

# OAP 2023

## Lekcija 9: Zvezde i evolucija zvezda

Dragana Ilić (MATF)

27/11/2024

150 година  
MATФ  
Универзитет у Београду  
Математички факултет

**MATФ**  
University of Belgrade  
Faculty of Mathematics

Do sada:

- Videli smo kako nam izgledaju tela na nebeskoj sferi
- Videli smo kako izgleda njihovo prividno kretanje usled dnevnog i godišnjeg kretanja Zemlje
- Iispitali smo kretanje planeta u Sunčevom Sistemu
- A nakon toga i kako zrače zvezde
- Današnje teme:
- Osnovne osobine zvezda i njihovu strukturu
- Njihov raspored u galaksiji i osnove strukture naše galaksije (sledeći čas)
- Galaksije kao osnovni element Vasione

# Magnituda

- Kao što smo videli, raspon luminoznosti (apsolutnog sjaja) zvezda je nekoliko redova veličina.
- Zbog različite udaljenosti do različitih zvezda, osvetljenost (prividni sjaj) zvezda pokriva još nekoliko redova veličina.
- Ljudska čula su logaritamski osetljiva na nadražaje.
- Zato npr., izražavamo intenzitet zvuka u dB (logaritamska skala):

Source	Intensity	Intensity level	$\times$ TOH
Threshold of hearing (TOH)	$10^{-12}$	0 dB	1
Whisper	$10^{-10}$	20 dB	$10^2$
Pianissimo	$10^{-8}$	40 dB	$10^4$
Normal conversation	$10^{-6}$	60 dB	$10^6$
Fortissimo	$10^{-2}$	100 dB	$10^{10}$
Threshold of pain	10	130 dB	$10^{13}$
Jet take-off	$10^2$	140 dB	$10^{14}$
Instant perforation of eardrum	$10^4$	160 dB	$10^{16}$

Table 1.1 from [Müller, FMP, Springer 2015]

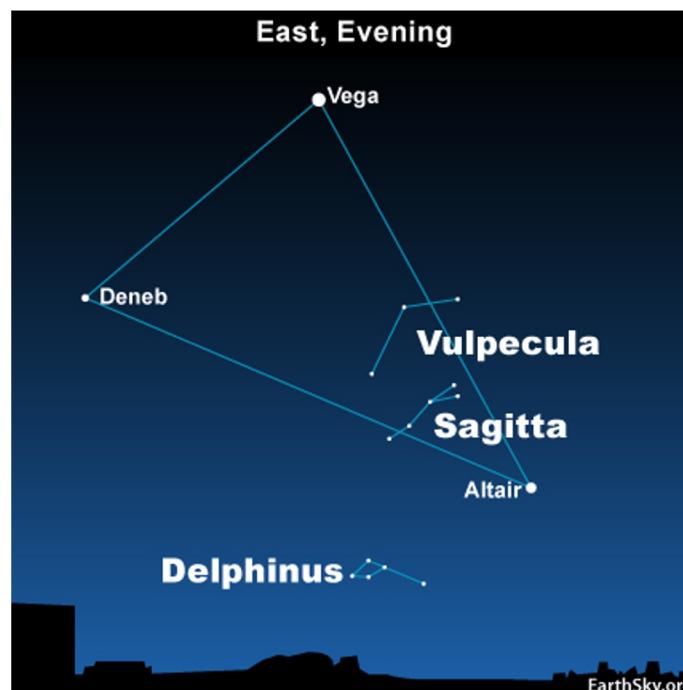
# Magnitude -PODSETNIK

- Zato astronomi koriste **magnitude** – jedinice za prividni i absolutni sjaj u logaritamskoj skali:
- Uveo ih je **Pogson**, pre nekih 150 godina, imitirajući podelu na “klase” koje su uveli stari grci.
- **Prividna magnituda** neke zvezde je:

$$m = -2.5 \log \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_0}$$

Osvetljenost koju primamo od zvezde  
Referentna osvetljenost  
(osvetljenost koju daje zvezda  
magnitude 0).

Zvezda koja ima prividnu magnitudu **nula**  
je **Vega (najsjajnija zvezda u sazvežđu Lire)**



## Neki sjajni objekti na nebu:

Object	V	Note
Sun	-26.7	
Full Moon	-12.0	
Venus	-4.7	at brightest
Sirius	-1.4	$\alpha$ Canis Major
Vega	0.0	$\alpha$ Lyra
Castor	0.0	$\alpha$ Gemini
Deneb	0.1	$\alpha$ Cygnus
Altair	0.2	$\alpha$ Aquila
Polaris	0.6	$\alpha$ Ursa Minor
Pollux	1.0	$\beta$ Gemini
Betelgeuse	1.5	$\alpha$ Orion
Aldebaran	1.5	$\alpha$ Taurus
Antares	1.9	$\alpha$ Scorpius

Kada Betelgez postane crveni džin, prividna magnituda će mu biti -12.4!

# Prividna magnituda

- Mera prividnog sjaja objekta
- Što je magnituda manja, to je objekat **sjajniji** (zapamtite to kao: prva magnituda je prva "klasa", druga magnituda je druga "klasa", itd...)
- Magnituda zavisi od **stvarnog** sjaja objekta i od **udaljenosti** do tog objekta:

$$m = -2.5 \log \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_0}$$

$$\mathcal{E} = \frac{L}{4\pi d^2}$$

- Kako onda izražavamo **apsolutni sjaj** nekog objekta?
- **Apsolutnom magnitudom**

# Apsolutna magnituda

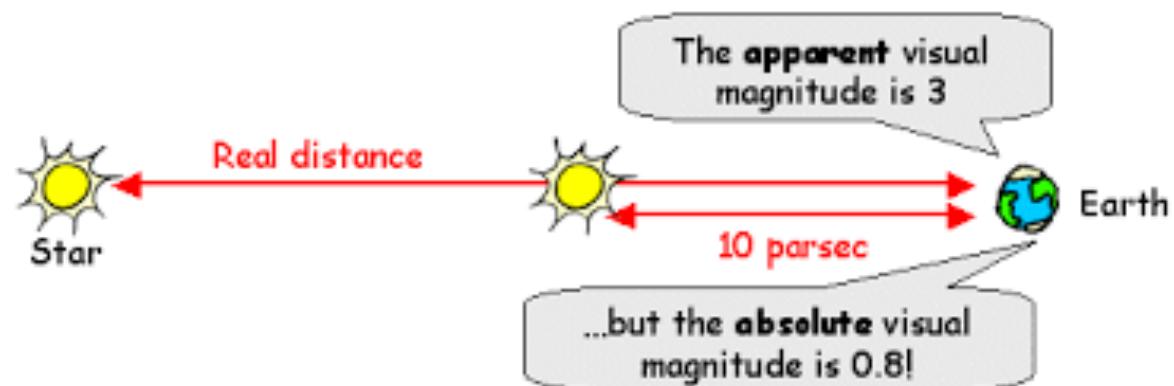
- Mera apsolutnog (stvarnog) sjaja nekog objekta, tj. njegove **luminoznosti**

$$M = -2.5 \log \frac{L}{L_0}$$

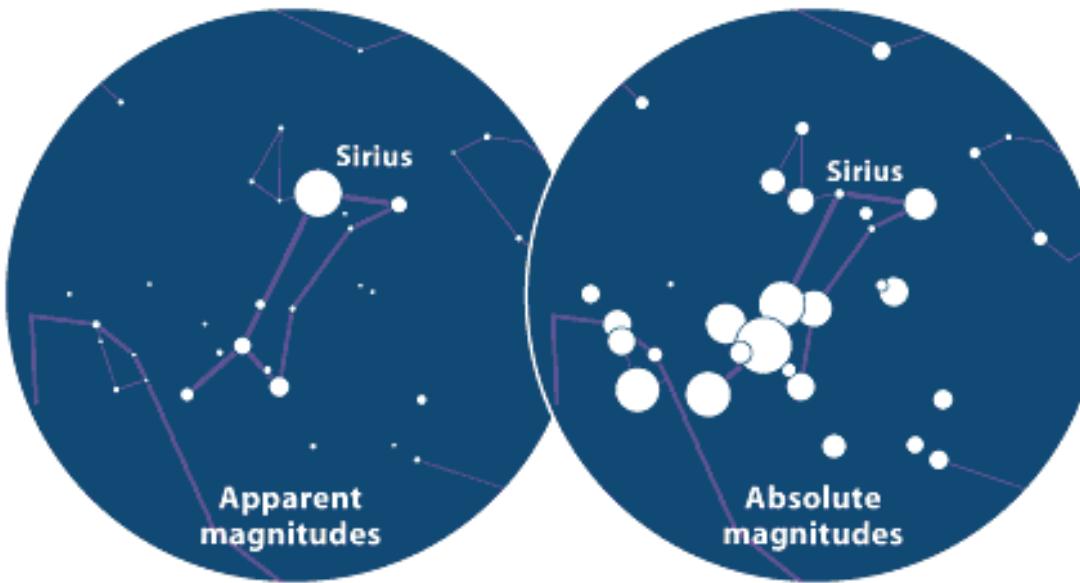
$$M - m = 2.5 \log \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}(d = 10\text{pc})}$$

- Npr **Rigel** (jedna od zvezda u sazvežđu Orion) ima prividnu magitudu 0.12 i nalazi se na udaljenosti od oko 860 svetlosnih godina. Kolika je njena absolutna magnituda?

Apsolutna magnituda je prividna magnituda nekog objekta koju bi taj objekt imao da je na udaljenosti 10 pc.



# Prividna vs Apsolutna magnituda



Izmereni sjaj zvezda

Uvedena da bismo mogli da  
uporedujemo sjaj zvezda

## Apsolutna i prividna magnituda nam daju udaljenost:

$$M = -2.5 \log \frac{L}{L_0}$$

$$M - m = 2.5 \log \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}(d = 10\text{pc})}$$

$$M - m = 2.5 \log \frac{L/4\pi d^2}{L/4\pi(10\text{pc})^2}$$

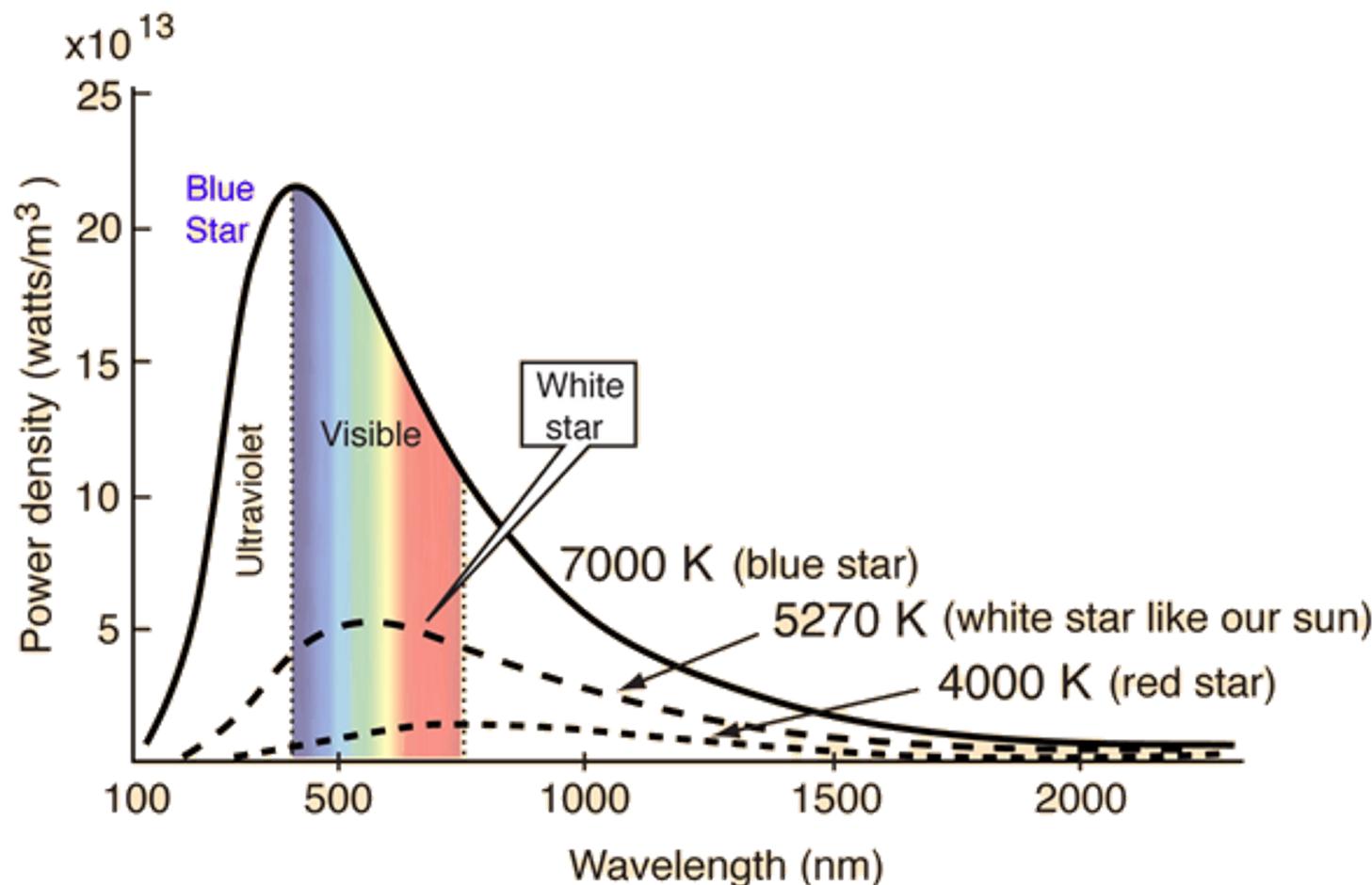
$$M - m = 5 - 5 \log d$$

Moduo udaljenosti

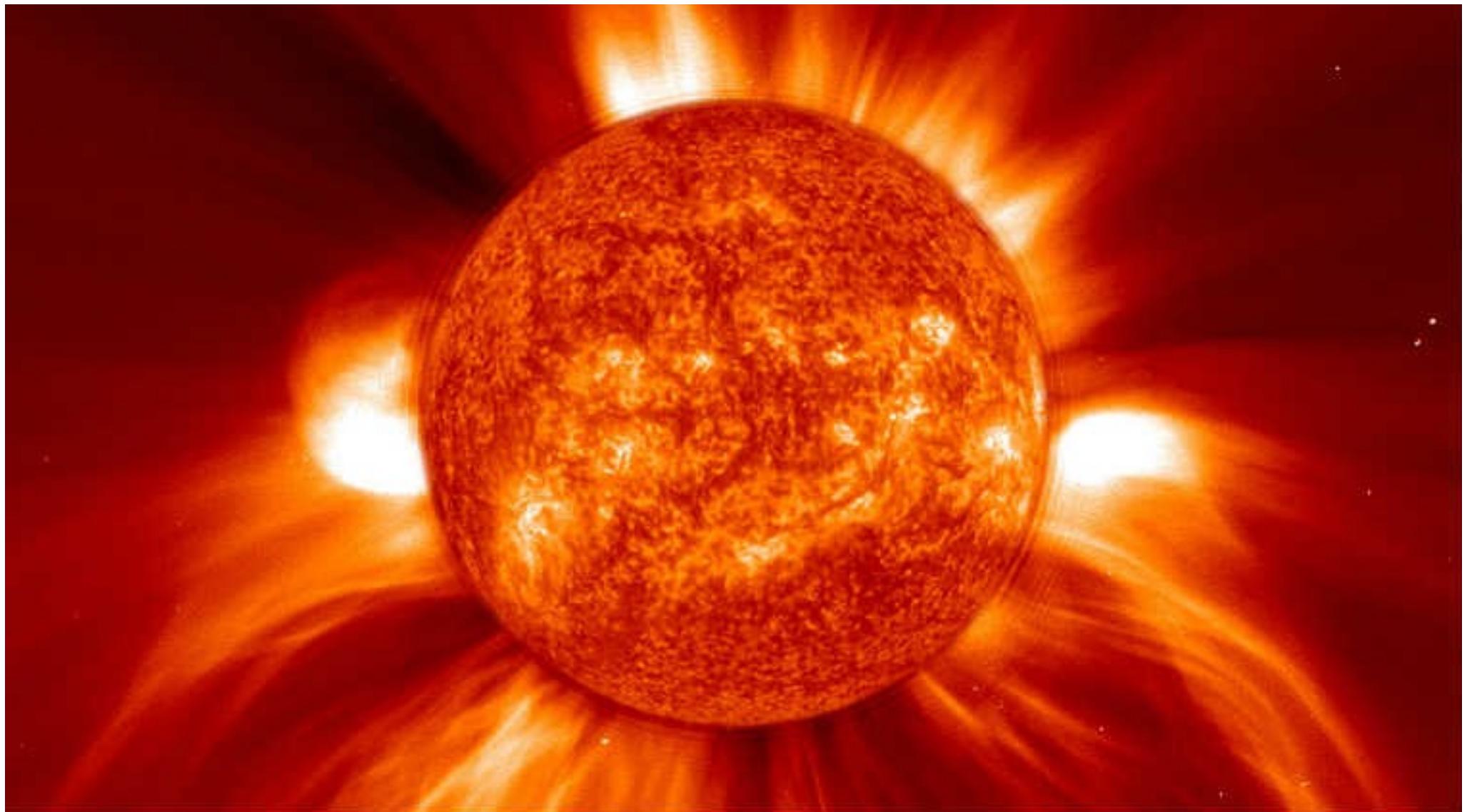
- Zamenom vrednosti dobili bismo da je absolutna magnituda Rigel-a oko -7!
- Poredjenja radi, absolutna magnituda Sunca je 4.8.
- Znači Rigel je oko 100 000 puta sjajniji od Sunca (emituje 100 000 puta više energije!)

