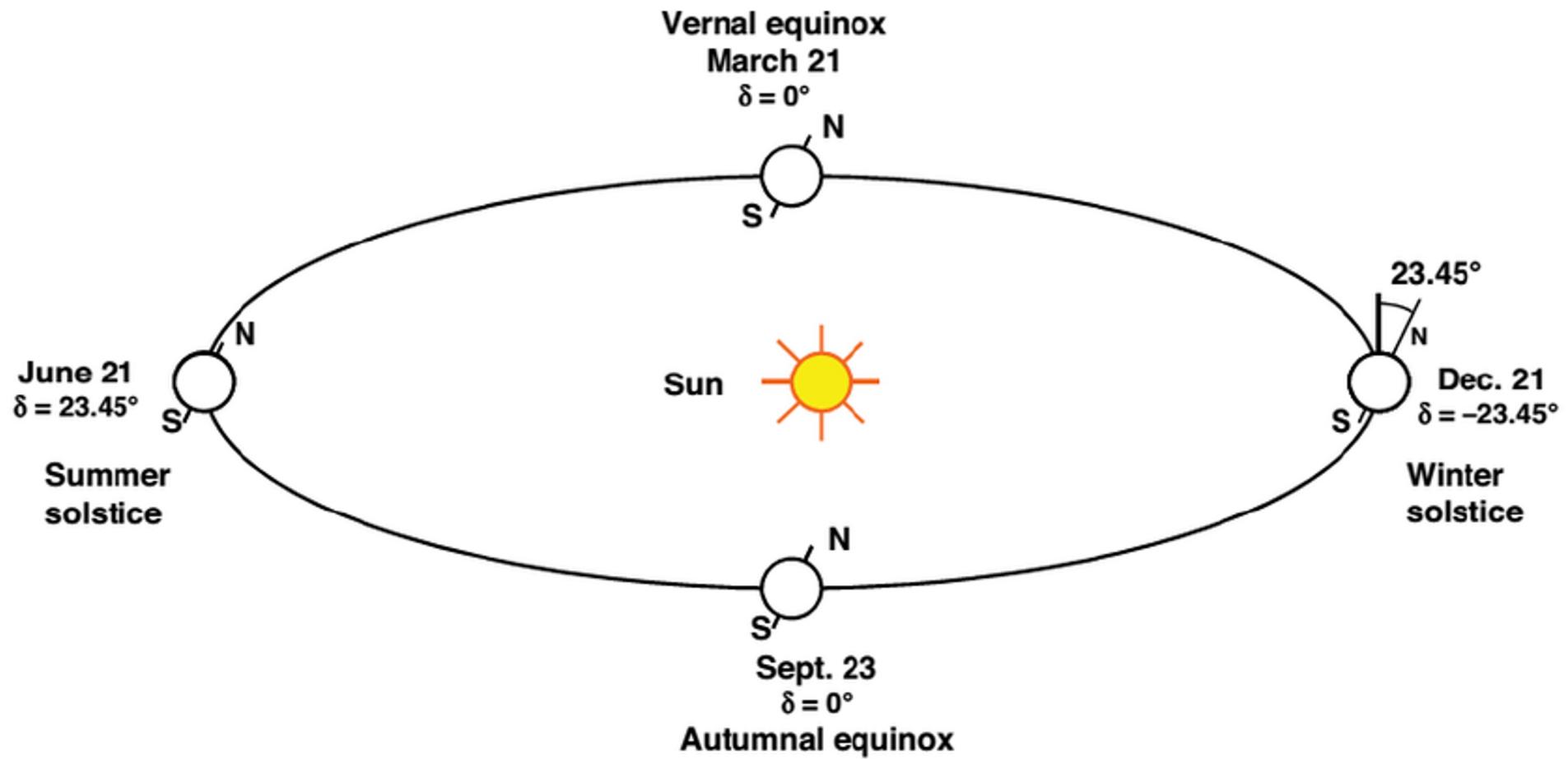
Jedna rotacija  
(jedan Siderički dan)  
traje  
23h 56 min 4 s

# Kretanje nebeskih tela na nebeskoj sferi

- Zemlja se dnevno rotira oko svoje ose
  - Od zapada ka istoku – **direktan smer obrtanja**
- Posledično, nebeska sfera se dnevno prividno rotira u suprotnom smeru
  - Od istoka ka zapadu – **retrogradan smer obrtanja**
- Zvezde i tela se kreću oko svetske ose po krugovima koji se zovu **paralele** a paralelni su sa nebeskim ekvatorom

