

Odabrana poglavlja astronomije - Lekcije 6-7: Elektromagnetno Zračenje Nebeskih Tela.

Dragana Ilić (MATF)

09/11/2023

150 година
МАТФ
Универзитет у Београду
Математички факултет

MATΦ
University of Belgrade
Faculty of Mathematics

O čemu smo pričali do sada:

- Gde prividno vidimo nebeska tela i kako da im odredimo koordinate (koordinatni sistemi).
- Kako se ta tela prividno kreću po nebeskoj sferi (sistemi vremena)
- Zašto se u stvari ta tela kreću (Gravitaciona interakcija i Keplerovi zakoni)
- **Danas pričamo o tome šta mi u stvari vidimo!**
- Razlog što možemo da posmatramo nebeska tela je što ta tela emituju (ili reflektuju, ili rasipaju) neku svetlost, odnosno EM zračenje.
- **Danas:** Šta je svetlost kako nastaje i kako da je objasnimo i opišemo zračenje nebeskih tela!

Za početak – Kako nastaje svetlost u svetu oko nas?

- Tj. zašto uopšte vidimo to što vidimo

Za početak – Kako nastaje svetlost u svetu oko nas?

- Vatra – hemijska energija u svetlosnu
- Neonke i LED lampe - električna energija u svetlosnu
- Obične sijalice od wolframa - električna u toplotnu, pa u svetlosnu
- Ljudi i predmeti oko nas – refleksija dnevne i veštačke svetlosti
- Sunce – ???
- Planete - ???
- Radio signali, X zračenje, Gama zračenje, itd. Itd.
- Radioaktivni raspad – jeste zračenje, ali nije svetlost!

Svetlost = EM zračenje

- Klasično gledano – svetlost je talas
- **Talas** je putujuća perturbacija



- Kako su nastali ovi talasi? Kako putuje perturbacija?

Talasi

- Perturbacija nastaje u centru i putuje ka spolja
- Energija se transportuje u istom pravcu

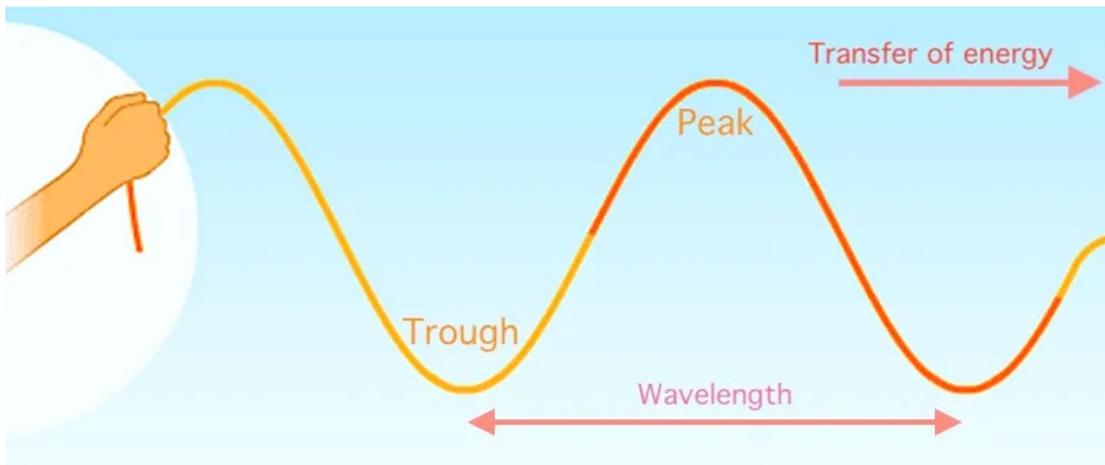
→
Prostiranje energije



- Ovo je primer tzv **2D** talasa, gde se perturbacija prostire u treću dimenziju.
- Ovo je takođe **transverzalan** talas, znači da je perturbacija normalna na pravac prostiranja.

Jednostavnije – 1D talasi

- Talas se prostire duž jedne ose, perturbacija normalno na pravac prostiranja.