# Zvezda ~ Apsolutno crno telo (PODSETNIK)

- Teorijska idealizacija, opisuje raspodelu fotona u nekom idealnom ravnotežnom stanju.
- Usijana gusta tela (zvezde, čvrsta tela) se mogu dobro aproksimirati kao absolutno crna tela. Ovo su "teorijski" spektri zvezda različitih temperatura

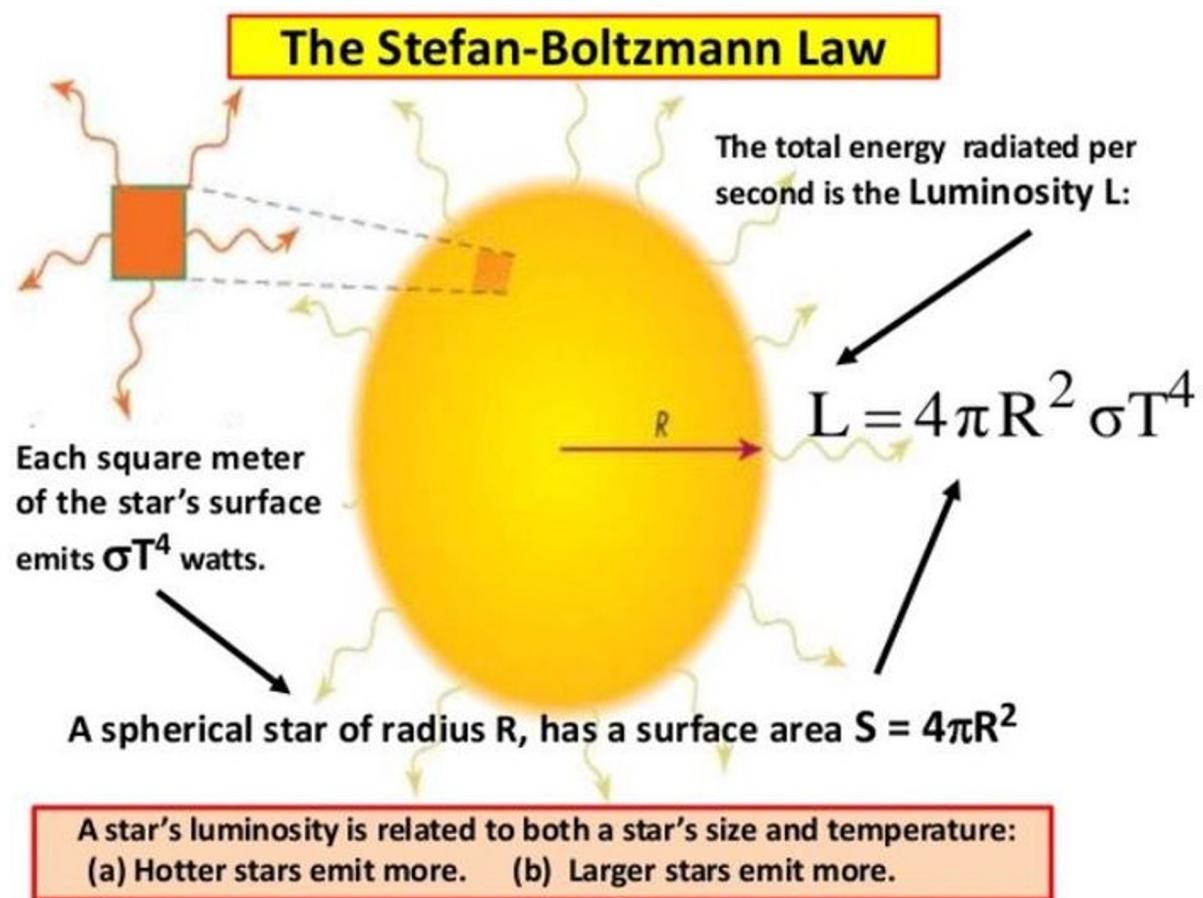


Ogromne lopte jonizovanog gasa



# Zvezde zrače tj. emituju neku energiju

• Ukupna energija koju zvezda izrači u jedinici vremena jednaka je proizvodu površne i ukupne emisivnosti. Luminoznost Sunca je  $3.828 \times 10^{26}$  W! (Vati)



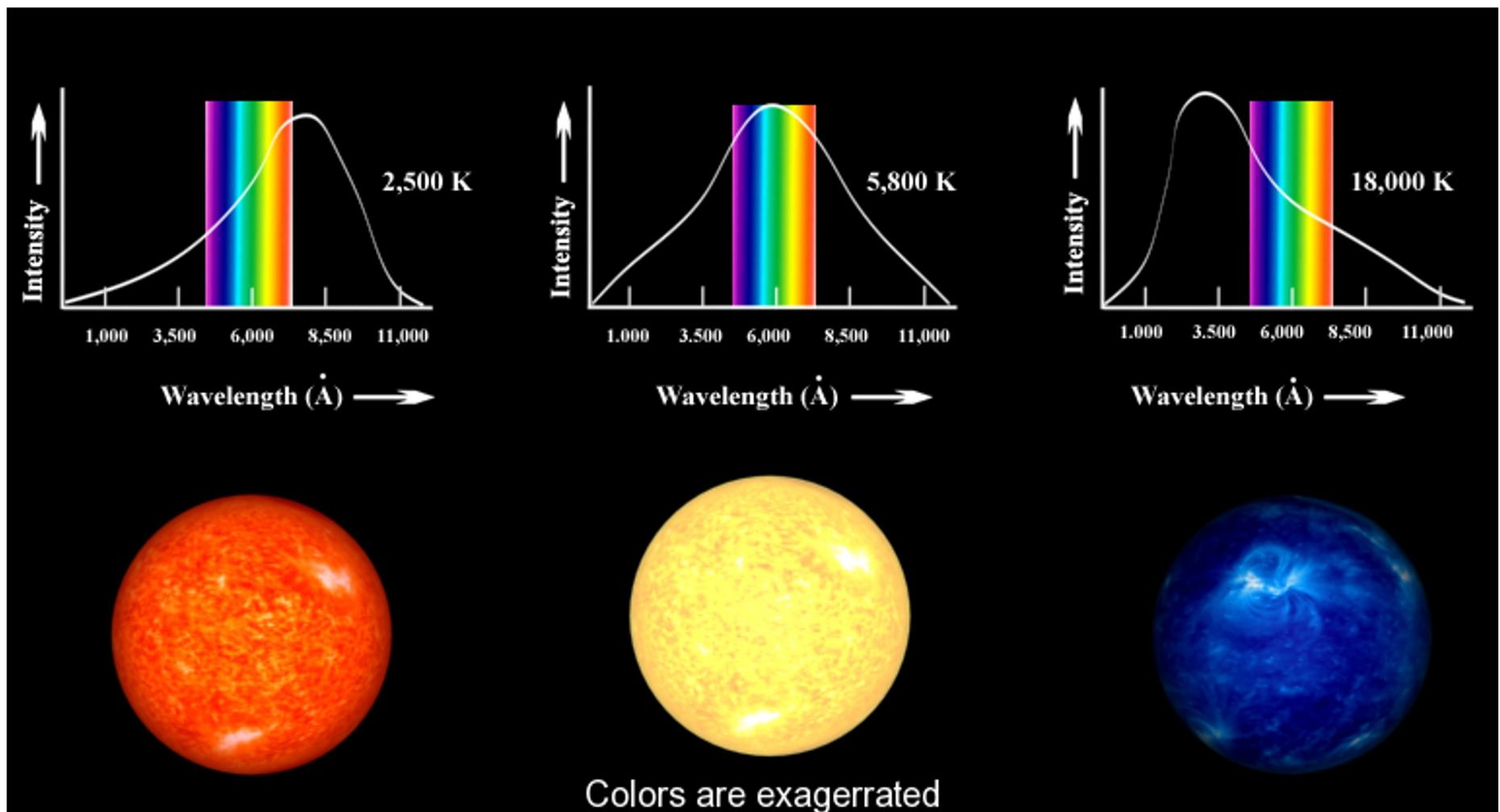
Ovo je takozvana efektivna temperatura zvezda.

Bliska je površinskoj temperaturi.

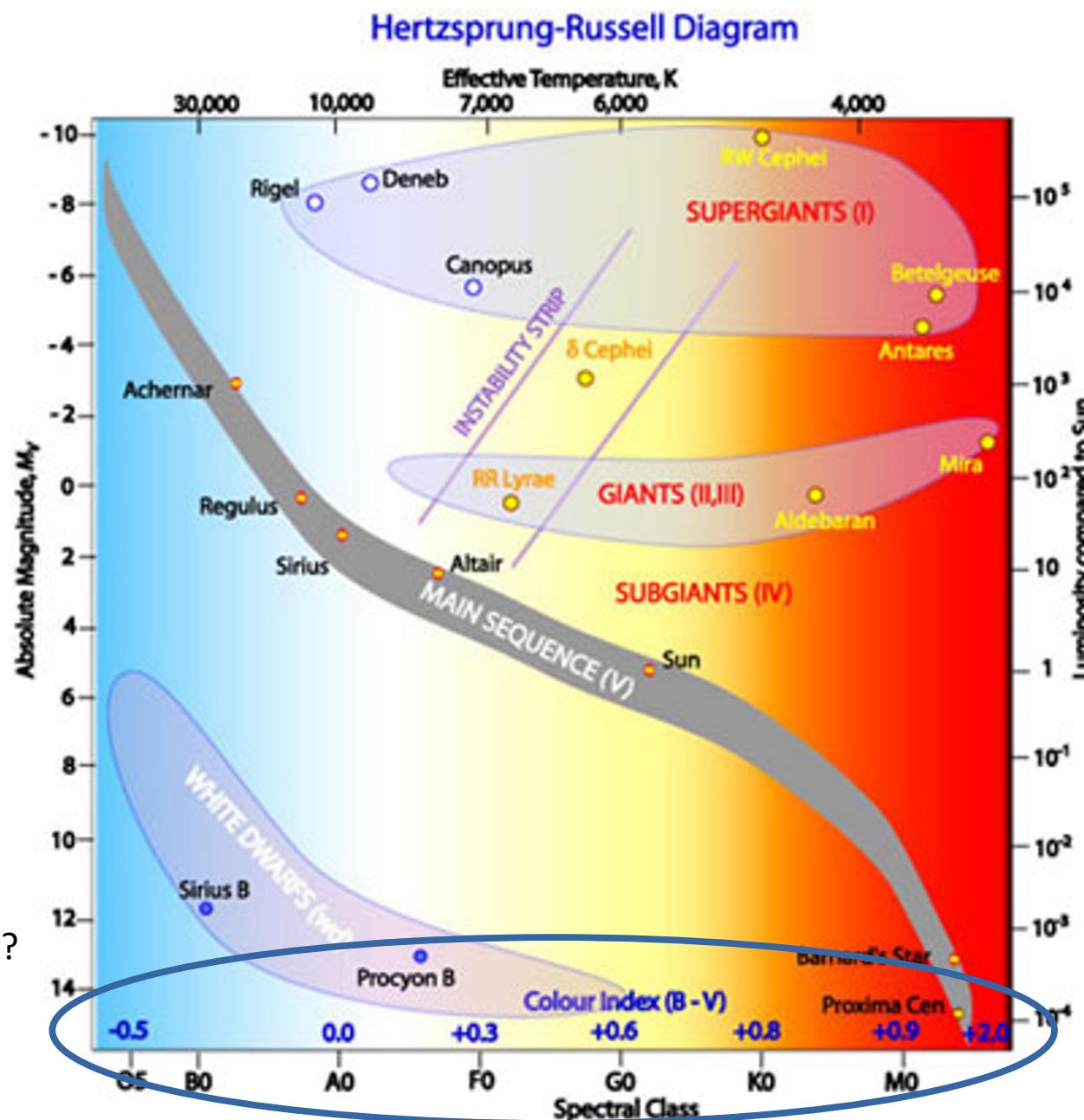
Efektivna temperatura je oko 1000x manja od temperature u jezgru!

## Takodje, zvezde dolaze u različitim bojama

- Zavisno od temperature površine, zvezde će imati različitu raspodelu zračenja.
- Ovo vodi ka tome da toplije zvezde zovemo **plavim** a hladnije zvezde **crvenim**



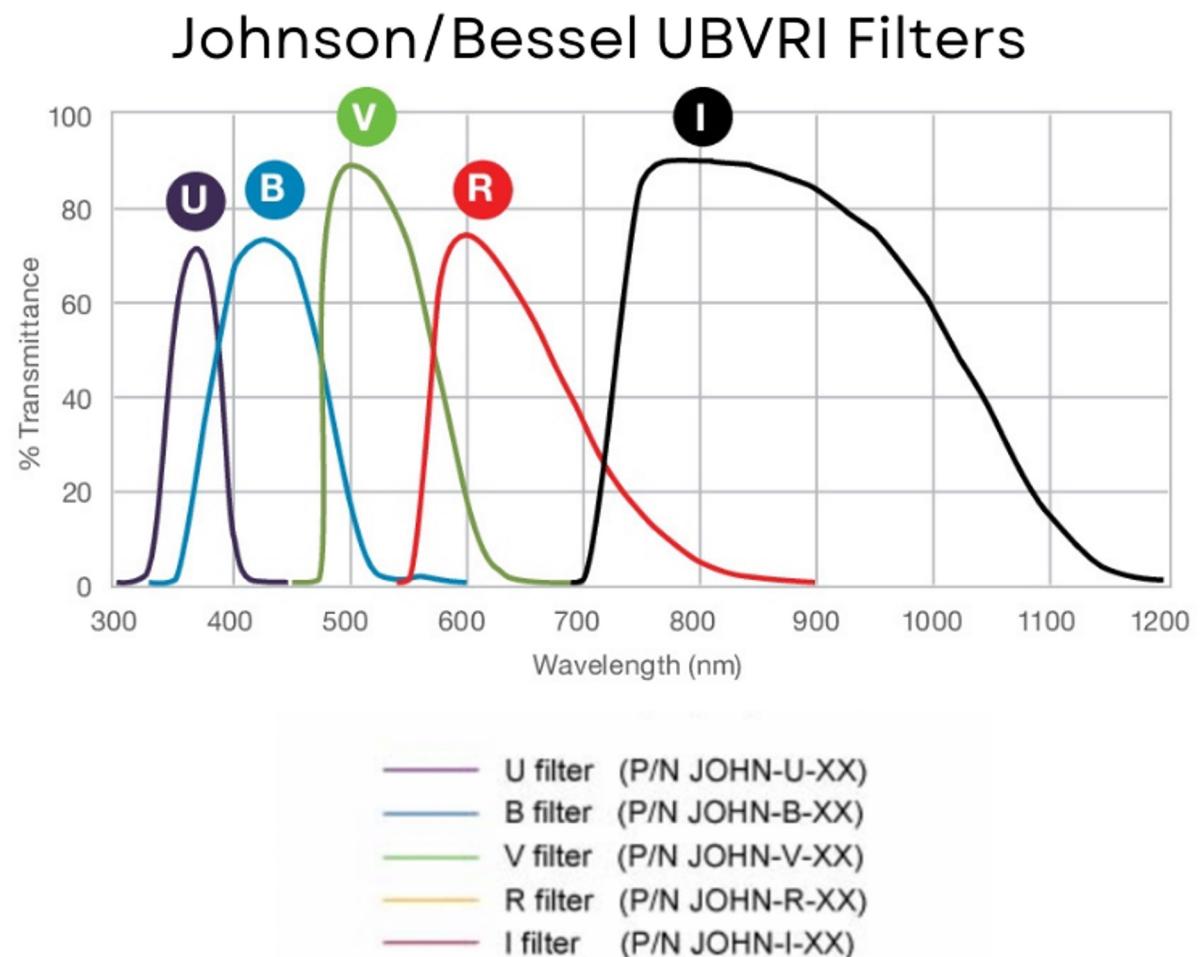
# HR dijagram sa absolutnom magnitudom



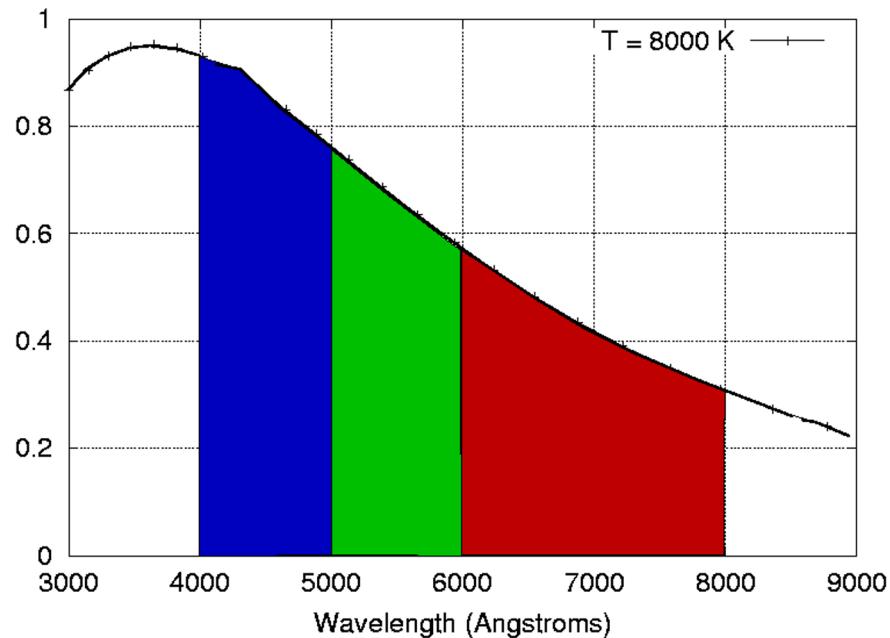
Šta je Color Index?