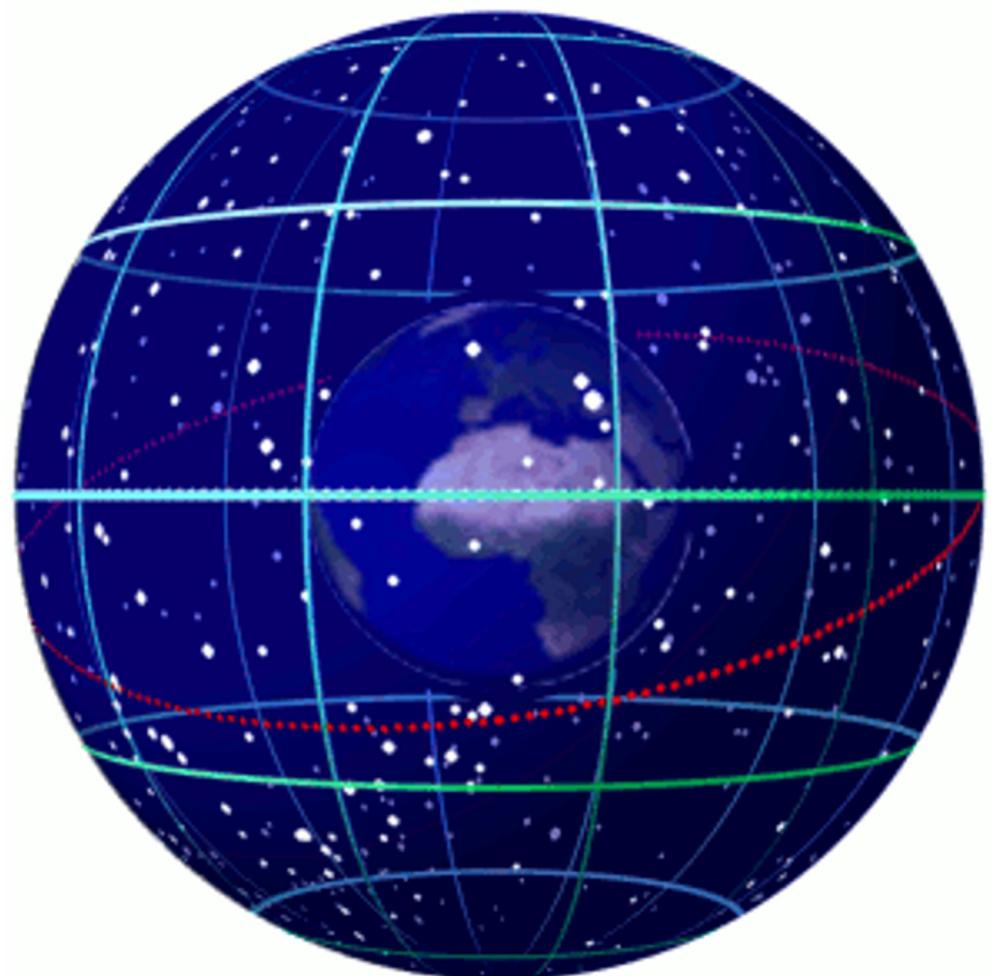


# Ne menja se! (#godišnjadoba)



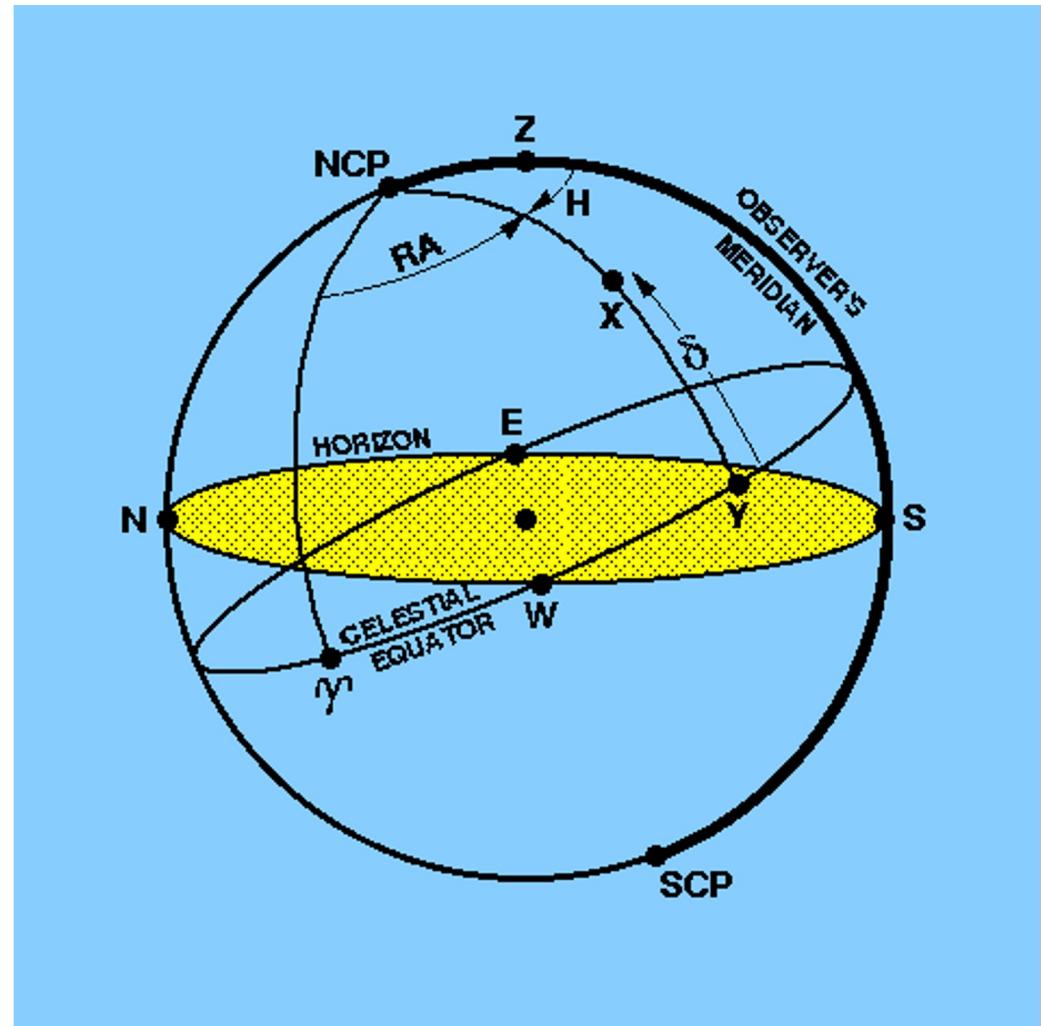
## Nebeski ekvatorski koordinatni sistem

- Ako za referentnu ravan našeg koordinatnog sistema odaberemo, **horizont**.
- Ideja je da fiksiramo sistem, pa da kretanje zvezda tokom dana bude zanemarljivo, ovime dobijamo objektivniji odabir koordinata.



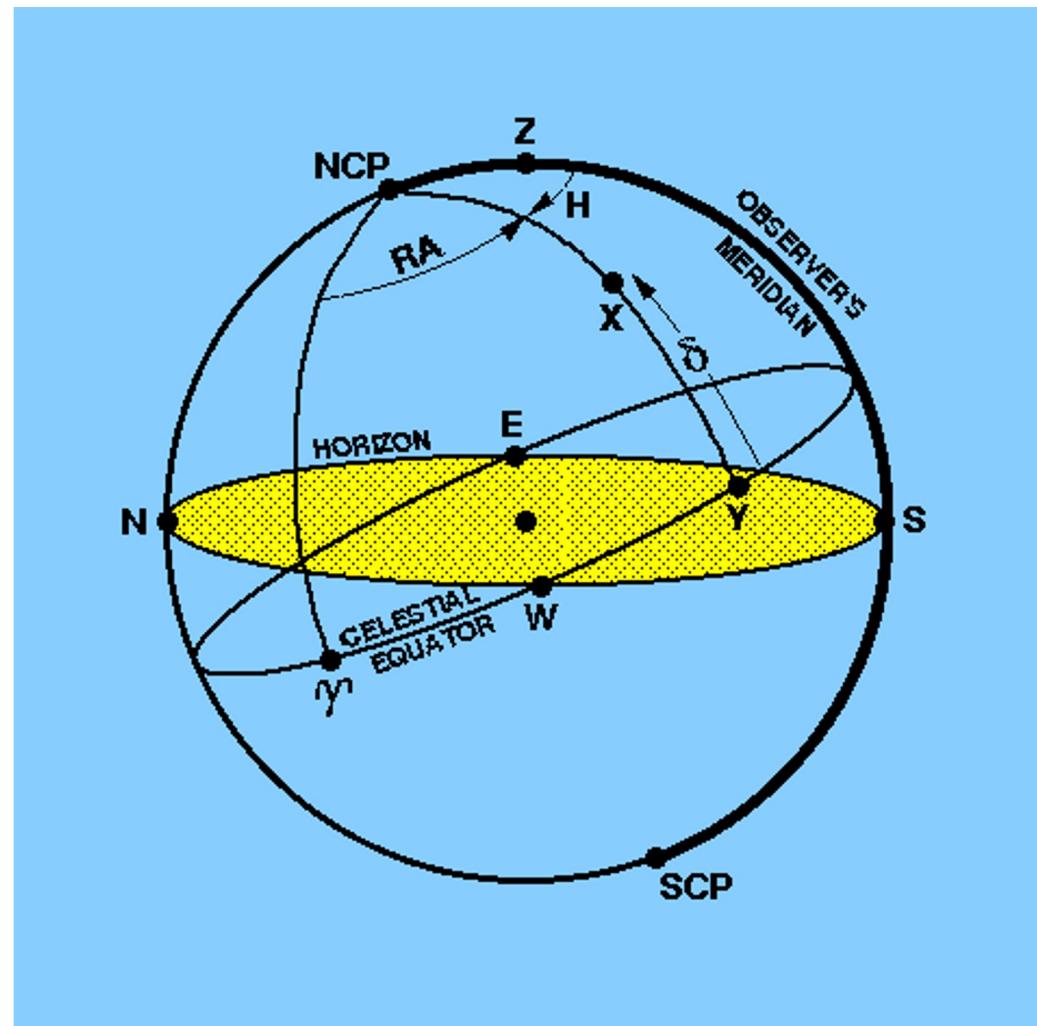
# Nebeski ekvatorski koordinatni sistem

- Referentna ravan je ravan **nebeskog ekvatora**
- Polovi ovog sistema su severni i južni nebeski pol
- Koordinate se zovu **deklinacija** i **rektascenzija**
- Referentan pravac za računanje rektascenzije je pravac ka takozvanoj **gama tački** (**tački prolećne ravnodnevnice**)