- Talas ne mora da bude harmonijska funkcija. Mi uvek crtamo talase kao neke sinuse i kosinuse, **ali svaka funkcija koja ispunjava:**

$$f(x, t) = g(x - vt)$$

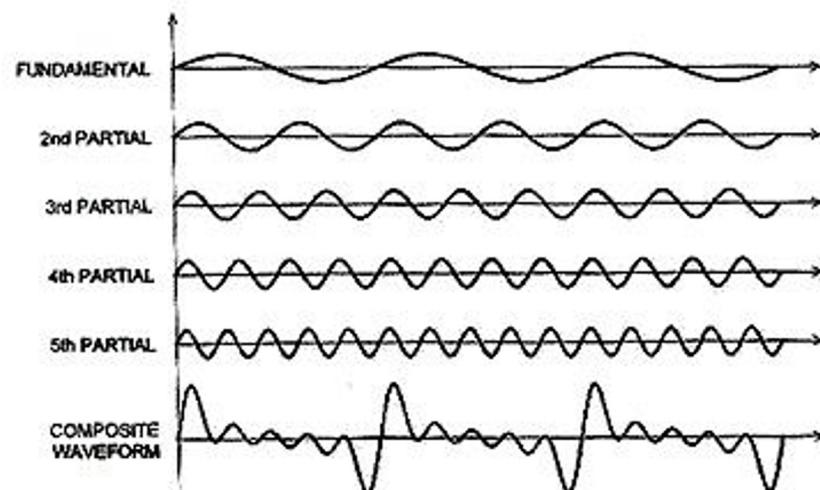
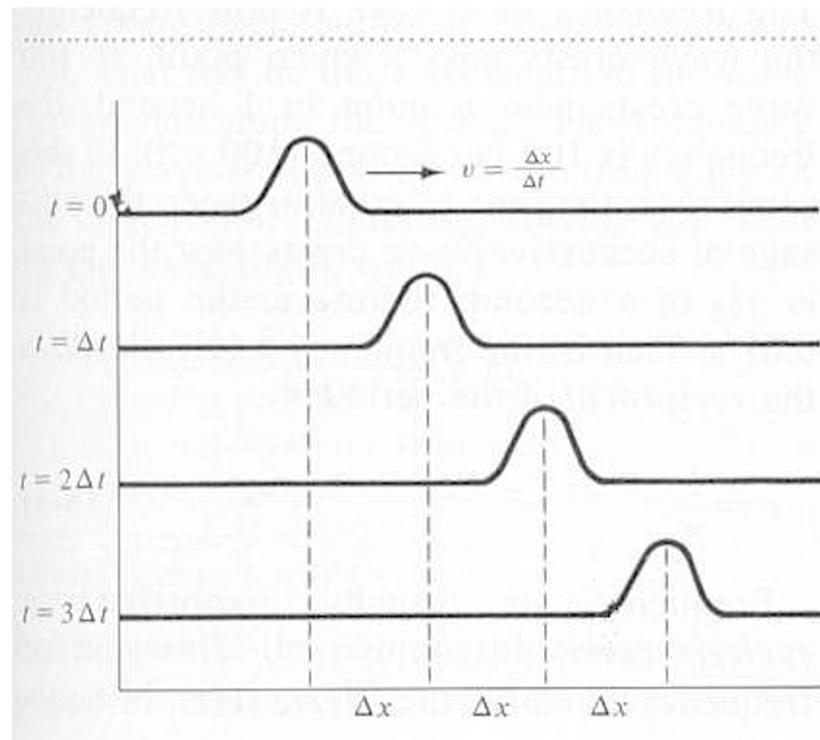
... je talas, gde **g** može da bude bilo koja diferencijabilna funkcija.

1D talasi

- Fizički, talasi se pojavljuju kada se sredina kroz koju se talas prostire ponaša u skladu sa talasnom jednačinom:

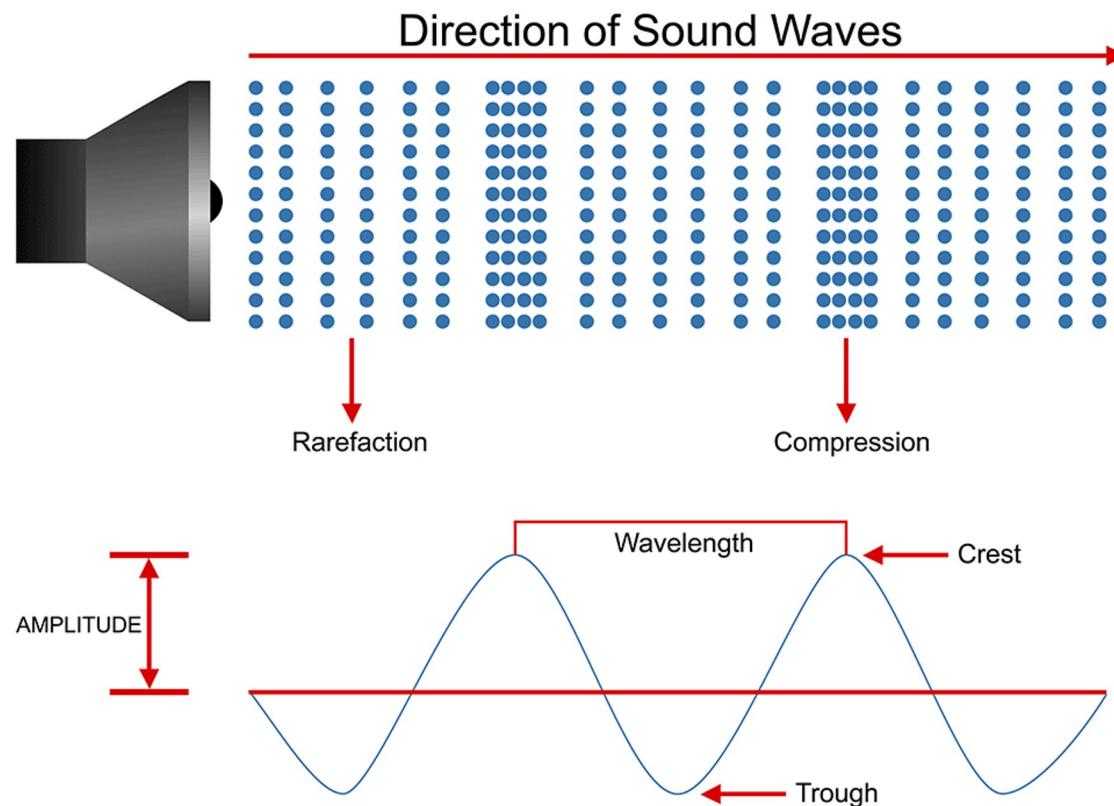
$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