# Magnitude zvezda u filterima

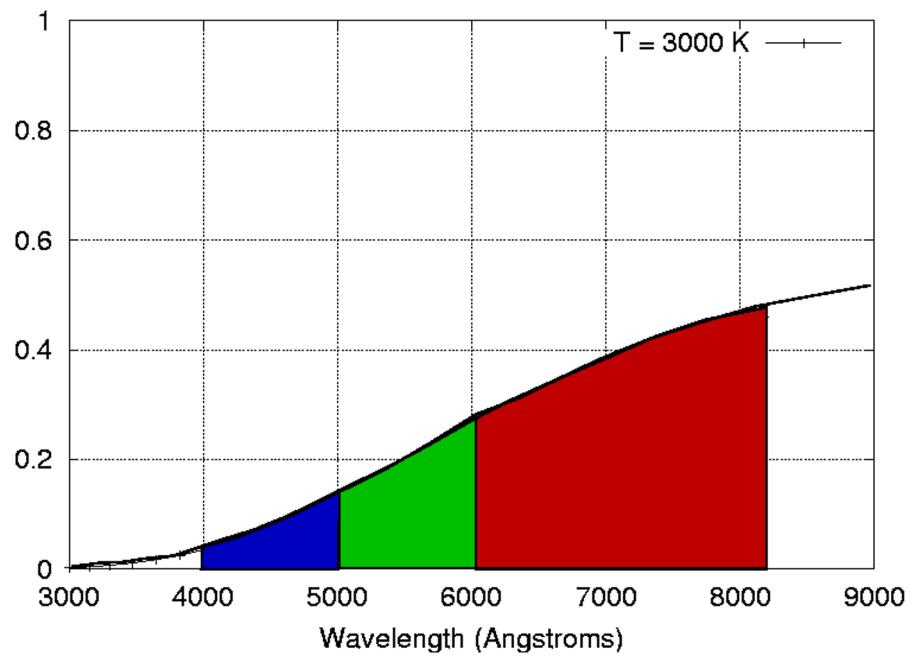
• Ako odredimo sjaj zvezde u nekom opsegu talasnih dužina, onda imamo neki uvid i u njenu fiziku:



# Kolor indeks (*color index = CI*)



Topla zvezda



Hladna zvezda

$$CI = M_B - M_V = m_B - m_V$$

Plavije (hladnije) zvezde imaju negativan kolor indeks, crvenije (hladnije), imaju pozitivan. Kolor indeks možemo, u principu, definisati izmedju bilo koja dva filtera

# Životni put zvezde

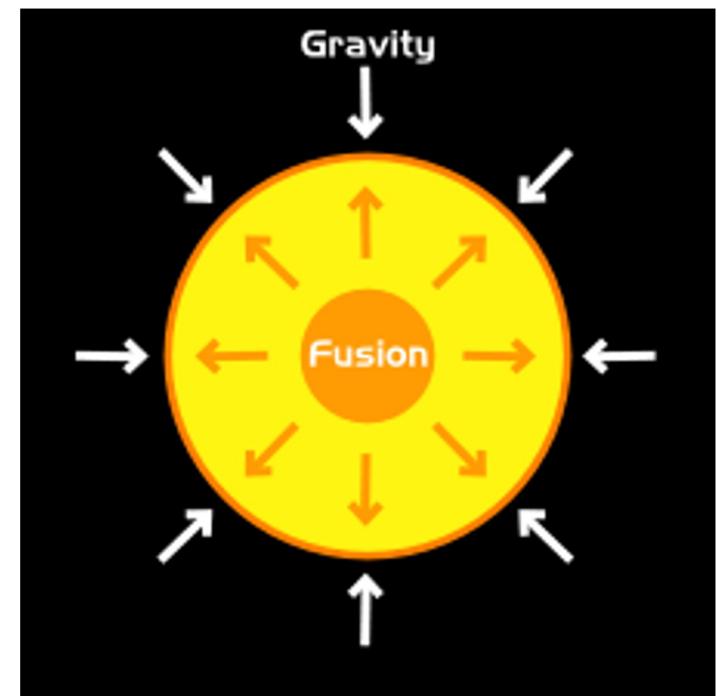
- Konstantna borba sa sopstvenom gravitacijom
- Prve teorije su predlagale da se zvezde polako gravitaciono sažimaju i tako oslobođaju toplotu
- Gravitaciono sažimanje – sporo sažimanje međuzvezdanog oblaka pod dejstvom gravitacije
- Posledica tog sažimanja je povećanje gustine i temperature (pola gravitacione energije se pretvori u termalnu (unutrašnju) energiju



# Izvor energije zvezda

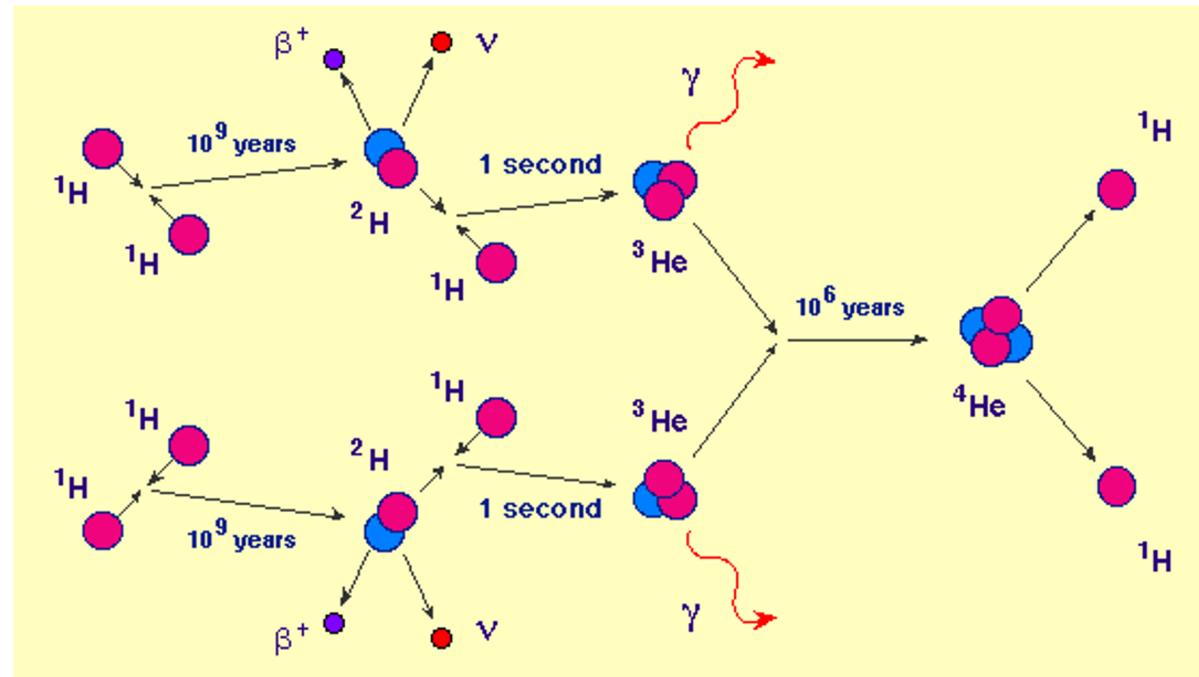
- Prve teorije su predlagale da se zvezde polako gravitaciono sažimaju i tako oslobadaju toplotu
- Međutim Džins (Jeans) je pokazao da bi se zvezde onda jako brzo "ugasile"
- Danas znamo da je ono što oslobadja energiju u jezgrima zvezda **fuzija**
- Fuzija je **nuklearna reakcija** u kojoj, pod posebnim uslovima više atoma lakših elemenata prelaze u jedan atom težeg elementa.
- Fuzija vodonika u helijum je suštinski, prelazak 4 atoma H u jedan atom He
- Energija koju dobijamo je:

$$E = \Delta mc^2$$



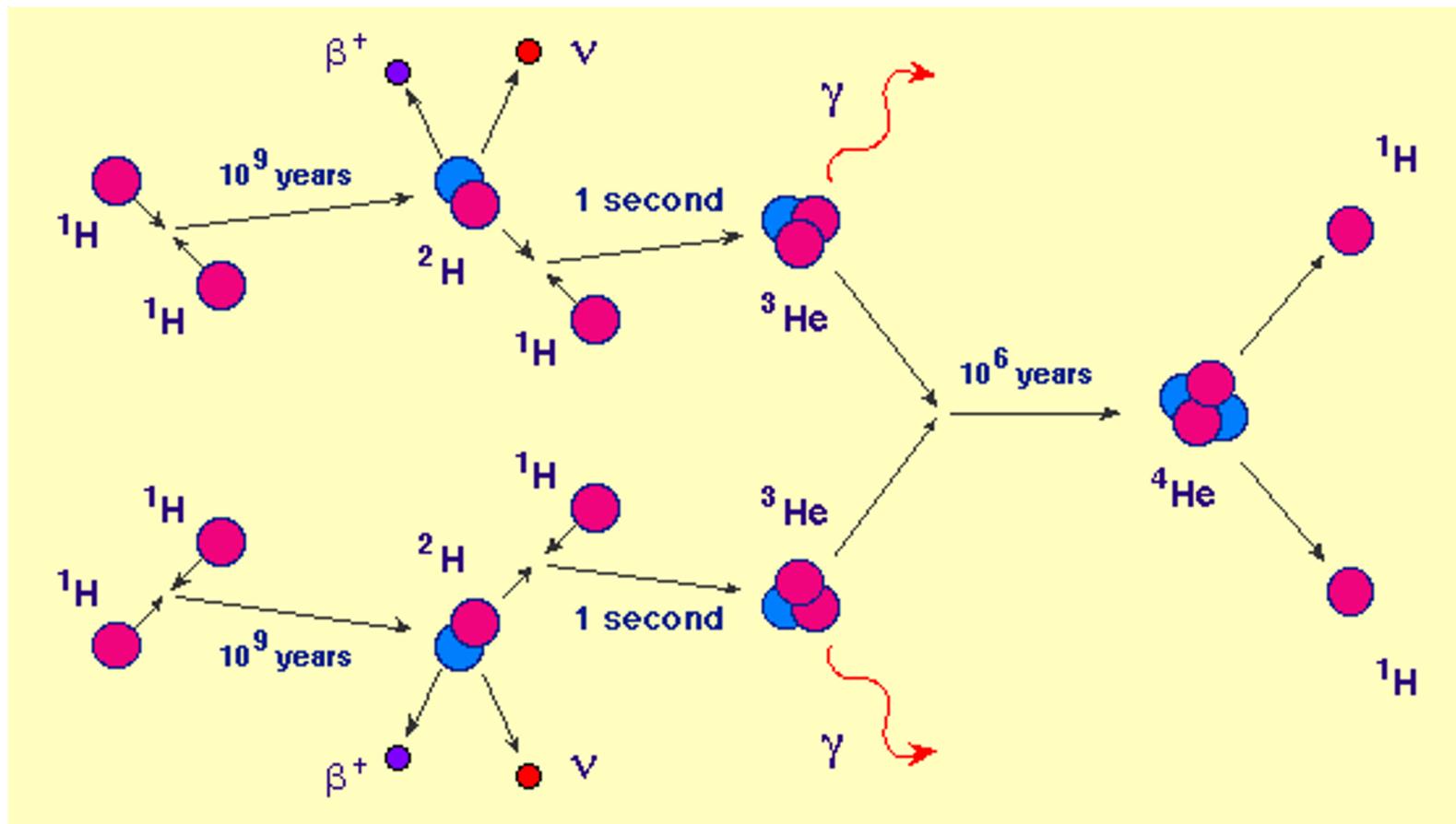
# Termonuklearne reakcije

- **Potrebni uslovi** za fuziju su visoka temperatura i pritisak.
- U centru sunca, vlada temperatura od oko 15 000 000 K i pritisak od oko 30 PetaPaskala!
- atmosferski pritisak (na Zemlji) je 100000 Pa, a temperatura 300 K
- (Mi smo još uvek daleko od toga da reprodukujemo fuziju u laboratoriji)



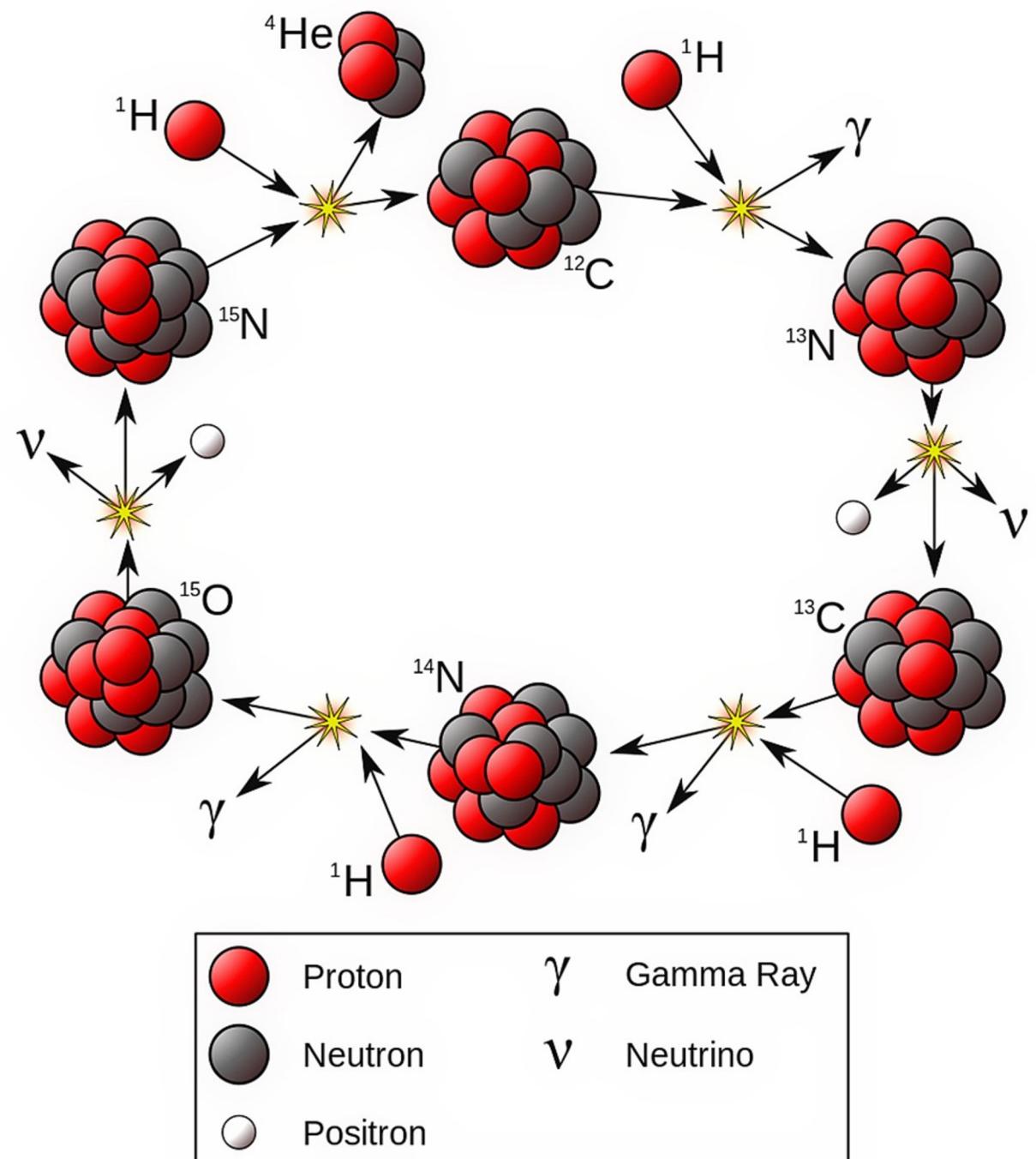
# P-p ciklus

- Ovo je najjednostavniji oblik fuzije vodonika u Helijum
- Energija se oslobadja u vidu **2 neutrina** (slabo interaguju sa materijom) i **2 gama zraka** (2 fotona visoke energije)