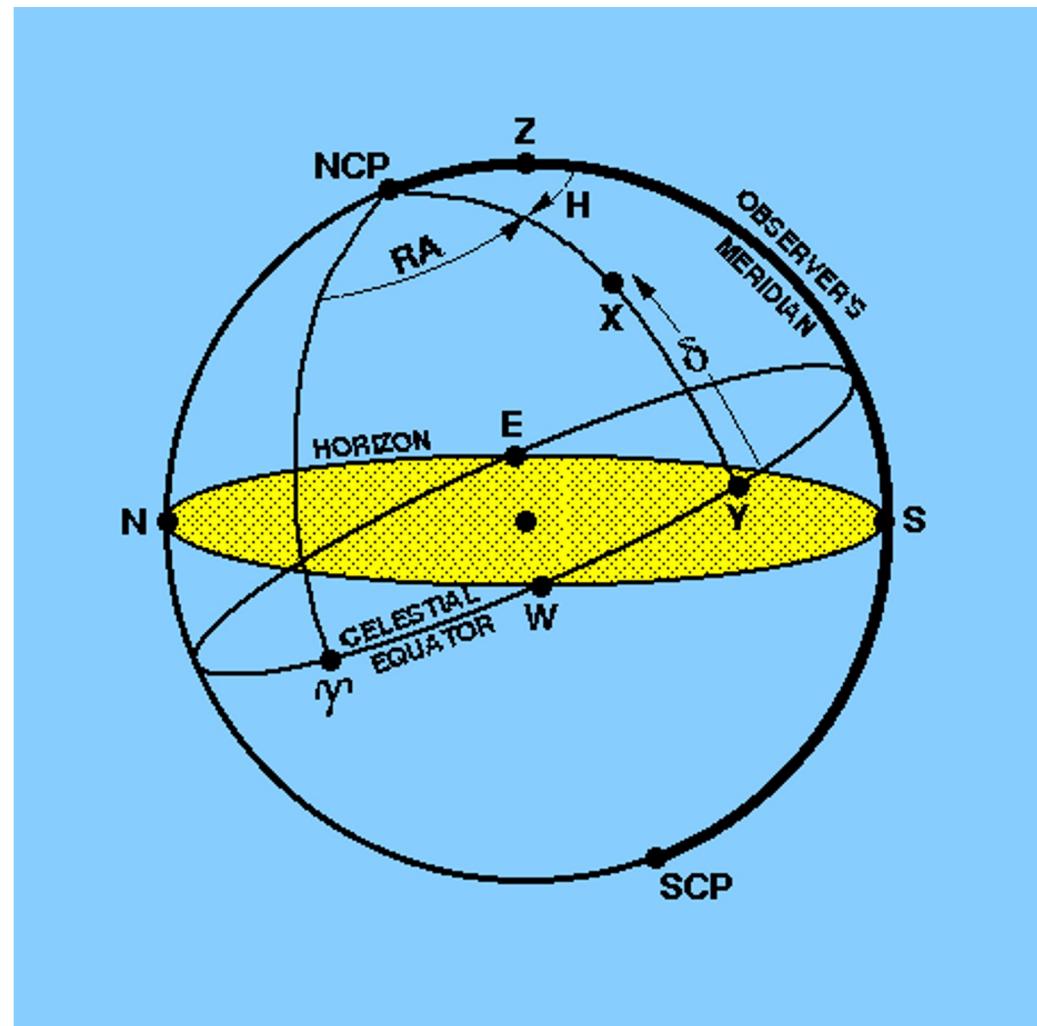
# Nebeski ekvatorski koordinatni sistem

- .Zamislite da vam neko (npr iz Manile, ili Kankuna) javi koordinate zvezde u nebeskom ekvatorском координатном систему i zamoli da posmatrate tu zvezdu.
- .Vaš teleskop zahteva ekvatorsке координате, можете ли на основу екваторских координата звезде и Vaših geografskih koordinata da uperite teleskop?

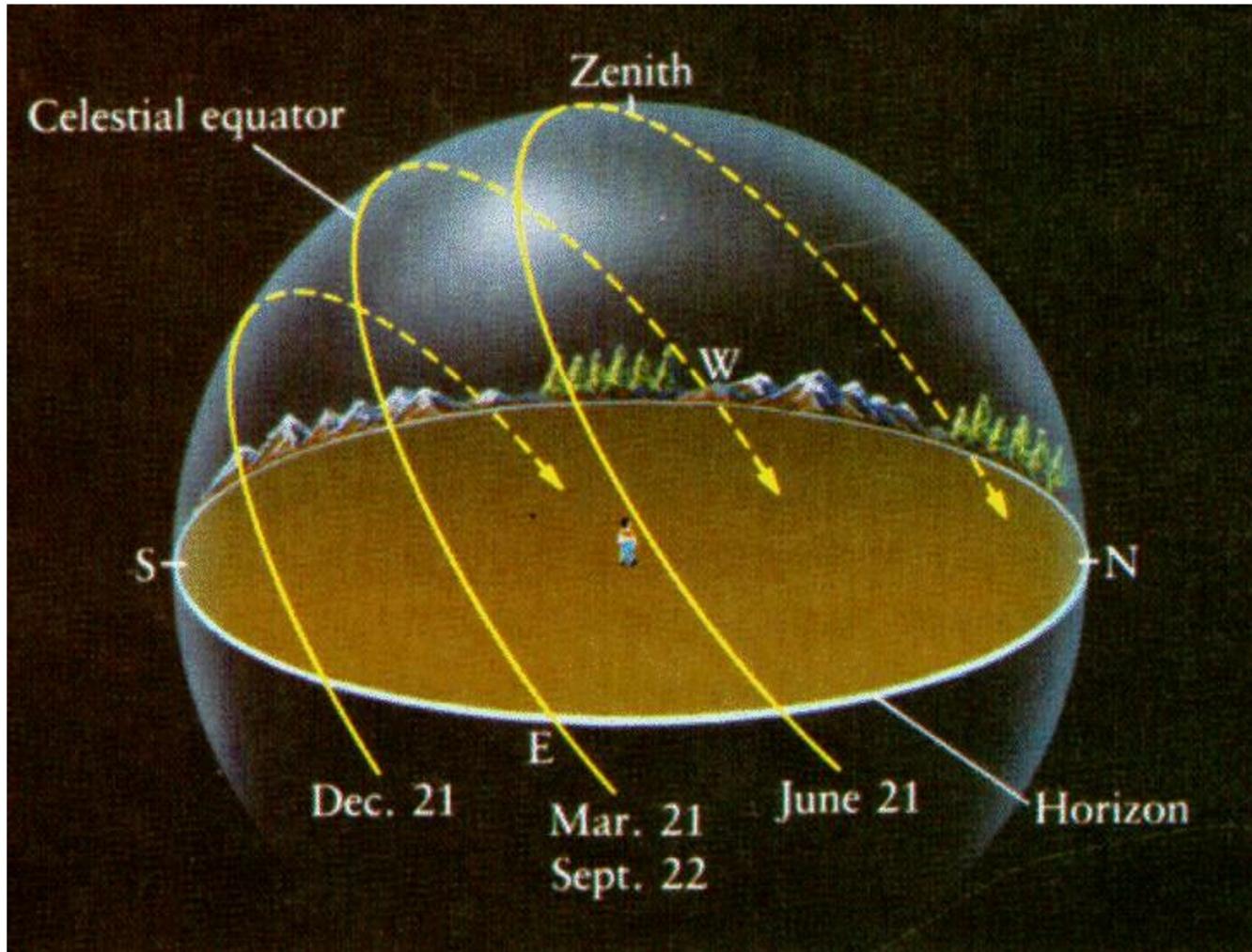


# Nebeski ekvatorski koordinatni sistem

- .Zamislite da vam neko (npr iz Manile, ili Kankuna) javi koordinate zvezde u nebeskom ekvatorском координатном систему i zamoli da posmatrate ту звезду.
- .Vaš teleskop захтева екваторске координате, можете ли на основу екваторских координата звезде и Ваших географских координата да уперите телескоп?  
**NE – не зnamo где је гама тачка у локалном координатном систему. Тј. време мора да уђе у причу.**