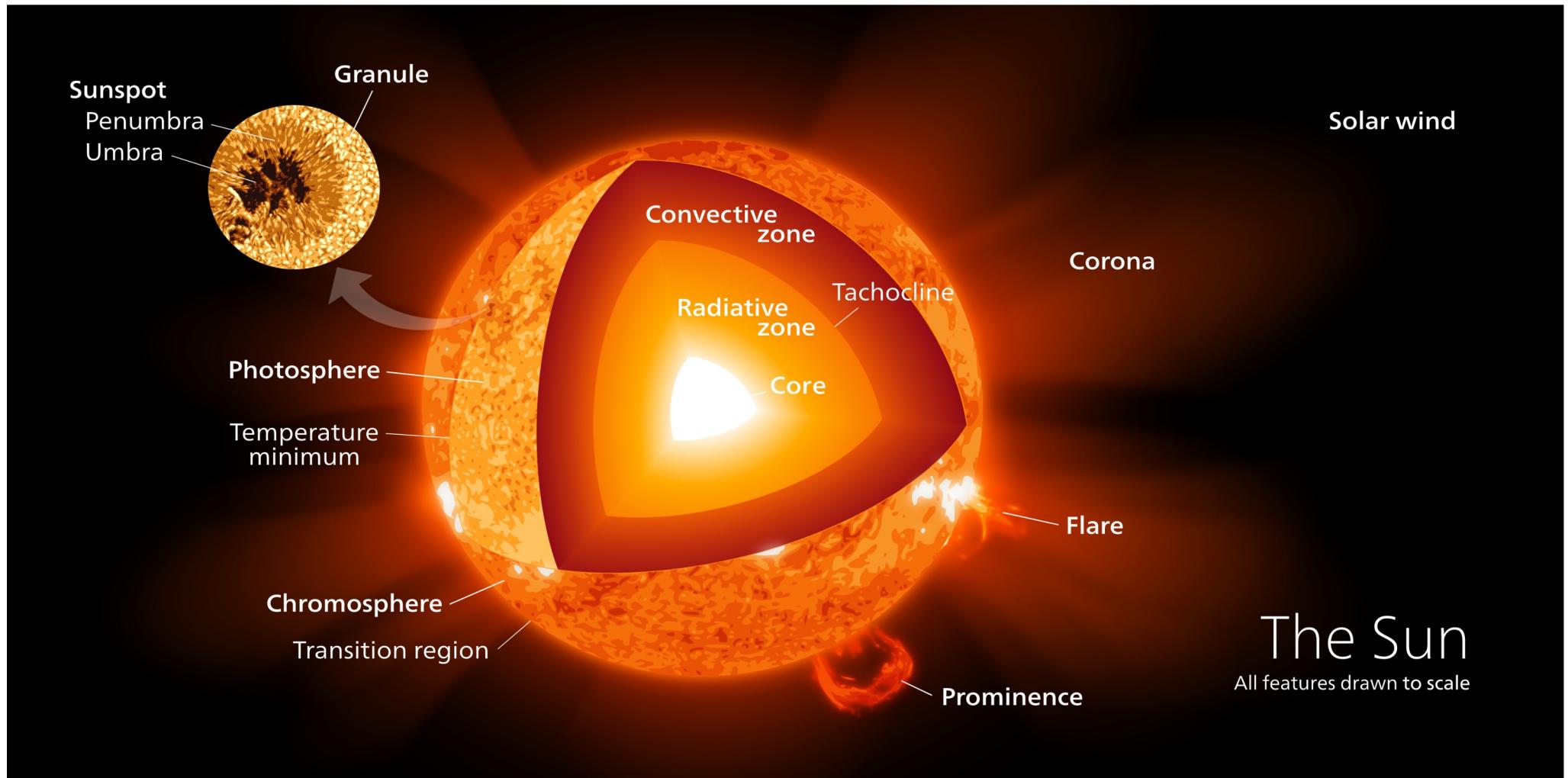
# CNO ciklus

- Zahteva malo veće temperature i pritiske
- Takođe, potrebno je prisustvo vodonika koji služi kao neka vrsta **katalizatora**
- Energija se ponovo oslobadja u vidu **neutrina i gama zraka**

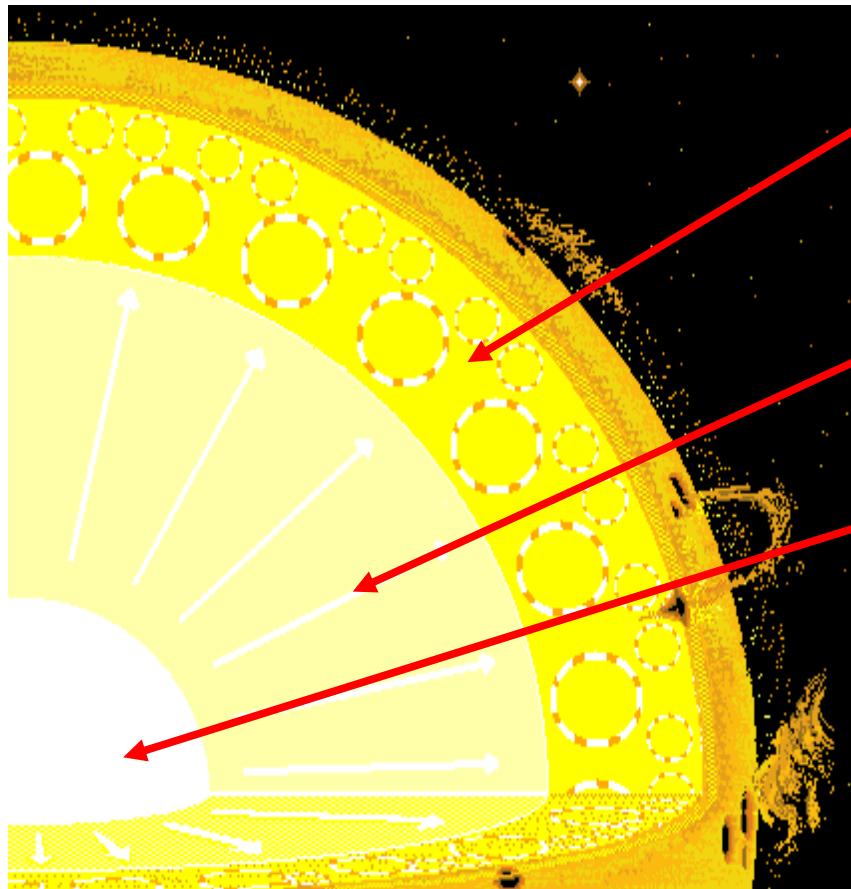


# Zvezdana struktura

- Energija koja nastaje u jezgru biva transportovana ka spolja: prvo radijativno (zračenjem) a zatim i konvektivno.



# Unutrašnjost Sunca



## Konvektivna zona

- energija se do površine prenosi konvekcijom
- “ključanje” – topao gas se penje, hladan gas pada

## Radijativna zona

- energija iz jezgra se prenosi zračenjem

## Jezgro

- fuzija
- $T=15$  miliona C
- 14x veća gustina od olova!
- Pritisak je 10 milijardi puta
- veći nego na Zemlji!

## Jednačine zvezdane strukture

• Ne moramo da ih znamo, poenta je da razumemo da se odnos izmedju osnovnih veličina (masa, gustina, pritisak, luminoznost...) može prikazati putem diferencijalnih jednačina koje dolaze iz nekih (razumnih) fizičkih pretpostavki

### FUNDAMENTAL STELLAR STRUCTURE EQUATIONS (FSSE) IN TIME-INDEPENDENT (STATIC) FORM

$$\frac{dP}{dr} = -G \frac{M_r \rho}{r^2} \quad \text{HYDROSTATIC EQUILIBRIUM}$$

$$\frac{dM_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho \quad \text{MASS CONSERVATION}$$

$$\frac{dL_r}{dr} = 4\pi r^2 \rho \epsilon \quad \text{ENERGY EQUATION}$$

$$\left. \frac{dT}{dr} \right|_{rad} = -\frac{3}{4ac} \frac{\bar{\kappa} \rho}{T^3} \frac{L_r}{4\pi r^2} \quad \text{RADIATIVE TRANSPORT}$$

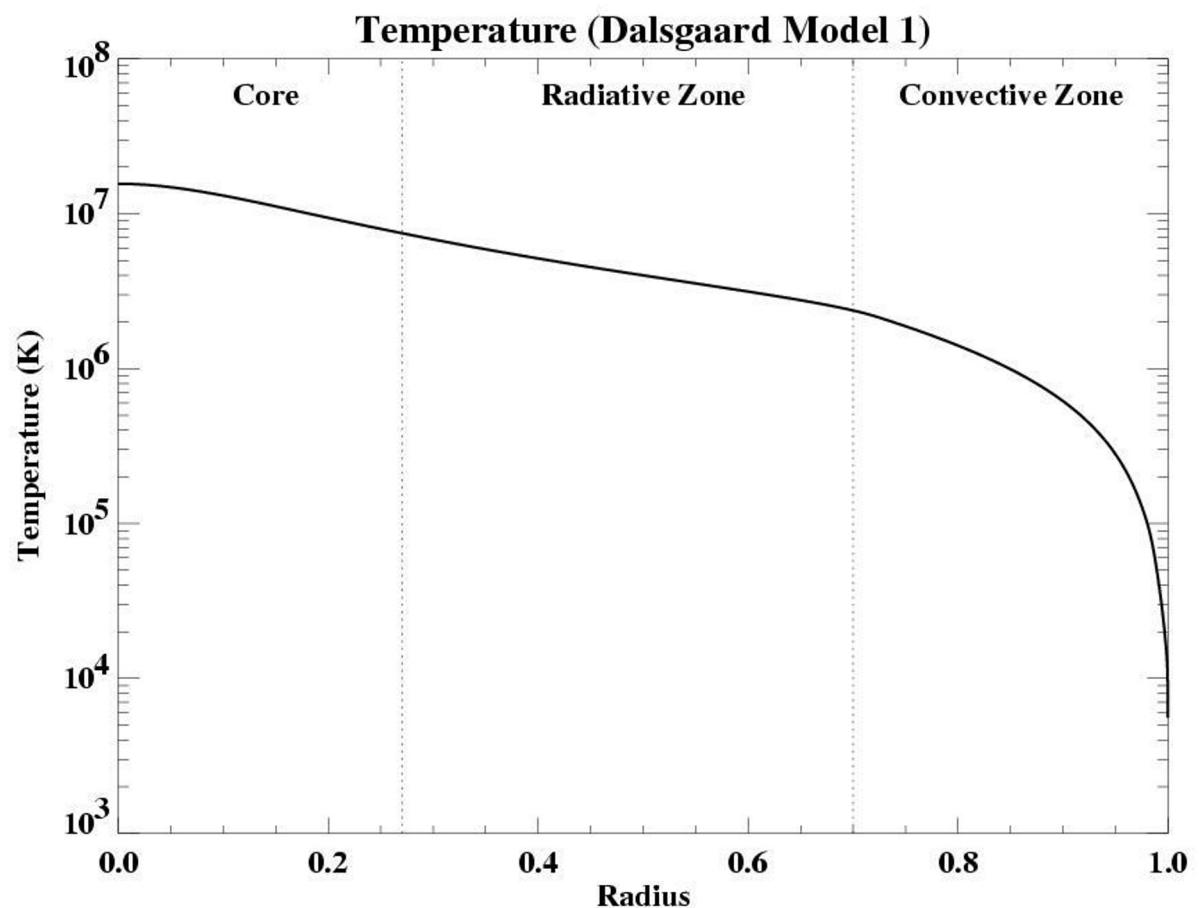
$$\left. \frac{dT}{dr} \right|_{ad} = -\left(1 - \frac{1}{\gamma}\right) \frac{\mu m_H}{k} \frac{GM_r}{r^2} \quad \text{ADIABATIC CONVECTION}$$

# Struktura modela Sunca

- Rešavanjem jednačina **zvezdane strukture** za datu masu, hemijski sastav i granične uslove, dobija se **model zvezde**.
- **Model zvezde je raspodela osnovnih fizičkih veličina duž radijusa zvezde.**

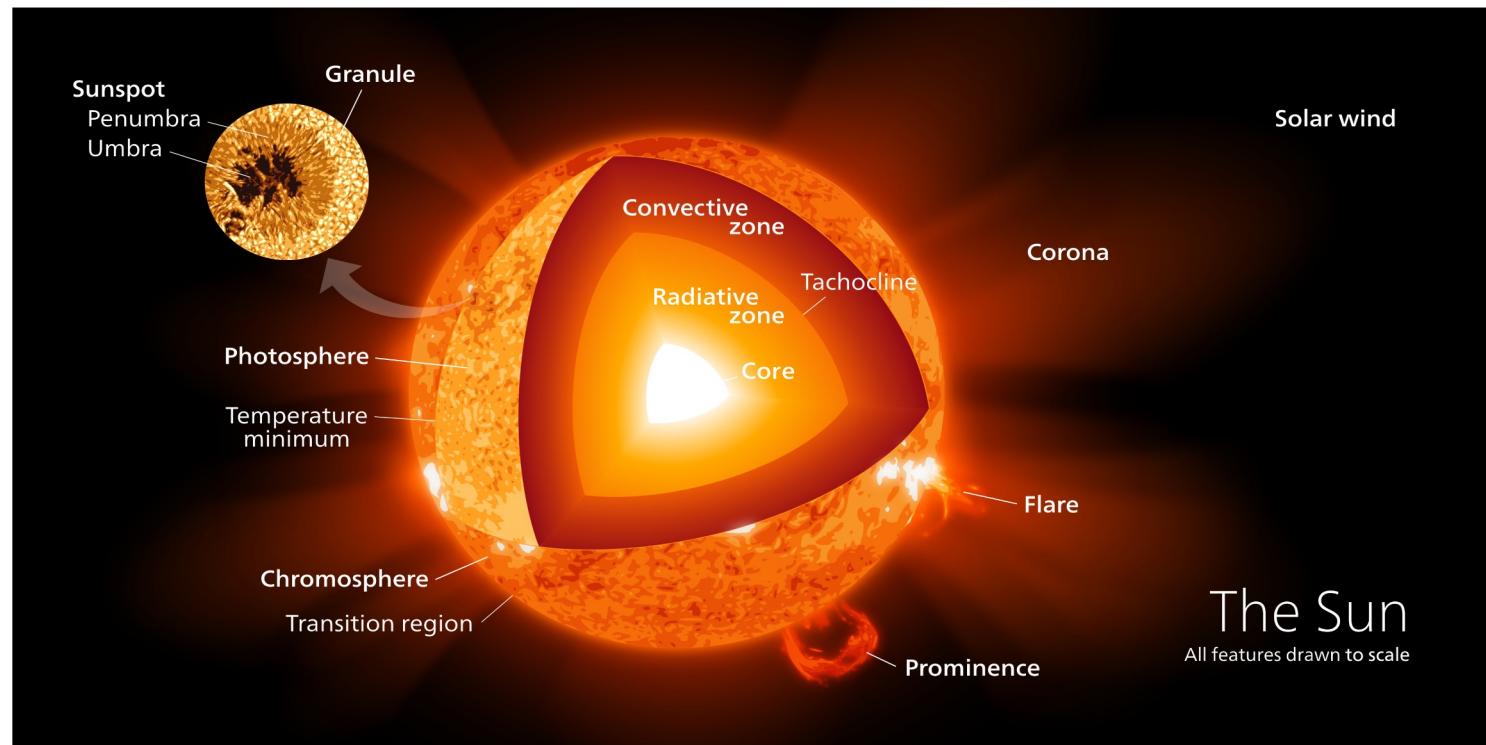
• Možemo našoj skici zvezdane strukture da pripšemo neke konkretnije brojke!

• Npr. ovako se menja temperatura Sunca od centra ka površini



# Jezgro vs. površina

- Temperatura u centru Sunca je 15 000 000 K, na površini, 6000 K
- Pritisak u centru Sunca je 100 000 milijardi puta veći nego atmosferski, na površini, pritisak u Sunčevoj atmosferi je manji od atmosferskog!
- Zvezde su stvarno ekstremni objekti!