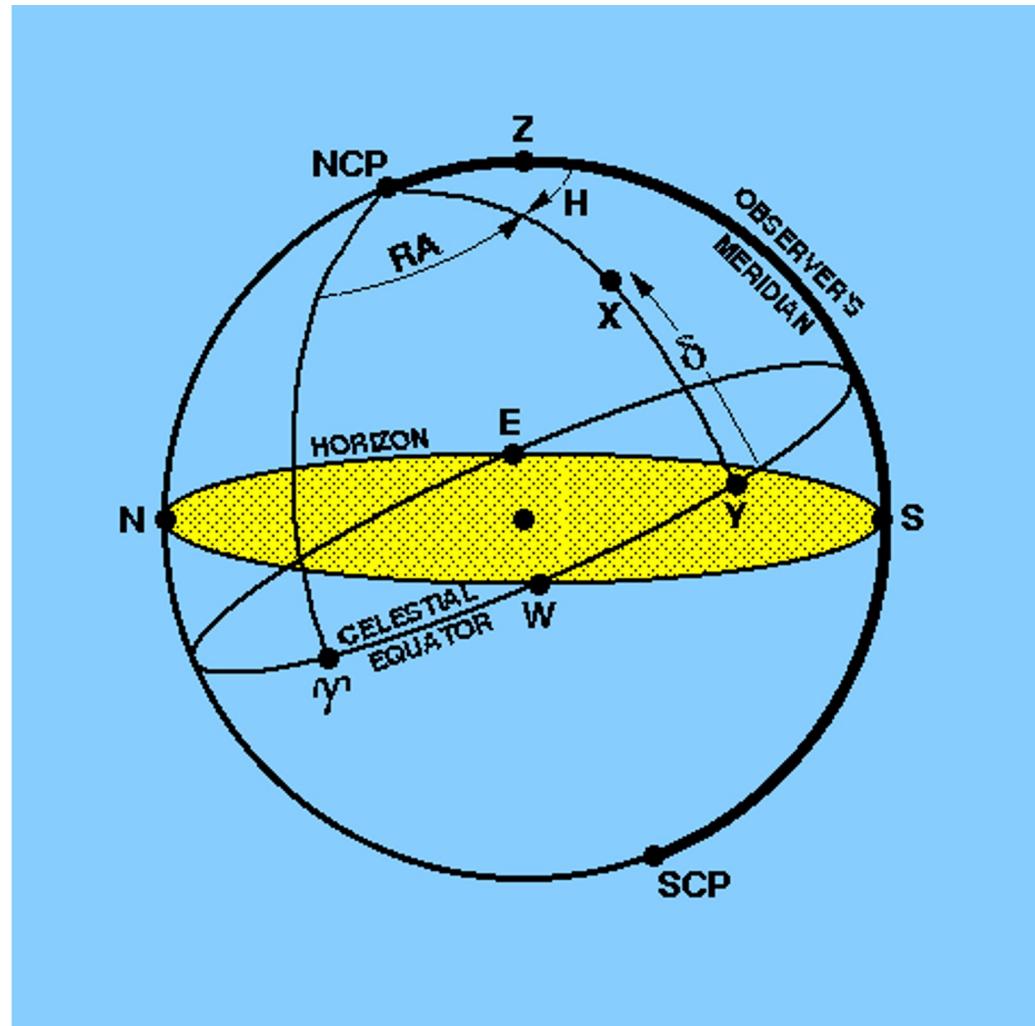
# Mesni ekvatorski koordinatni sistem



- .Data zvezda se, tokom jednog dana kreće po (generalno) malom krugu na nebeskoj sferi.
- .Dakle potrebna nam je jedna koordinata da opišemo njen položaj, na ovom krugu.
- Časovni ugao! (Ima veze sa vremenom)**

# Mesni ekvatorski koordinatni sistem

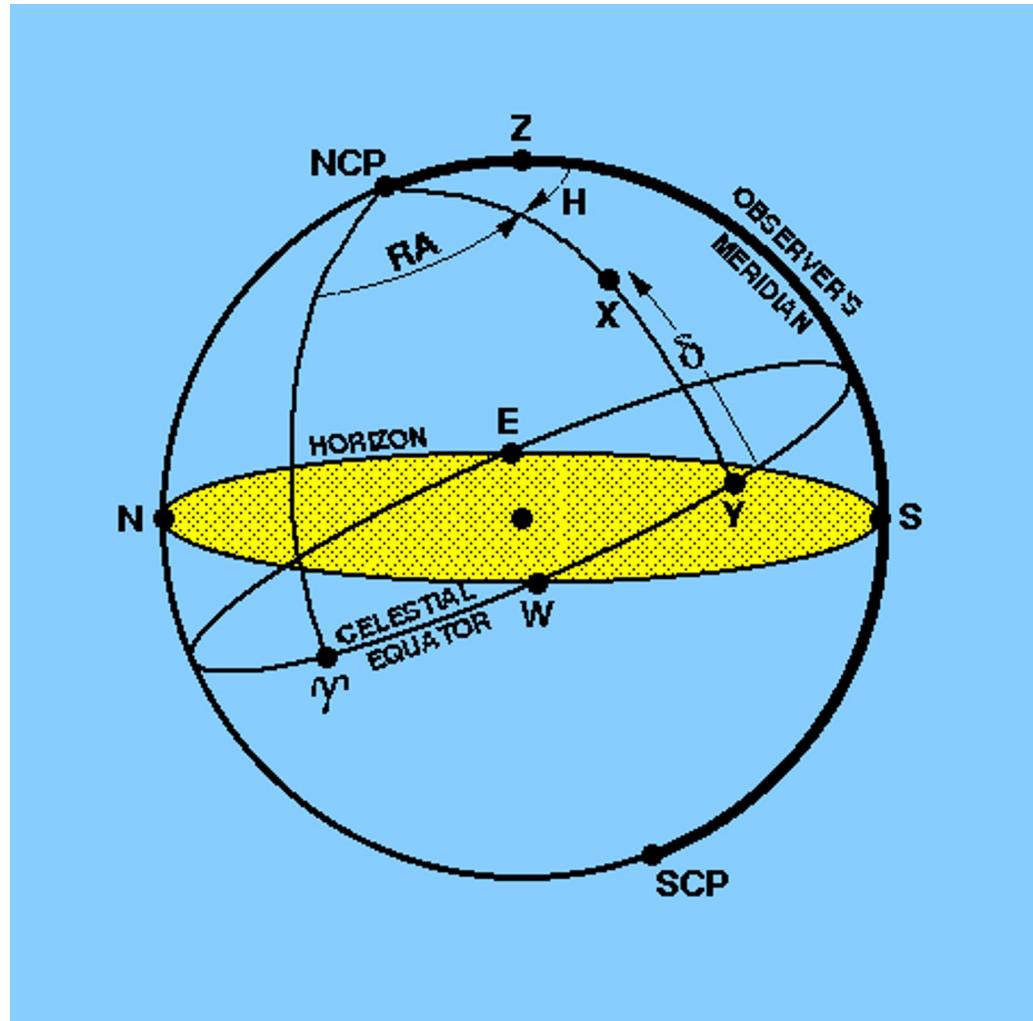
- .Referentna ravan je ravan **nebeskog ekvatora**
- .Polovi ovog sistema su severni i južni nebeski pol
- .Koordinate se zovu **deklinacija** i **časovni ugao**
- .Referentan pravac za računanje časovnog ugla je retrogradno, od tzv. **gornje kulminacije te zvezde**
- .**Časovni ugao gama tačke zove se mesno zvezdano vreme.**