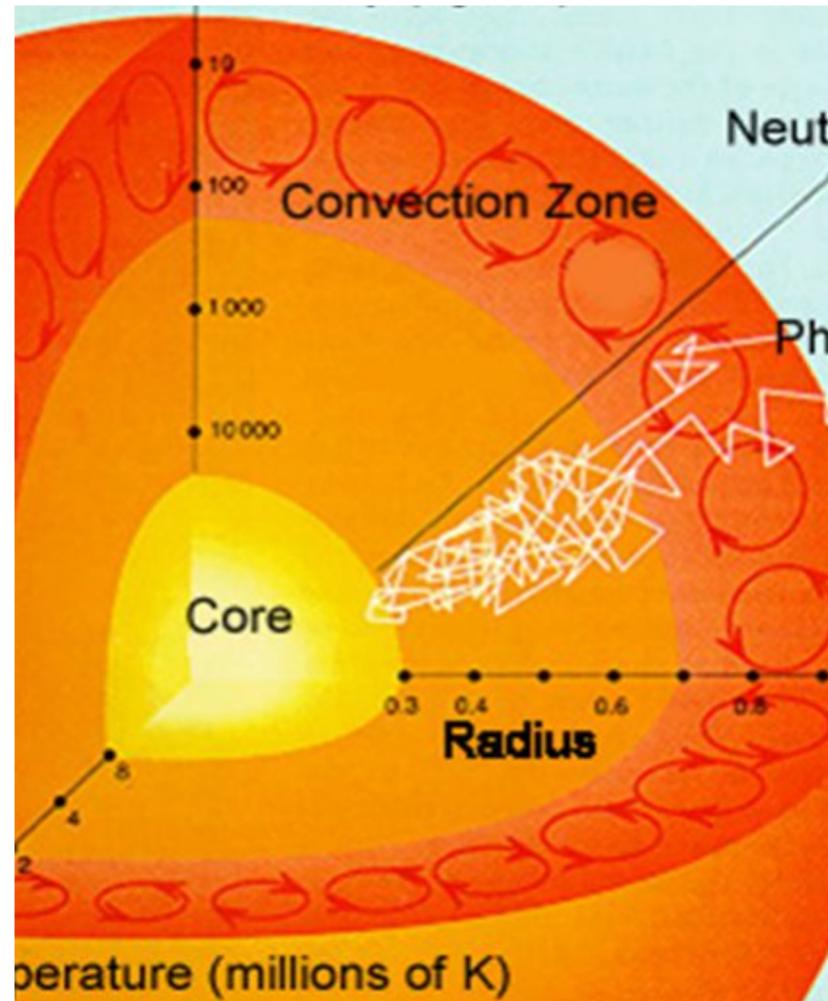
# Struktura modela Sunca

• Rešavanjem jednačina **zvezdane strukture** za datu masu, hemijski sastav i granične uslove, dobija se **model zvezde**.

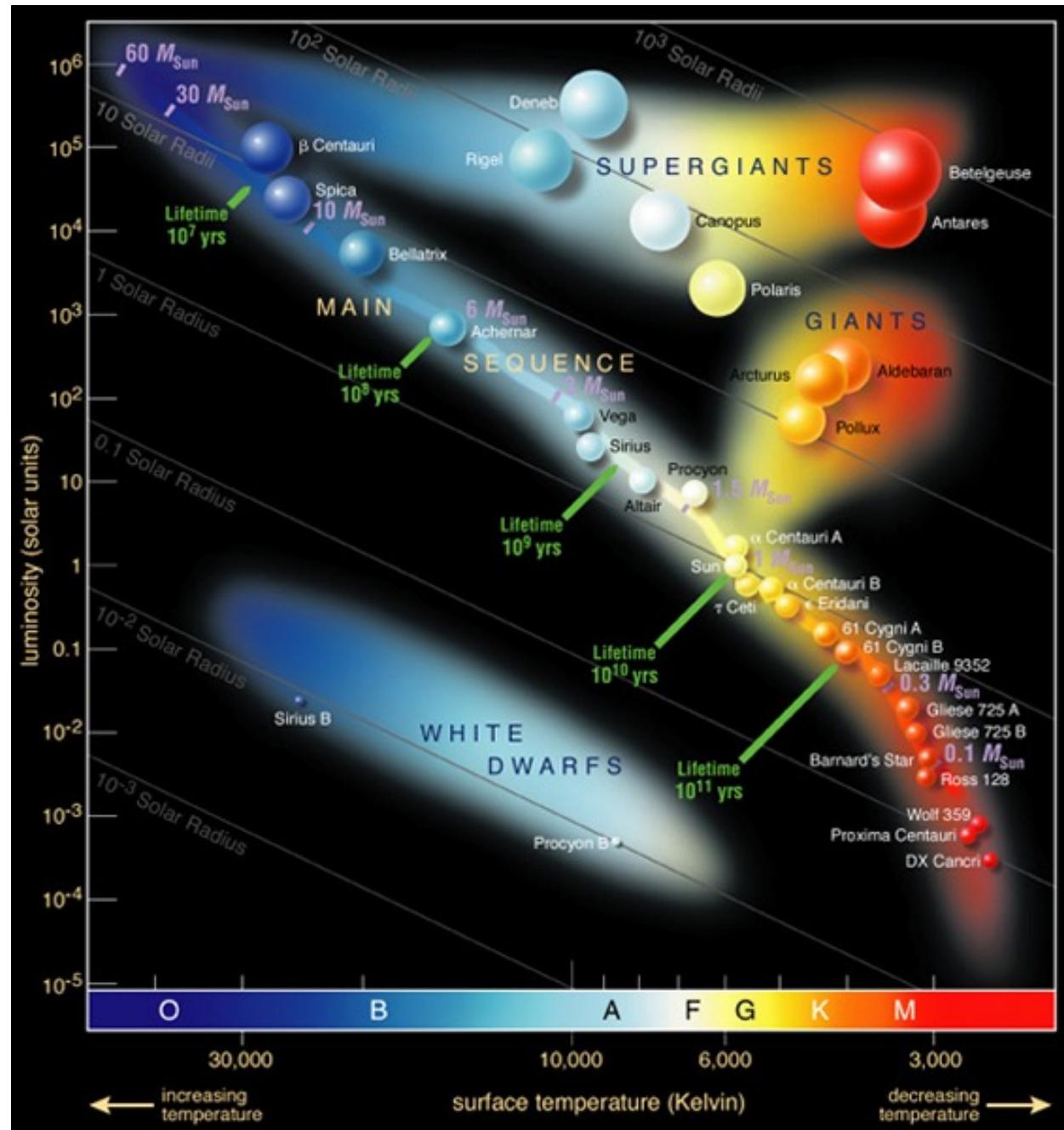
## • Obratite pažnju:

Fizika nam daje koje strukture su u skladu sa našim zadatim uslovima! Zvezda sa zadatim parametrima ne može da ima bilo kakvu strukturu!

• To znači da je zvezdana struktura, (kao i njen život), odredjena masom



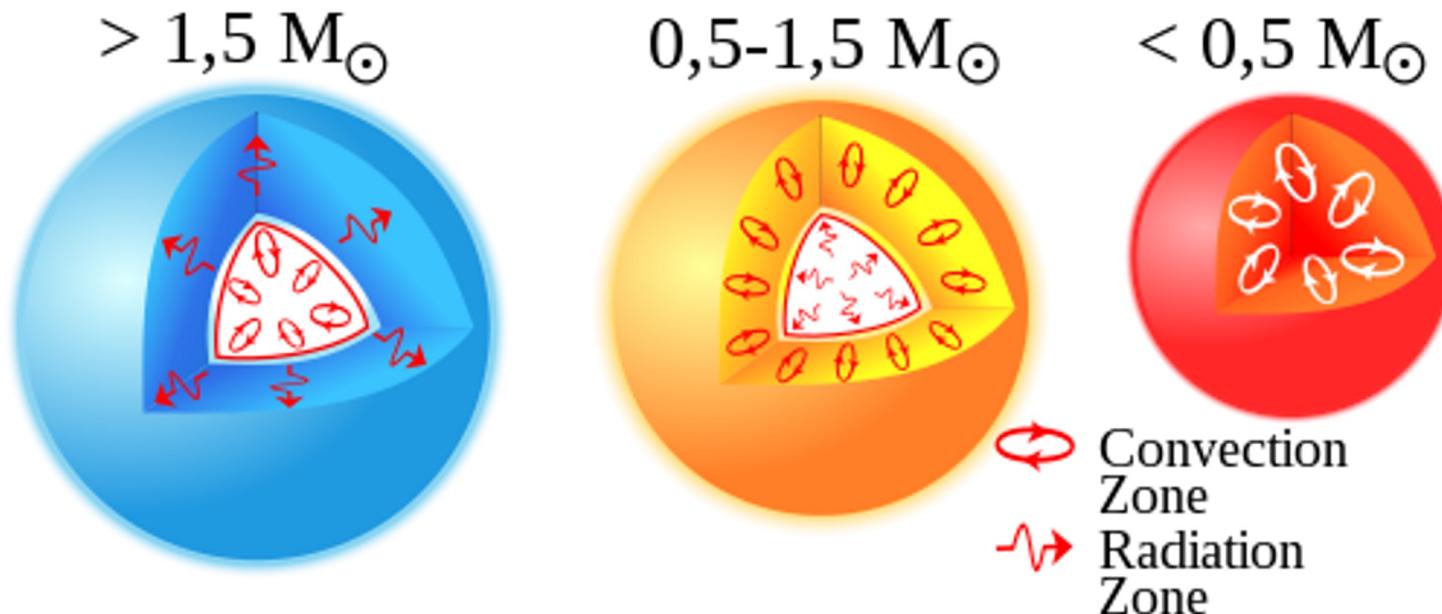
# To je, na neki način, objašnjenje za HR dijagram



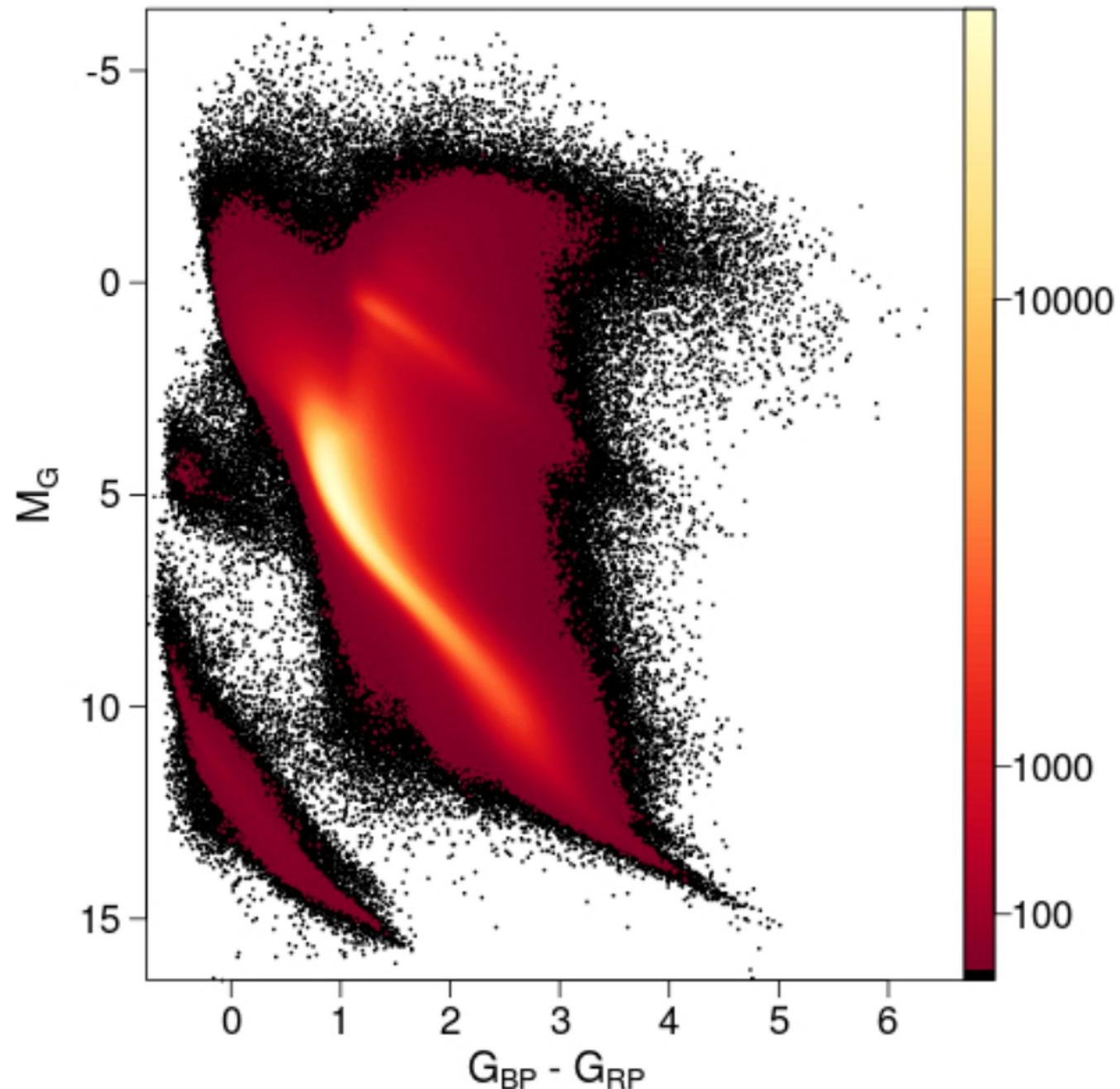
## Zvezde različitih masa imaju različitu unutrašnju strukturu

- Masivne vrele zvezde imaju konvektivna jezgra a radijativne omotaže
- Zvezde slične Suncu imaju radijativna jezgra a konvektivne omotače
- Malo masivne, hladnije zvezde mogu da budu u potpunosti konvektivne

## Heat Transfer of Stars

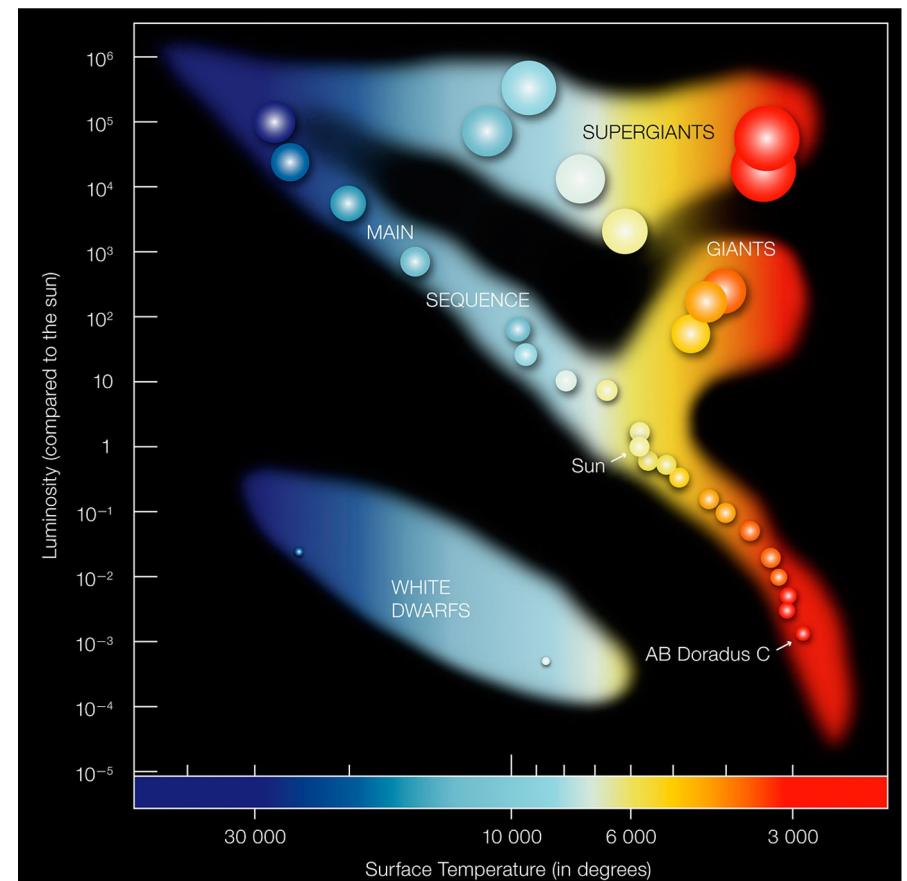


## Posmatrani HR dijagram (Gaia satelit)



# Ne zaboravite

- Zvezde na **glavnom nizu** fuzionišu vodonik u helijum
  - Imaju relativno slične radijuse, ali veliki raspon temperatura, masa, luminoznosti i dužine života (masivnije zvezde žive kraće).
  - Položaj zvezde na glavnom nizu je određen samo njenim masom i (donekle) hemijskim sastavom
- Zvezde **iznad** glavnog niza fuzionišu elemente u svojim omotačima (zato su džinovi)
- Zvezde ispod glavnog niza ne fuzionišu više ništa! (Beli patuljci).