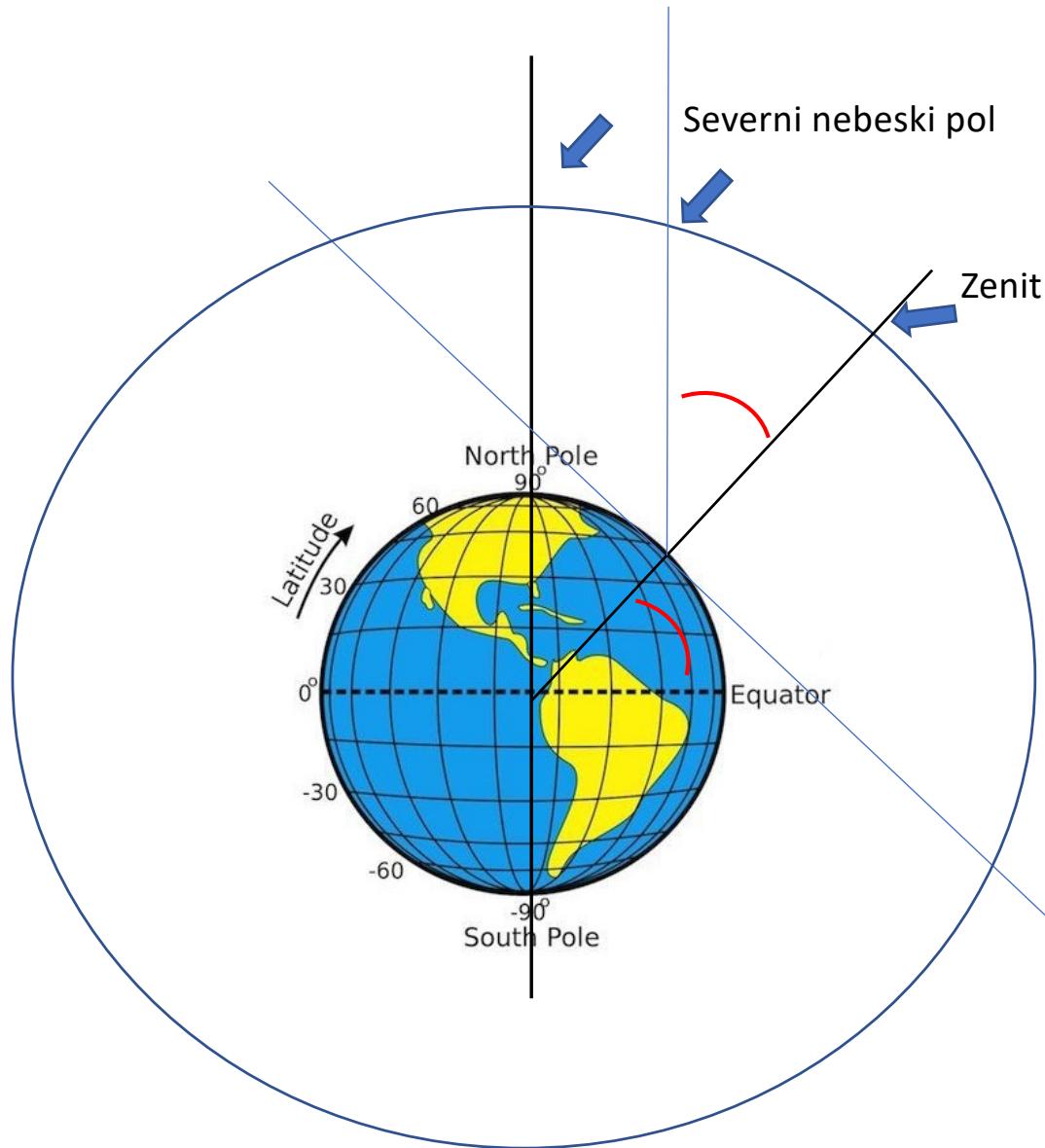


## Sada možemo da rešimo problem

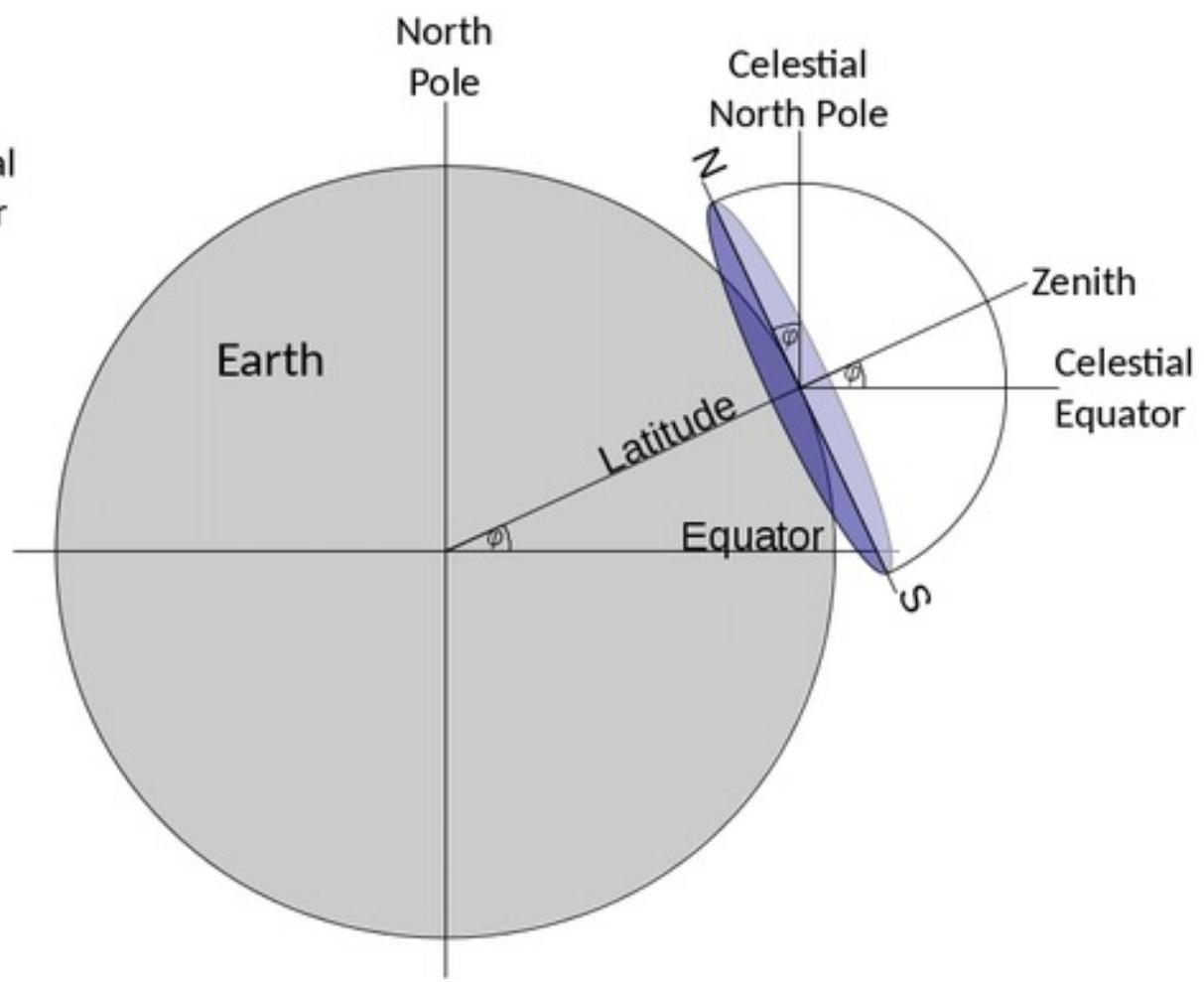
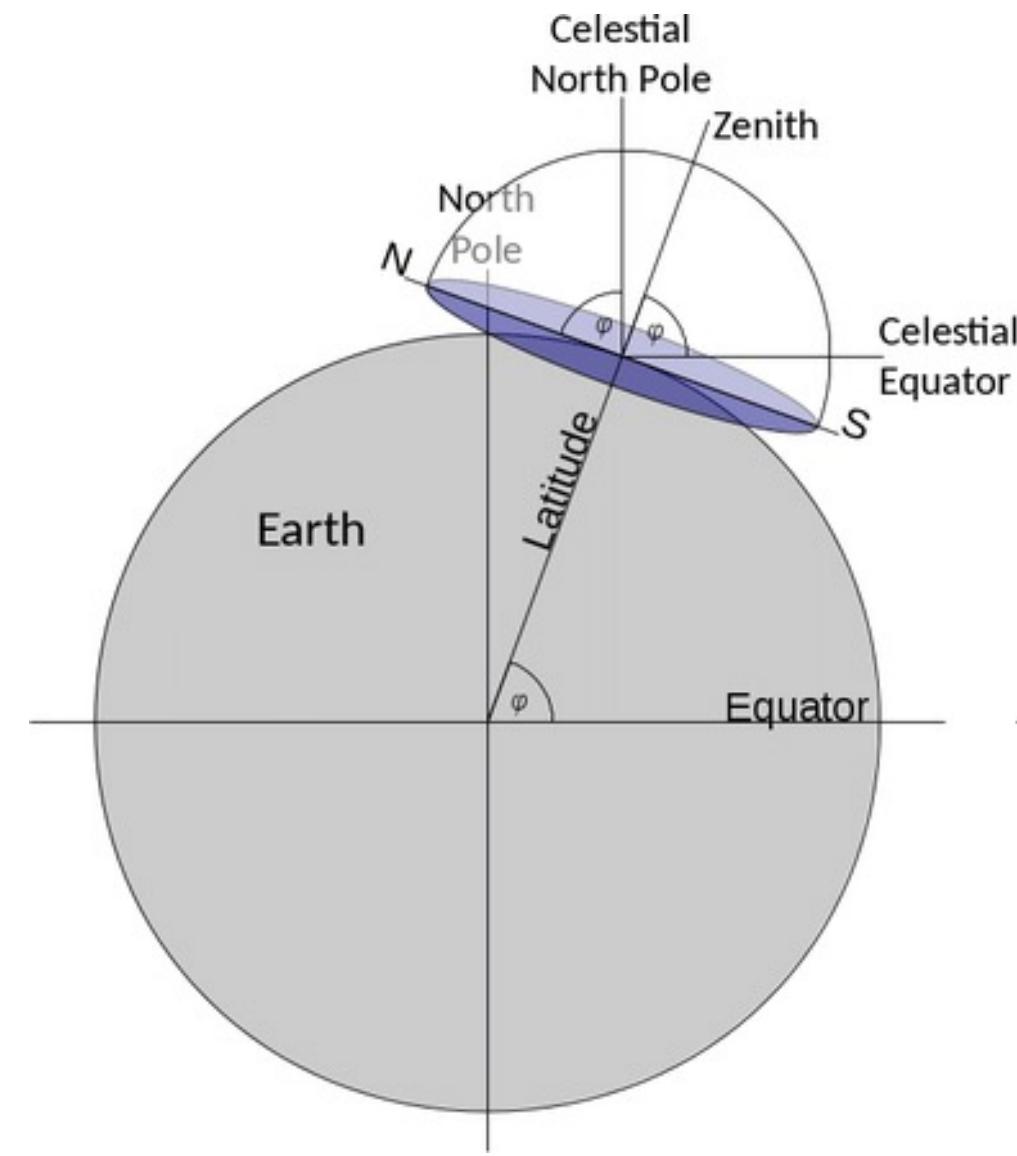
- .Zamislite da vam neko (npr iz Manile, ili Kankuna) javi koordinate zvezde u nebeskom ekvatorskom koordinatnom sistemu i zamoli da posmatrate tu zvezdu.
- .Trebaće Vam i mesno zvezdano vreme i onda možete rešiti problem. Pa, hajde da to bacimo na tablu.