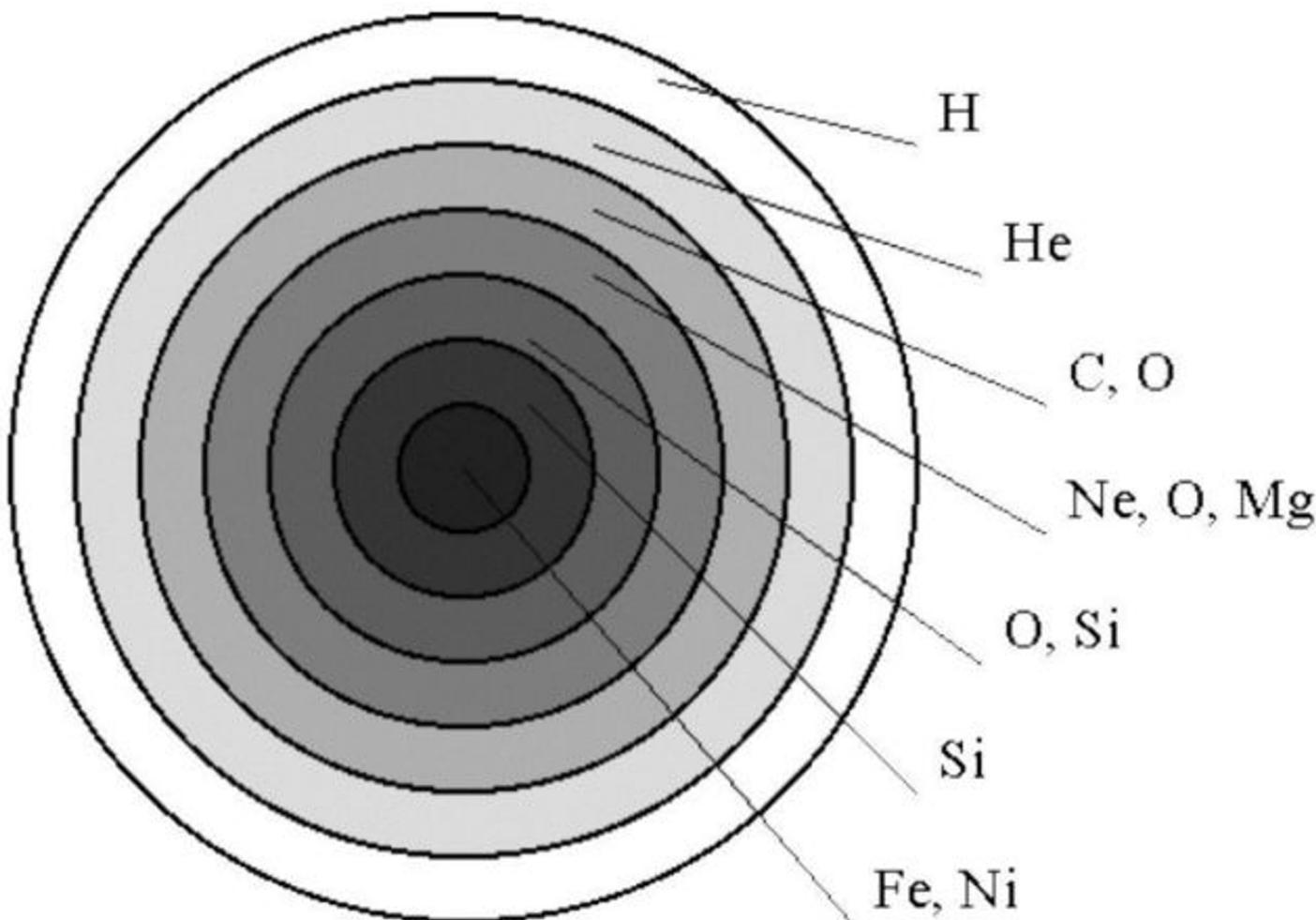


## **Šta se desi kada Zvezde “potroše” vodonik?**

- U jednom trenutku, zvezda će potrošiti vodonik.
- To znači da nema više fuzije, pa ni pritiska da se suprotstavi gravitaciji.
- Zvezda se sažima.
- Temperatura raste i počinje fuzija helijuma u ugljenik!
- Proces se ponavlja, iznova i iznova i zvezda fuzioniše sve teže elemente.
- Sve dok ne dodje do gvoždja.
- Gvoždje je poslednji element za koji fuzija radi. Kada dobijemo gvoždje, fuzija više nije isplativa!

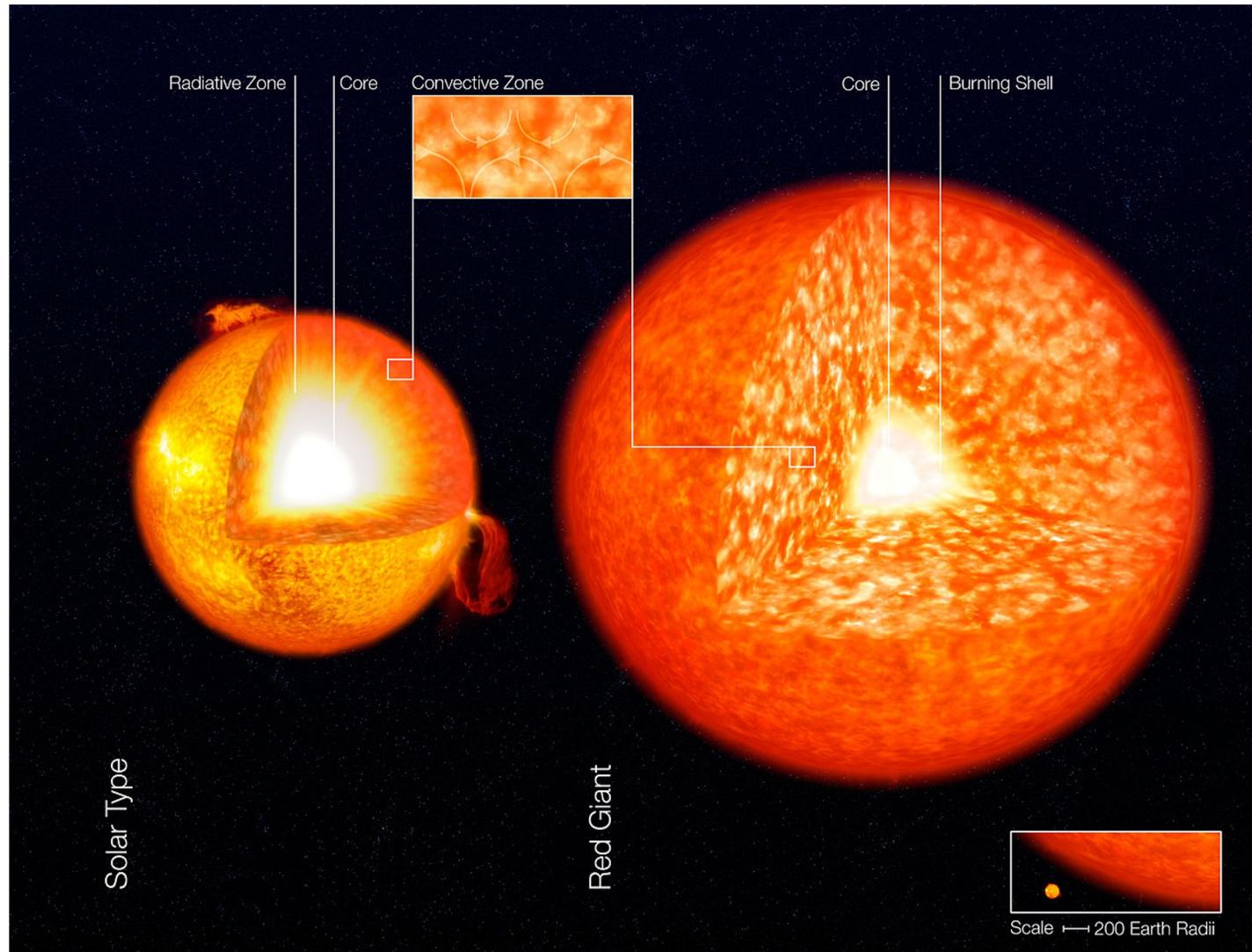
## Šta se desi kada Zvezde “potroše” vodonik?

- Fuzija lakših elemenata i dalje može da se dešava u slojevima oko jezgra
- Tako da, kod najtežih zvezda u jednom trenutku imamo ovakav scenario:



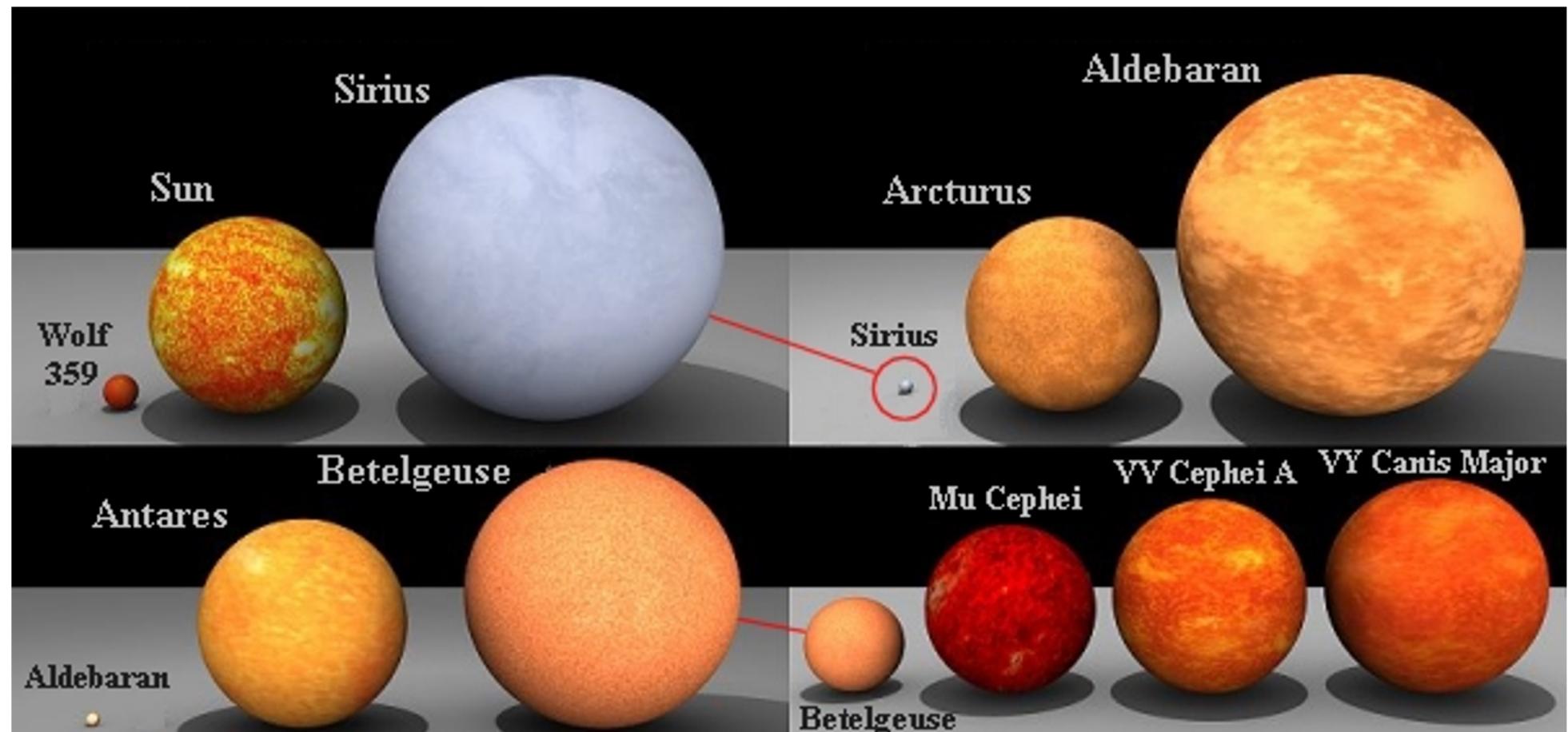
# Da li se nešto vidljivo menja?

.I te kako! Zvezde koje fuzionišu vodonik u spoljnim slojevima fundamentalno menjaju svoju strukturu i postaju **crveni džinovi!**



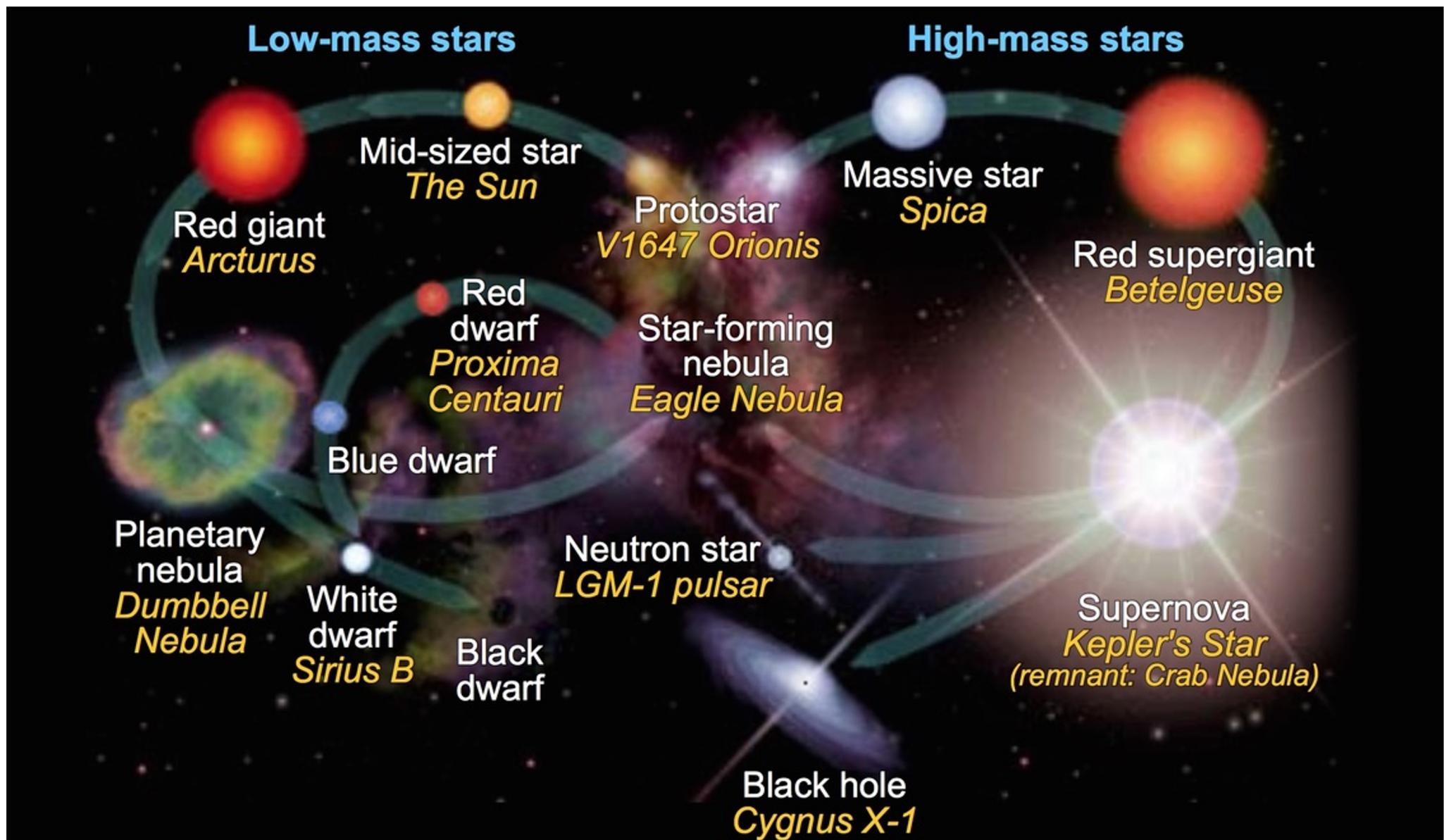
## Crveni Džinovi

- Crveni džinovi, pak zavisno od faze evolucije dolaze u različitim veličinama:
- Evo nekih poznatih crvenih džinova i superdžinova

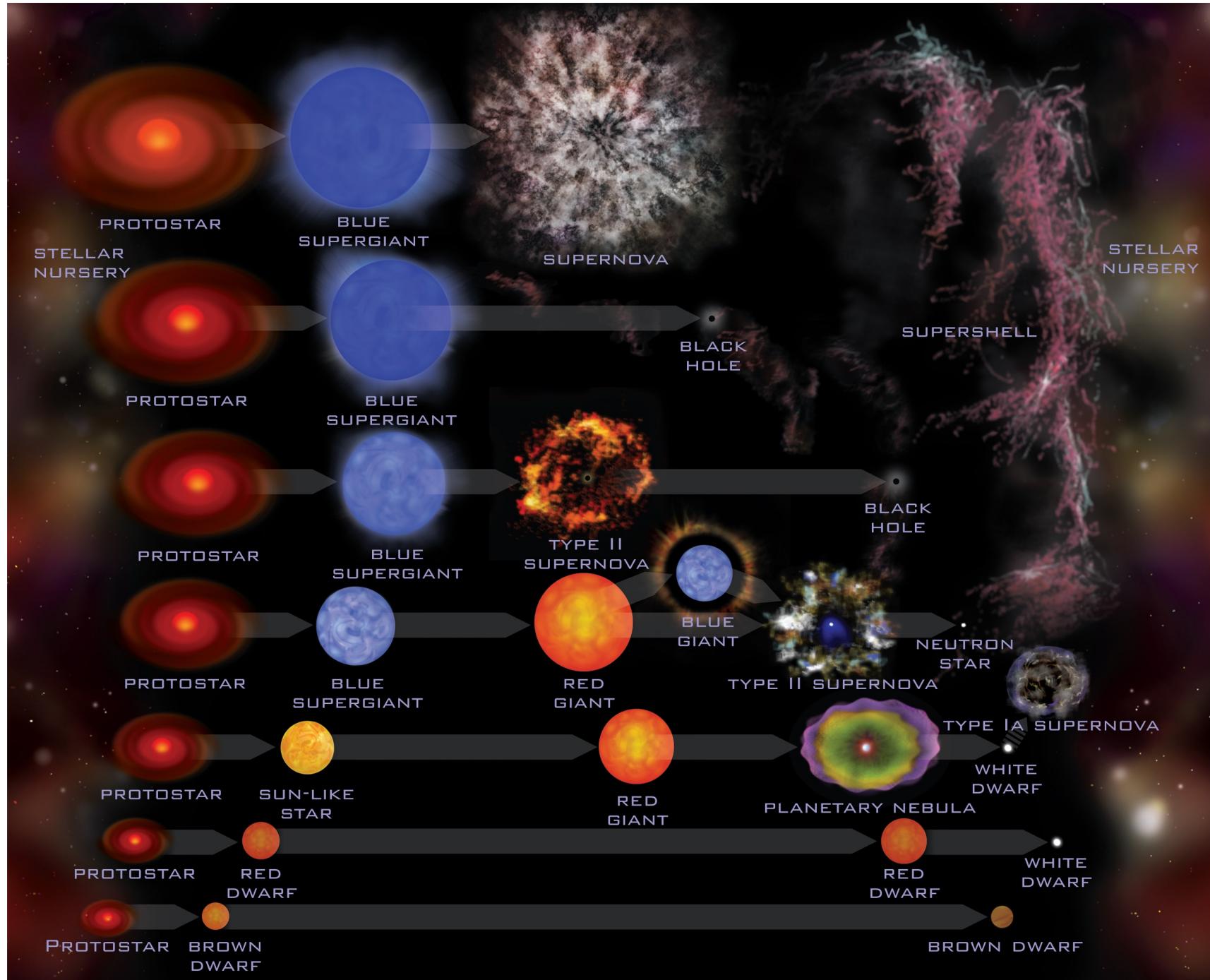


# Ceo zvezdani život:

• Životni put zvezde je određen pre svega njenom masom



# Malo detaljnije



# Životni put zvezda

- Od mase zvezde zavisi koliko dugo će zvezda živeti...
- I kakva će joj biti struktura...
- Kroz koje faze će proći...
- I kako će završiti svoju evoluciju kada potroši baš svo gorivo!
- Zvezde slične Suncu prolaze kroz fazu crvenog džina i završavaju kao **beli patuljak**
- Masivne zvezde (10ak puta masivnije od Sunca), prolaze kroz fazu crvenog džina (ili superdžina), kroz neku varijantu Supernove i završavaju kao **neutronska zvezda ili crna rupa**

**.Vreme života zvezde na glavnom nizu:**

$$t \sim 10^{10} M[M_{\text{sun}}]/L[L_{\text{sun}}] \text{ god}$$

Zbog promena u hemijskom sastavu u unutrašnjosti, zvezda menja sjaj, temperaturu i radijus. Oblast malih promena T i L određuje širinu glavnog niza.

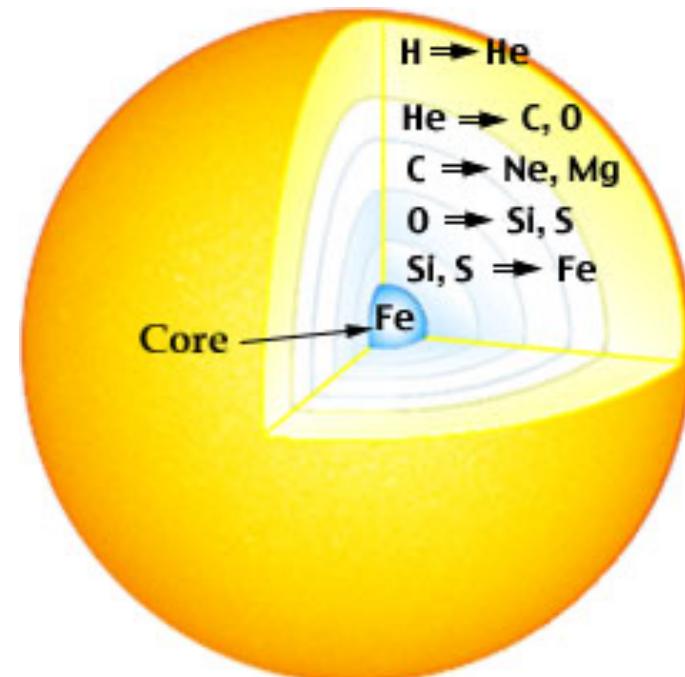
Primer Sunca  $t \sim 10^{10}$  god

# Kad velika zvezda ostane bez goriva?

- Superdžinovi “sagorevaju” sve teže i teže elemente u fuziji
- Svaki ciklus traje sve kraće i kraće
- Sve do gvožđa – **fuzija gvožđa troši više energije** nego što proizvodi
- Posle gvožđa – nema fuzije, nema više goriva!
- Kolaps!

Faza	Temperatura (milioni K)	Trajanje
H fuzija	40	7 miliona god.
He fuzija	200	500,000 god
C fuzija	600	600 god.
O fuzija	1,500	6 meseci
Si fuzija	2,700	1 dan

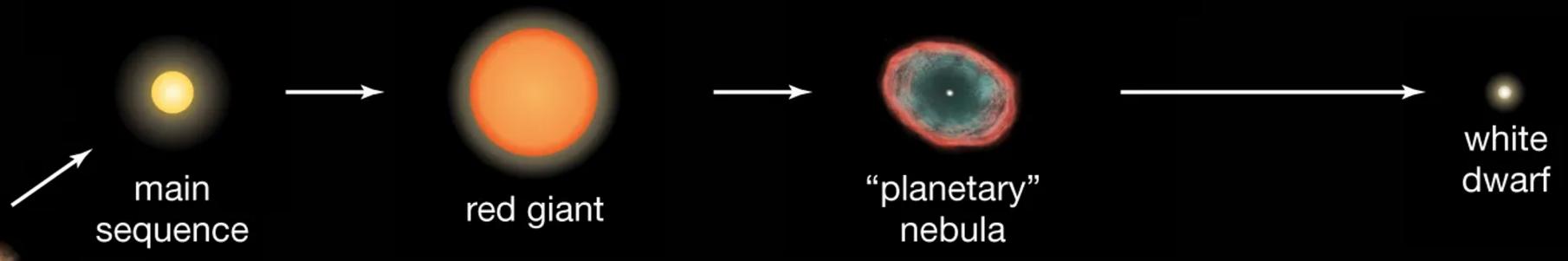
Za zvezdu mase  **$25M_{\text{Sunce}}$**



# Životni put zvezda

## Stellar evolution

low- and medium-mass stars  
(including the Sun)



nebula

main sequence

red giant

"planetary"  
nebula

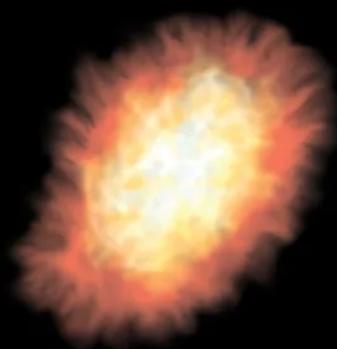
white  
dwarf

high-mass stars

main sequence

not to scale

red supergiant



supernova

high-mass star

neutron  
star

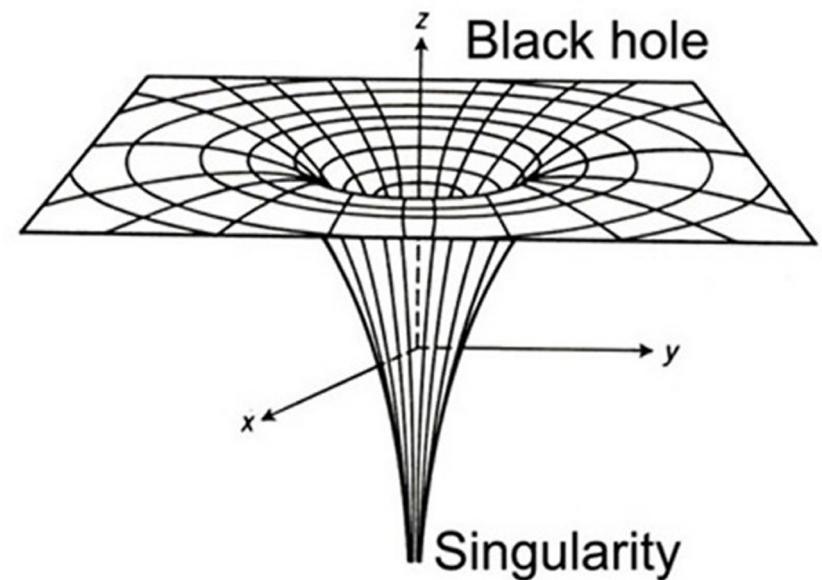
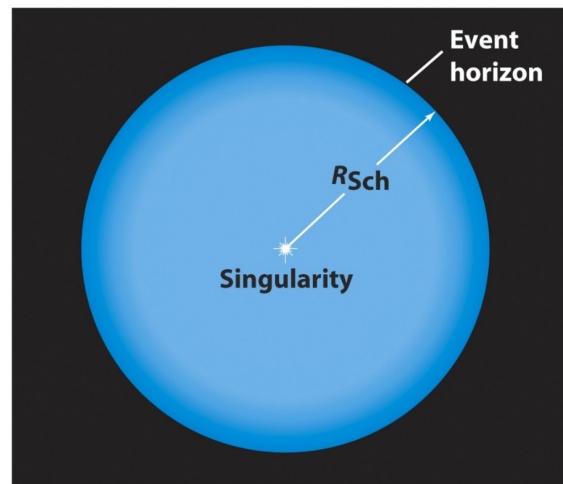
very high-mass star

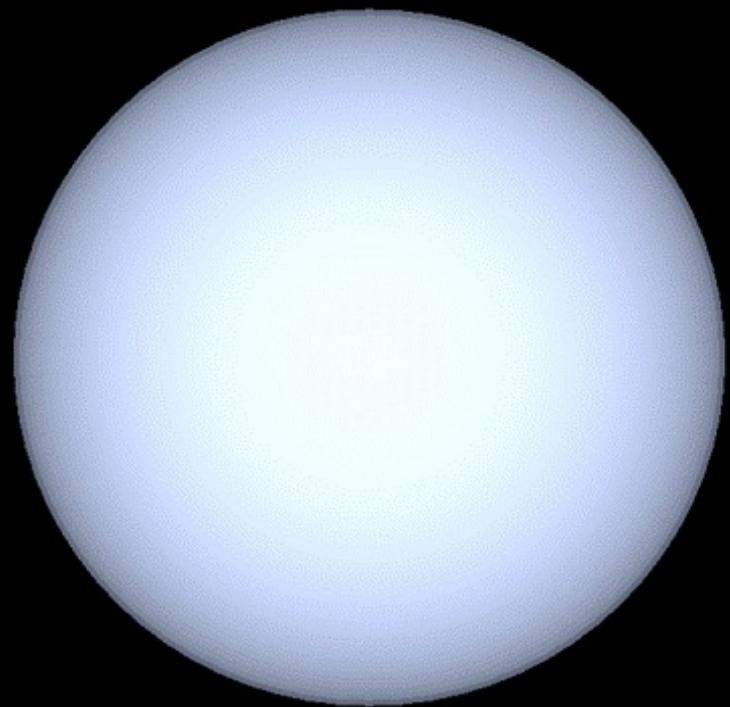


black  
hole

## Konačni stadijumi zvezdane evolucije

- Čak i kada se svo gorivo potroši, nešto mora da se suprotstavi sili gravitacije
- Kod belih patuljaka to je **pritisak degenerisanog gasa**
- Kod neutronskih zvezda to je **pritisak neutrona koji su jedino što je preostalo nakon evolucije zvezde**
- Kod crne rupe to je ništa – gravitacija je toliko jaka da stvara **singularitet**, zakrivljenost prostora je beskonačna i ni svetlost ne može da pobegne





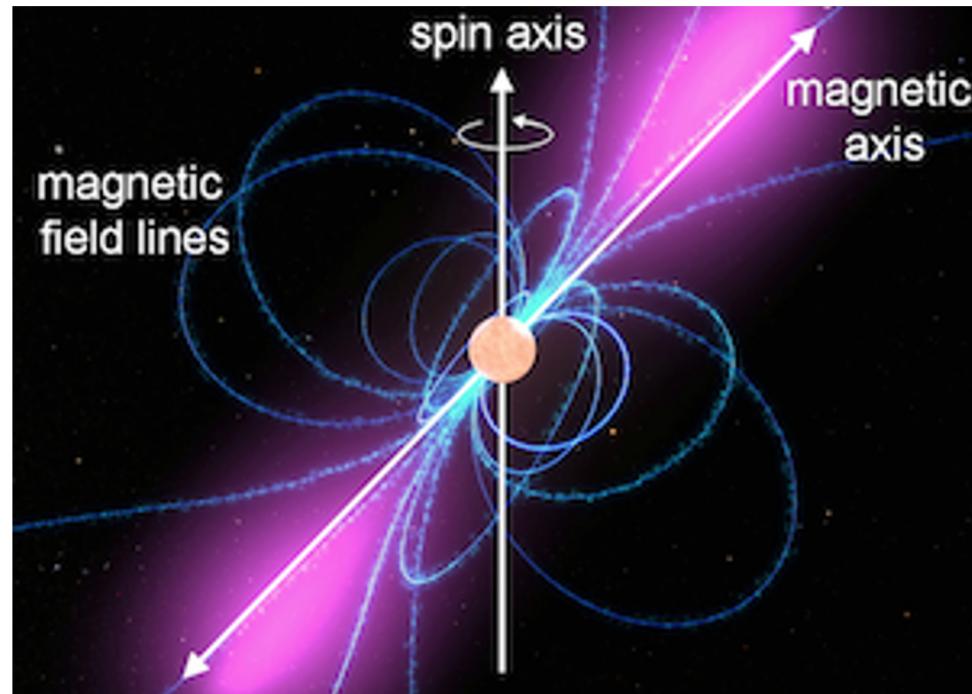
$M \approx 1.0 M_{\text{sun}}$

$R \approx 5800 \text{ km}$

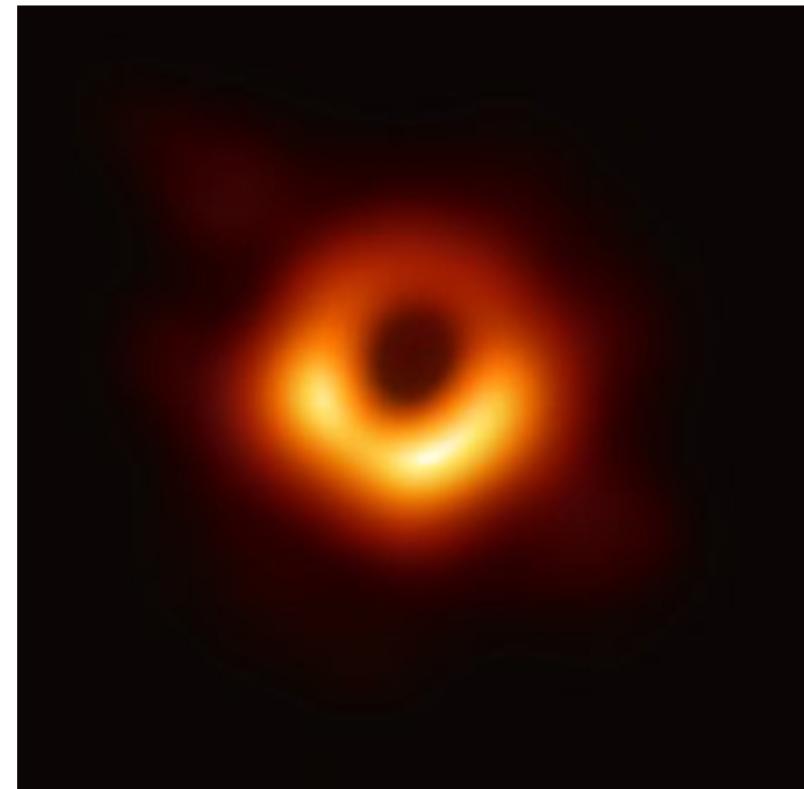
$V_{\text{esc}} \approx 0.02c$

# Kako znamo da neutronske zvezde i crne rupe postoje

- Neutronske zvezde emituju jako radio zračenje zvog svog magnetnog polja
- Crne rupe ne emituju ništa, ali vidimo uticaj njihovog gravitacionog polja na okolnu materiju: akrecioni diskovi i slični procesi “upadanja” materije u crnu rupu



Levo: Prikaz jedne neutronske zvezde (pulsara).