$$\begin{aligned}\cos a &= \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A, \\ \cos b &= \cos c \cos a + \sin c \sin a \cos B, \\ \cos c &= \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C,\end{aligned}$$



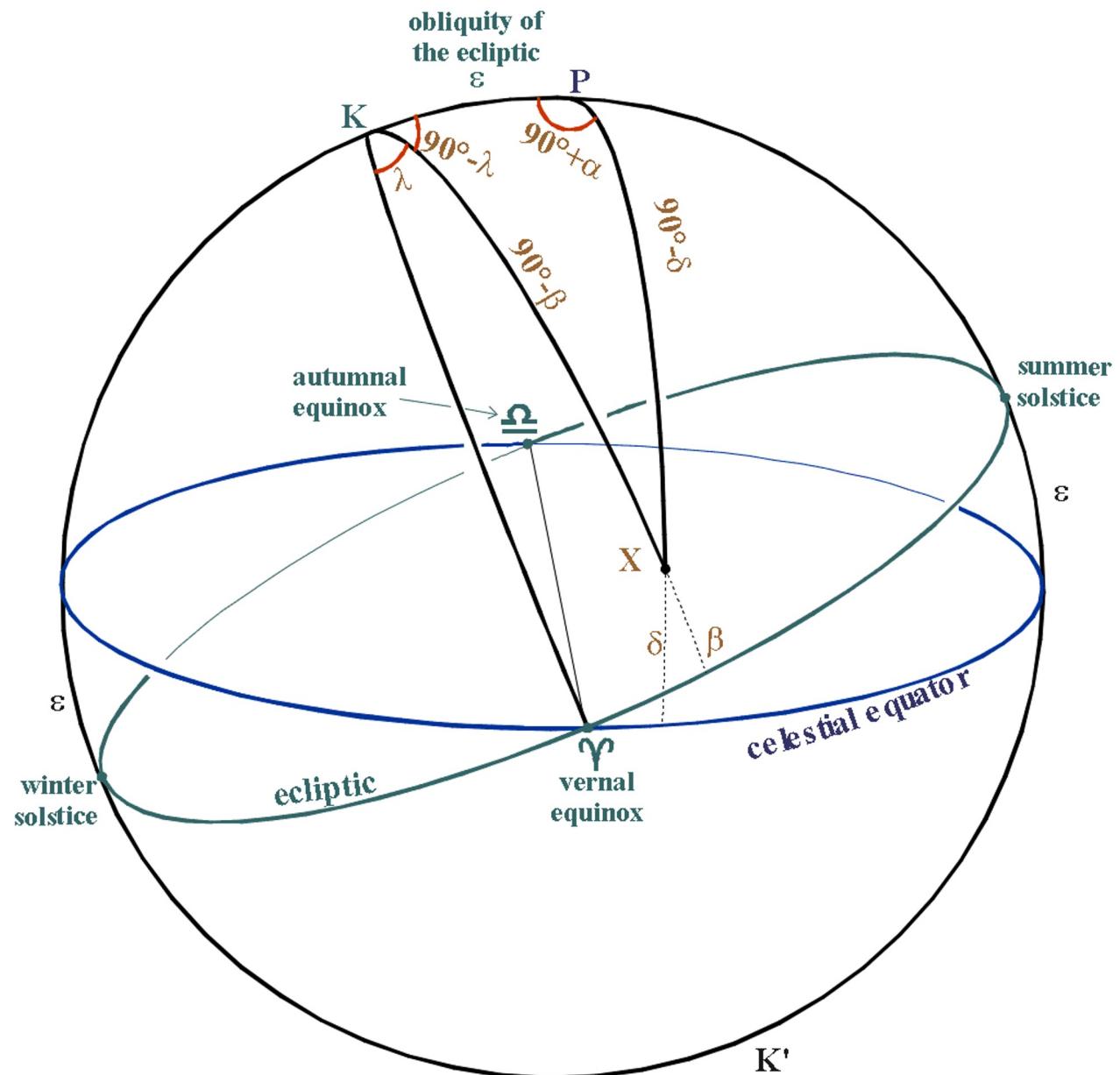


**Visina severnog  
nebeskog pola  
iznad horizontal  
jednaka je  
geografskoj  
širini.**

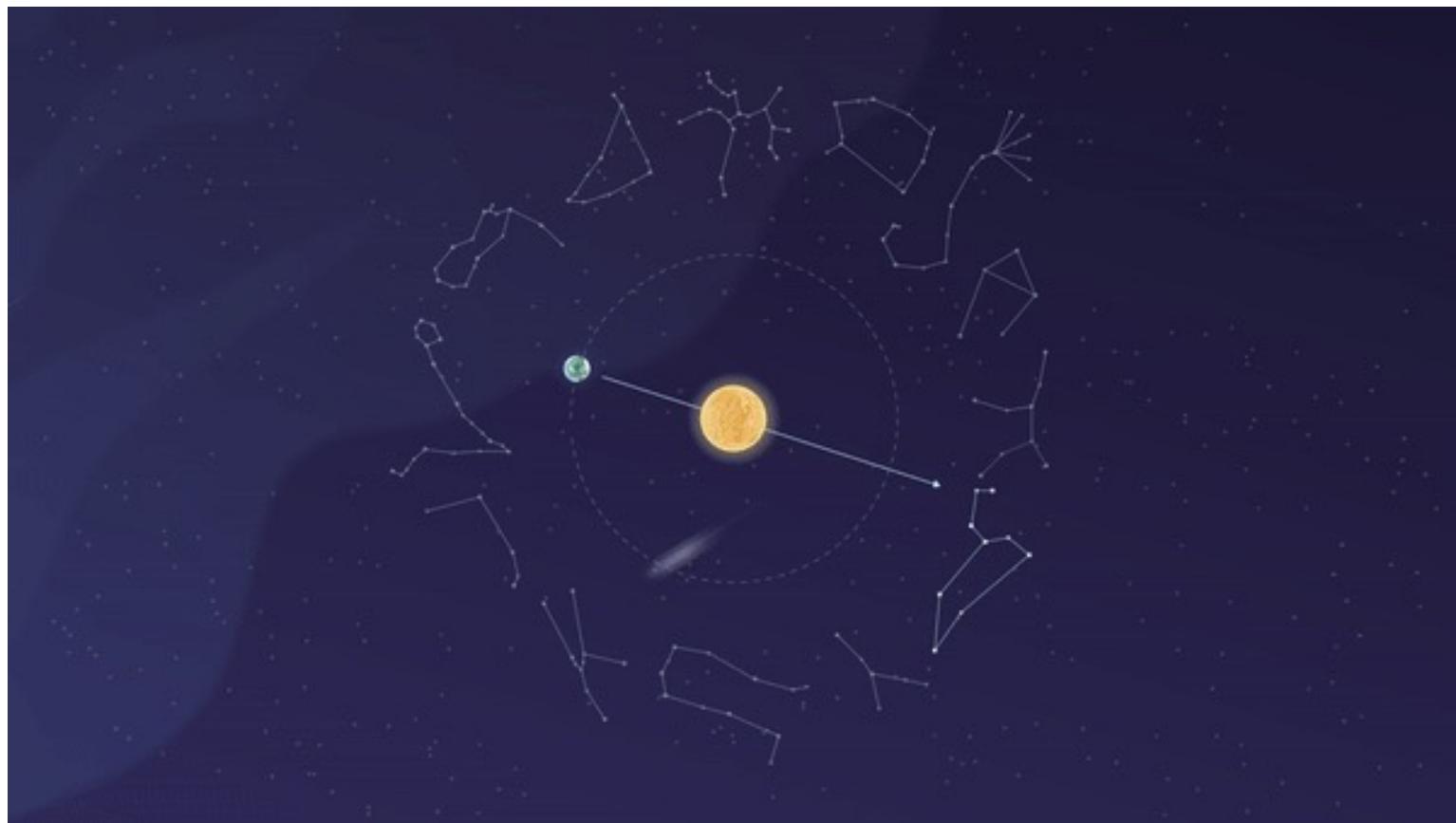


# Ekliptički koordinatni sistem

- .Referentna ravan je ravan ekliptike.  
Ekliptika je ravan u kojoj Zemlja orbitira oko Sunca.
- .K i K' se ovde zovu severni i južni ekliptički pol
- .Referentni pravac je i dalje gama tačka.
- .Koordinate se zovu ekliptička longituda i ekliptička latituda.

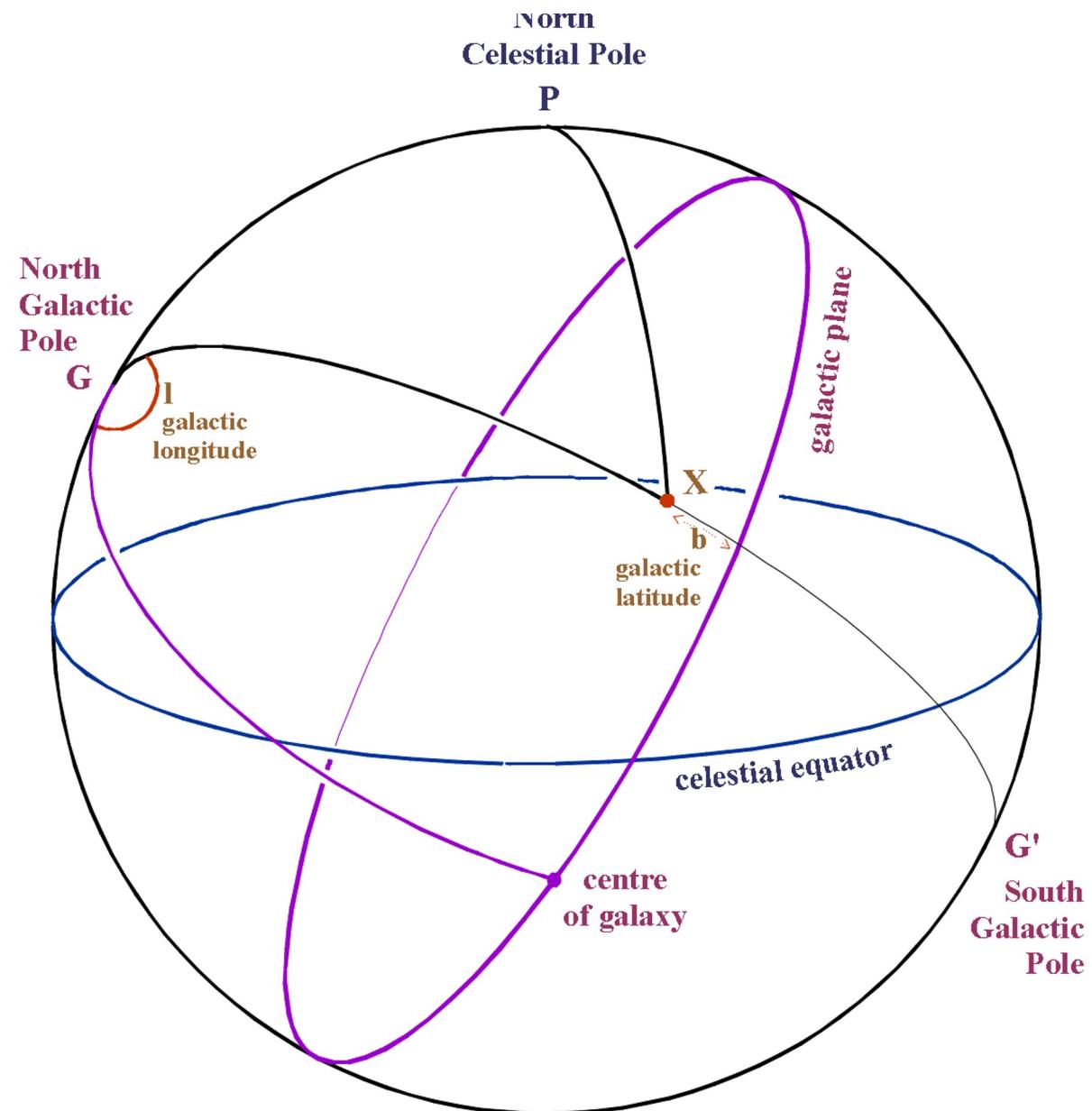


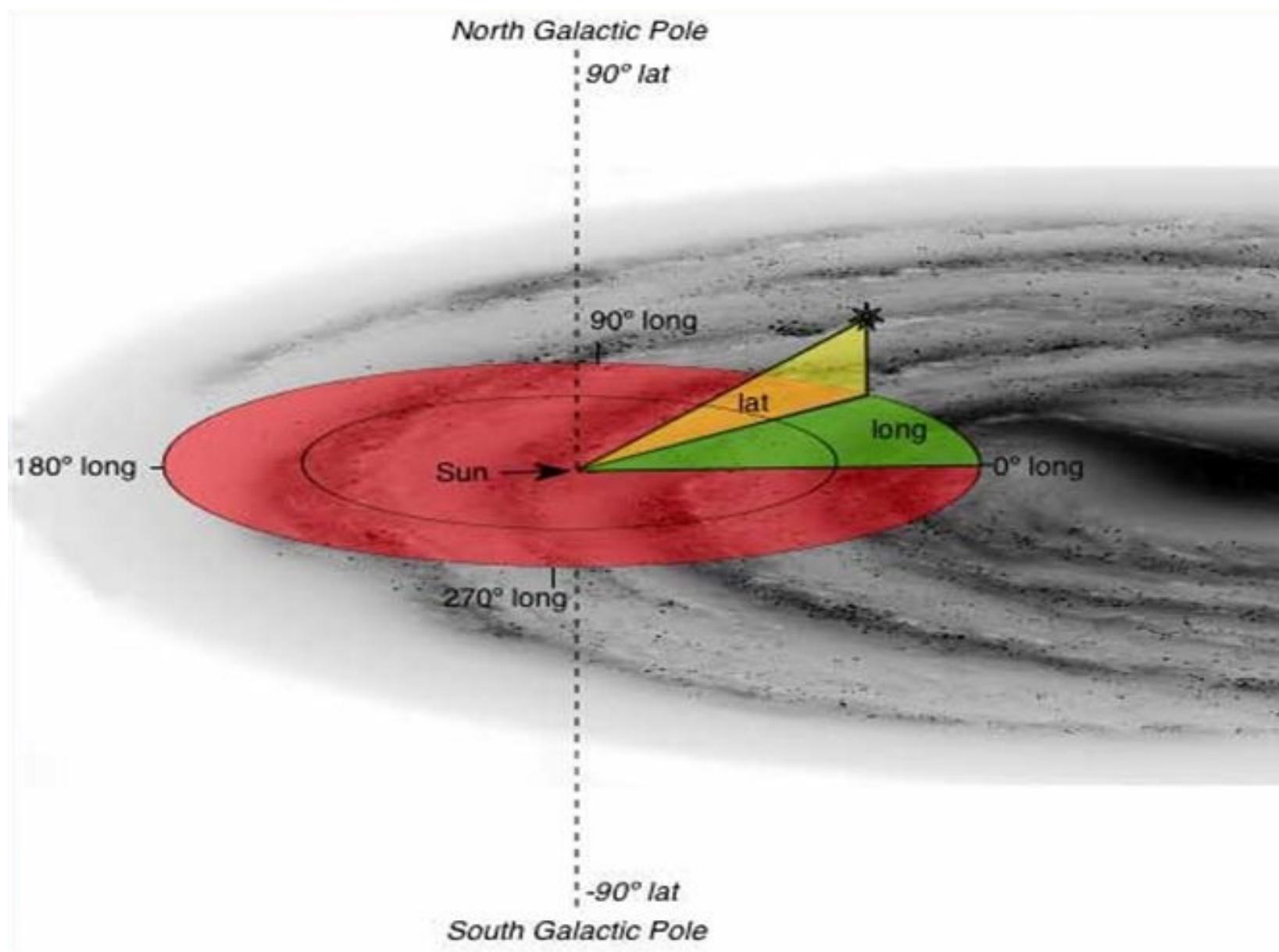
# Ekliptika



# Galaktički koordinatni sistem

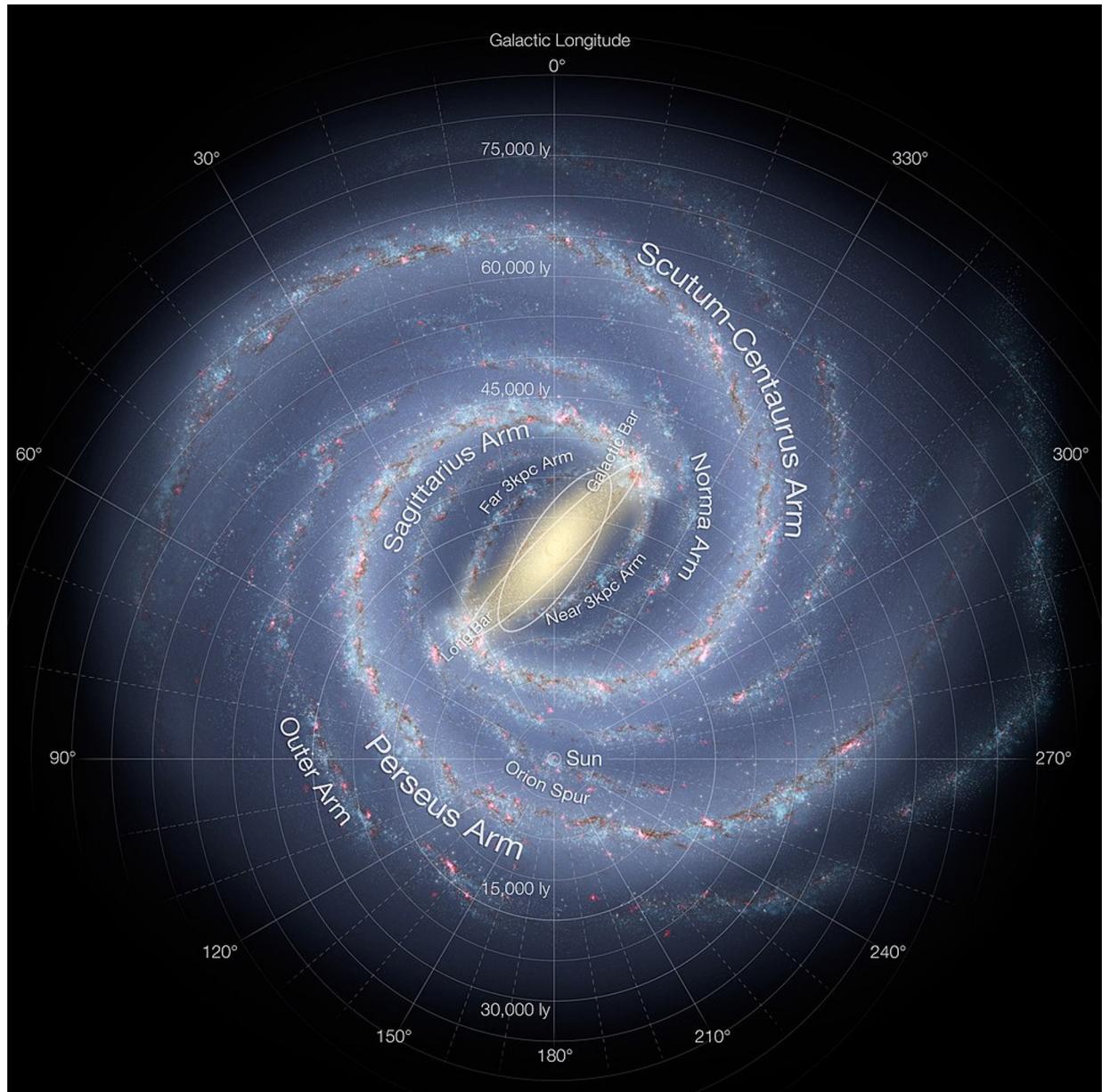
- Referentna ravan je ravan naše Galaksije. Naša galaksija je tzv. spiralna galaksija i zove se Mlečni put.
- G i G' su severni i južni galaktički pol.
- Referentni pravac je i pravac ka centru galaksije.
- Koordinate se zovu galaktička longituda i galaktička latituda.





## Naša galaksija:

- Spiralna galaksija sa oko 100 milijardi zvezda.
- Većina zvezda se nalazi u ravni diska naše galaksije.
- Halo naše galaksije čine stara zvezdana jata i tamna materija.
- Imajte u vidu da je centar galaktičkog koordinatnog sistema (obično) Sunce, ali da Sunce nije zaista centar galaksije.





The Milky Way paints the night sky above the Zlatibor Mountains and Lake Ribnica in Western Serbia | Dejan Zakić

## Za kraj

- .Koordinatni sistemi imaju različite referentne ravni i pravce ali u principu mogu da imaju i različite centre!
- .Npr. možemo da imamo ekliptički koordinatni sistem sa centrom u Zemlji (geocentrični) ili u Suncu (heliocentrični), čak i u posmatraču (topocentrični)
- .Odabir centra u principu nije važan ali može da bude razlog za neke manje korekcije koordinata.
- .Za nas je najvažnije da imamo ideju o tome šta koordinate znače i da ih shvatimo u kontekstu prividnog kretanja nebeskih tela, tj. da shvatimo njihovu važnost za merenje vremena.