Desno: Materija koja upada u crnu rupu u centru eliptične galaksije M87

# Event Horizon Telescope (EHT)

- Very Long Baseline Interferometry (VLBI)
- Simulate a telescope of Earth size
- Angular resolution of  $20 \mu\text{as}$  at wavelength 1.3 mm (230 GHz) – i.e., size of an apple on the Moon seen from the Earth



## A nastanak zvezda?

- Zvezde nastaju od oblaka molekularnog vodonika
- Gas mora da bude dovoljno hladan (svega nekoliko K), da bi mogao da se sažme i eventualno formira protozvezdu. Ovako izgleda maglina W51 u Orlu, gde “trenutno” nastaje veliki broj zvezda

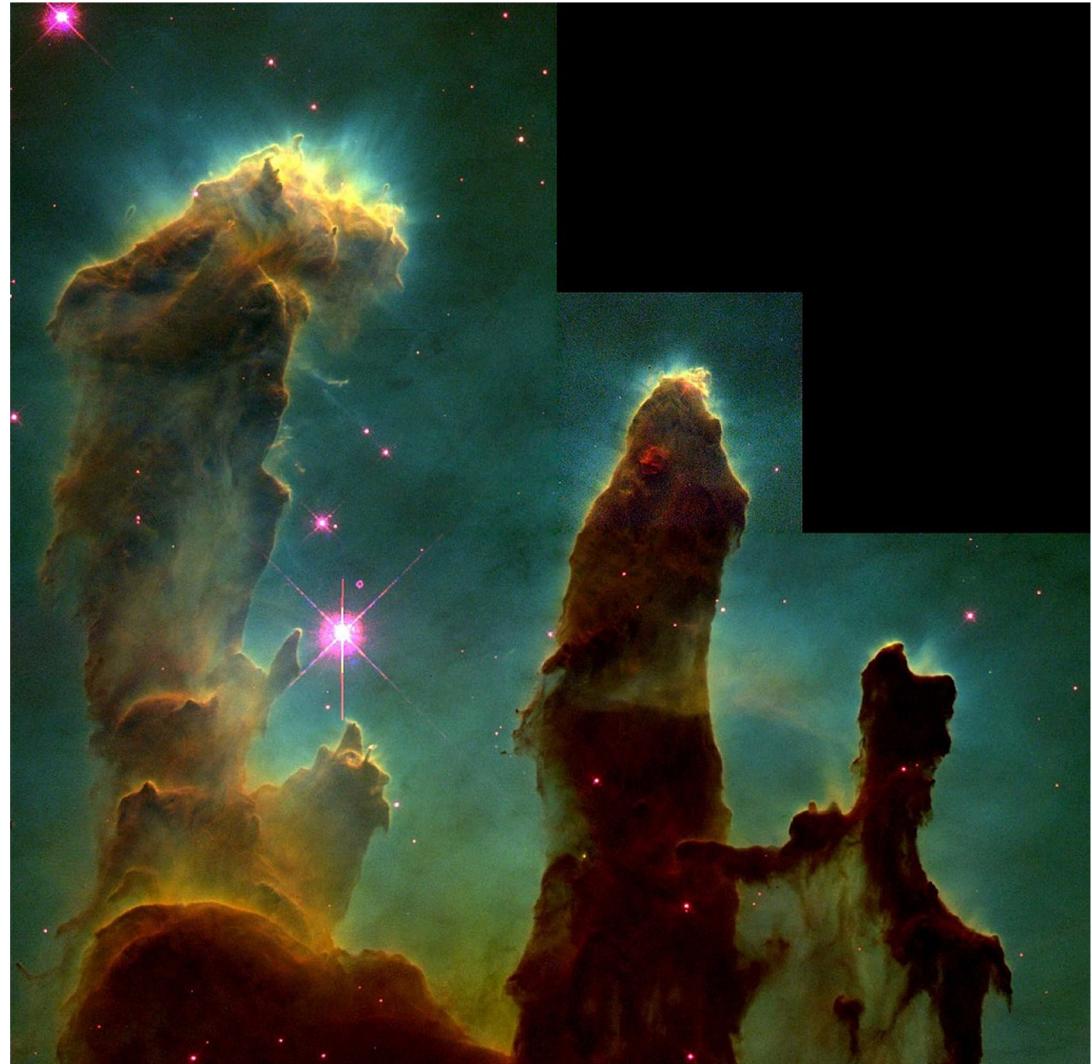


## Nastanak zvezda

• Molekularni oblaci se zovu "Džinovski molekularni oblaci", zato što su, pa... Džinovski (10 000 masa Sunca i naviše)

• Zvezde ne nastaju same, nastaju u grupacijama ili čak u jatima.

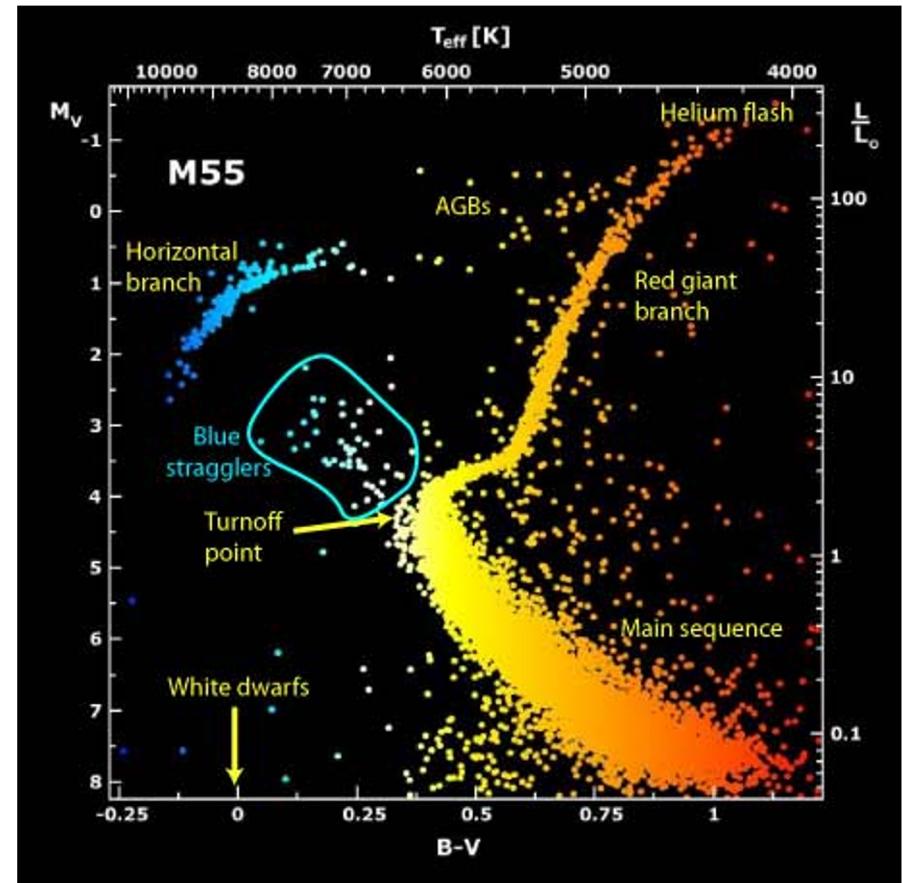
• Te zvezde imaju sličan hemijski sastav i starost ali će imati različite mase pa će samim tim završiti na različitim mestima na glavnom nizu



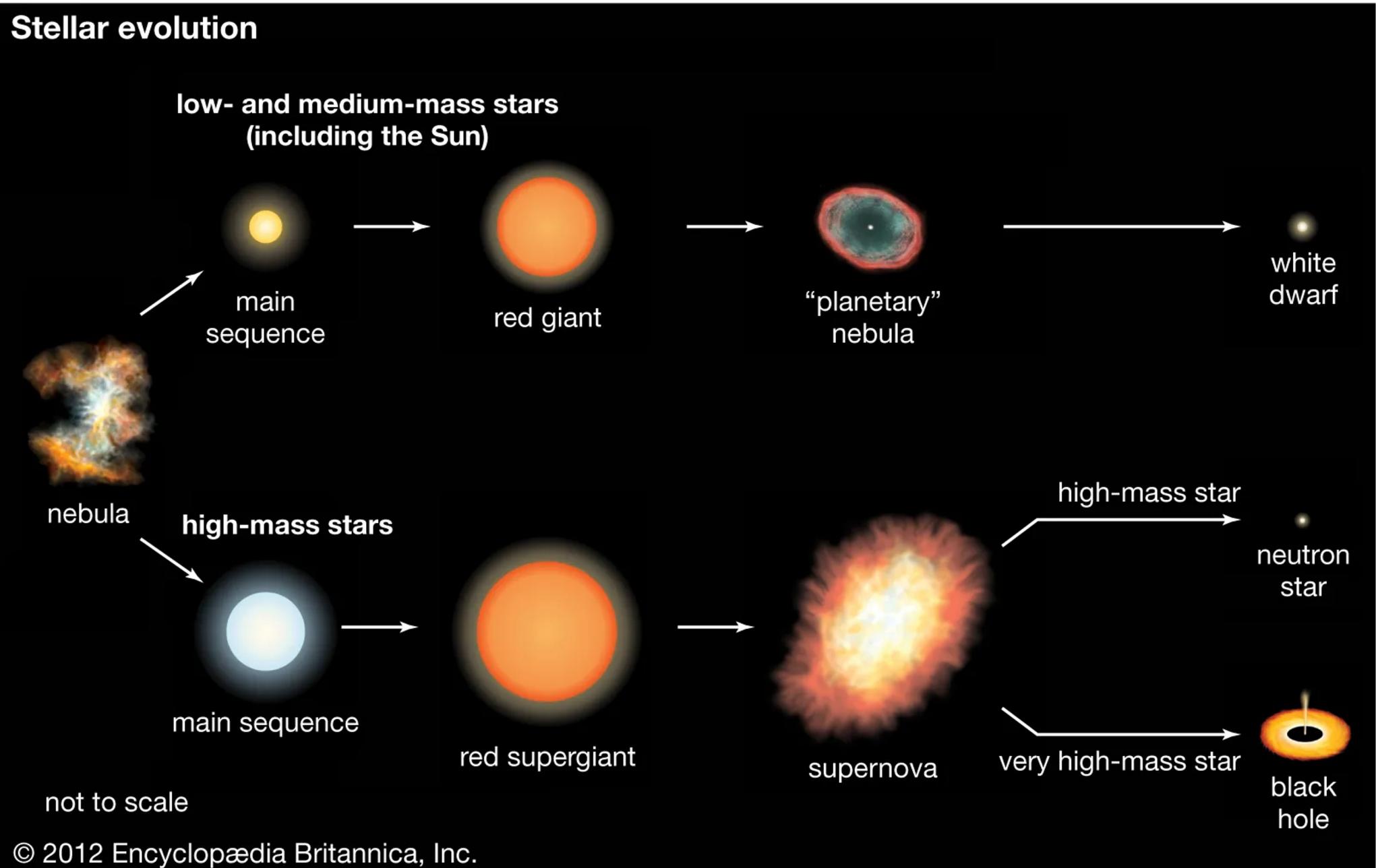
"Stubovi Stvaranja" (Pillars of Creation), još jedna čuvena slika magline u kojoj nastaju zvezde

# Zvezdana evolucija

- Te zvezde imaju sličan hemijski sastav i starost ali će imati različite mase pa će samim tim završiti na različitim mestima na glavnom nizu...
- A i napustiće glavni niz u različitim trenucima!
- Glavni niz jata na HR dijagramu je “prekinut”
- Iz položaja ove tačke možemo odrediti starost jata!
- Jedna od fundamentalnih tehniki za određivanje starosti (ali i udaljenosti) do jata. Jako važna za studiranje evolucije zvezda



# Životni put zvezda



# Supernove

- Su jako masivne zvezde u poodmaklim stadijumima evolucije
- Supernova je eksplozija zvezde, prouzrokovana naglim početkom fuzije usled npr. naglog gravitacionog kolapsa ili priliva mase od neke druge zvezde (u dvojnom sistemu)
- Supernova može biti sjajna kao cela galaksija!
- NGC4526 i Supernova koja je eksplodirala u toj galaksiji, SN 1994D!
- Za 5 supernova je zabeleženo da su vidjene golim okom!
- Supernove stvaraju teške elemente!



# Određivanje udaljenosti uz pomoć supernova

- Zbog specifičnog mehanizma nastanka, za supernove se lako može odrediti absolutni sjaj (absolutna magnituda)
- Ako znamo njen prividni sjaj (prividnu magnitudu) možemo da odredimo udaljenost

$$M - m = 5 - 5 \log d$$

- Zbog ovoga Supernove (i još neke objekte) zovemo **standardne sveće!**
- Standardne sveće su objekti poznatog sjaja, na osnovu kojih možemo da odredujemo udaljenost. (Postoje i standardni lenjiri, objekti kojima znamo veličinu)

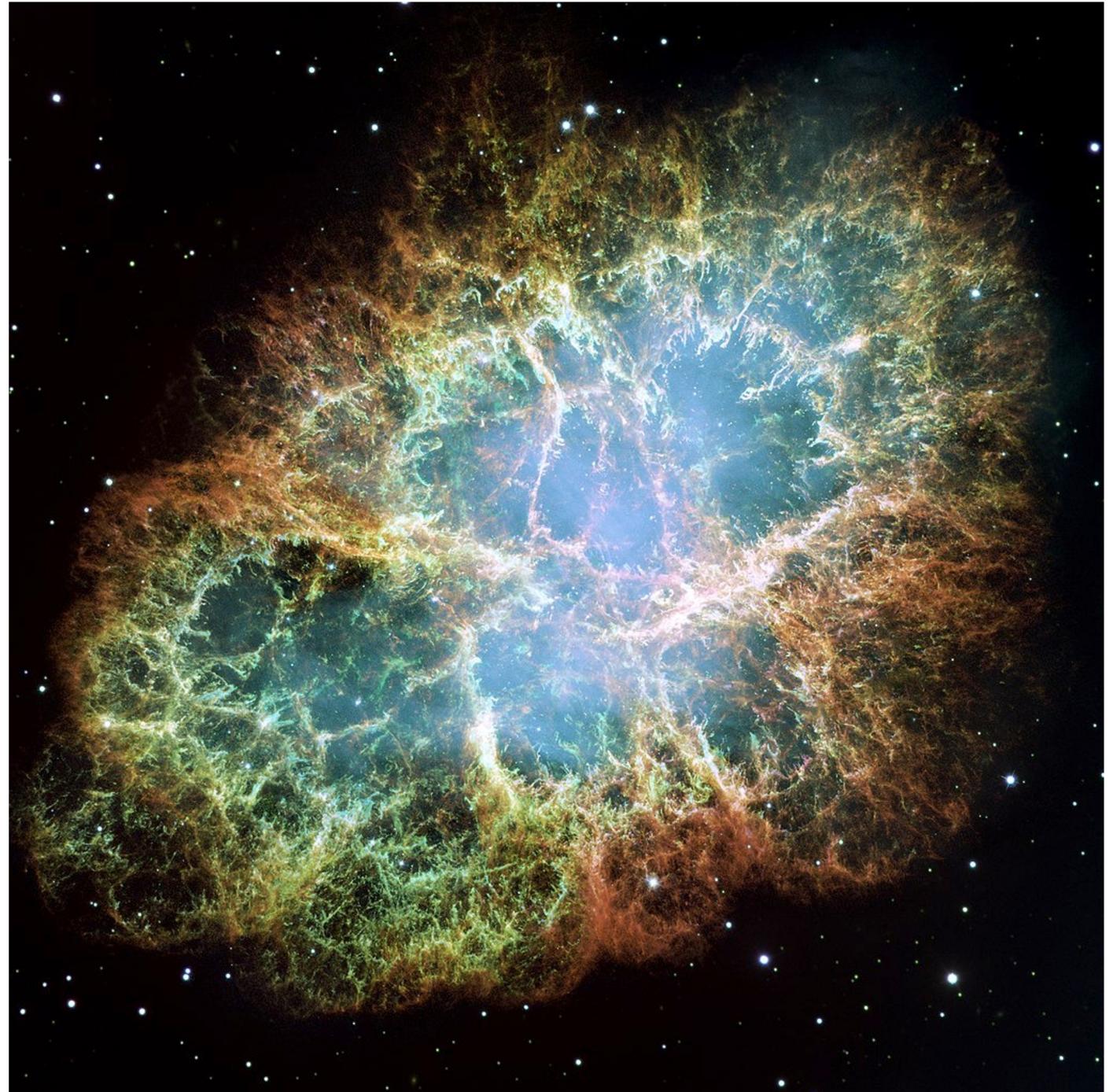
## Ostaci supernovih

Odbačeni omotač  
masivne zvezde kroz koji  
se prostire udarni talas  
nakon eksplozije  
supernove.

Gas zrači usled zagrevanja  
od udarnog talasa.

Desno: ostatak supernove  
SN1054, čuvena “Crab  
maglina”.

(boje su, naravno,  
veštačke)



## Planetarne magline

Odbačeni omotač manje masivne zvezde na kraju njene evolucije.

Zrači na uštrb zračenja zvezdanog ostatka u centru.

Ovo je čuvena Helix maglina, koja se nalazi u sazveždju vodolije.

Boje su, opet, veštačke.



# Šta treba da zapamtimo

- Život i struktura zvezde odredjeni su njenom masom
- Izvor energije na zvezdama su termonuklearne reakcije
- Zvezde različite mase završavaju svoju evoluciju kao različiti objekti:
  - Beli patuljci
  - Neutronske zvezde
  - Crne Rupe
- Većina zvezda prolazi kroz stadijum crvenog džina (i Sunce će!)
- Masivne zvezde prolaze kroz stadijum supernove
- Ostaci zvezdane evolucije su magline: ostaci supernovih i planetarne magline
- Sledеći čas → Galaksija!