- I ovo su talasi:



Obratite pažnju:

- Čak i u 1D, talas je 2D funkcija (x, t)
- “Perturbacija” ne mora da znači da se čestice “podižu i spuštaju”, možemo da imamo bilo kakav poremećaj bilo koje fizičke veličine
- Npr. zvuk je **longitudinalan talas**. U pitanju je prostiranje perturbacije u pritisku/gustini:



Šta je onda svetlost?

- Svetlost je prostiranje poremećaja u električnom i magnetnom polju:
Elektro-Magnetni (EM) talas
- Teorijsko opravdanje za postojanje ovih talasa dato je **Maksvelovim jednačinama**:

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0$$

Nema izvora električnog i magnetnog polja!

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Promenljivo magnetno polje **indukuje** električno polje

$$\nabla \times \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Promenljivo električno polje **indukuje** magnetno polje



Brzina prostiranja talasa

Harmonijski ravni talasi

- **Prvo**, fokusiramo se na električno polje, magnetno polje je **normalno** na električno i ima istu vremensku i prostornu zavisnost.
- Svaki talas je rešenje Maksvelovih jednačina.
- Specifična rešenja slede iz graničnih uslova (**tj. od prirode izvora**).
- Zanimaju nas harmonijski ravni talasi, pošto svaki drugi talas možemo da razložimo na harmonijske ravne talase (npr. Furijeovom transformacijom).
- Oni imaju ovakav oblik:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)}$$

Harmonijski ravni talasi

• Obično orijentišemo koordinatni sistem tako da se talas prostire duž z ose:

$$\vec{E}(z, t) = \vec{E}_0 e^{i(kz - \omega t)}$$

Ugaona frekvencija

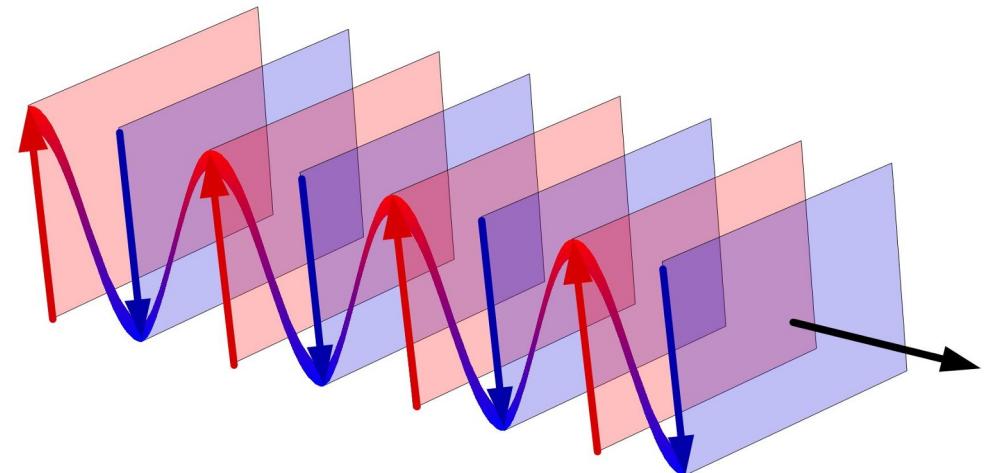
Amplituda (vektor)

Talasni broj

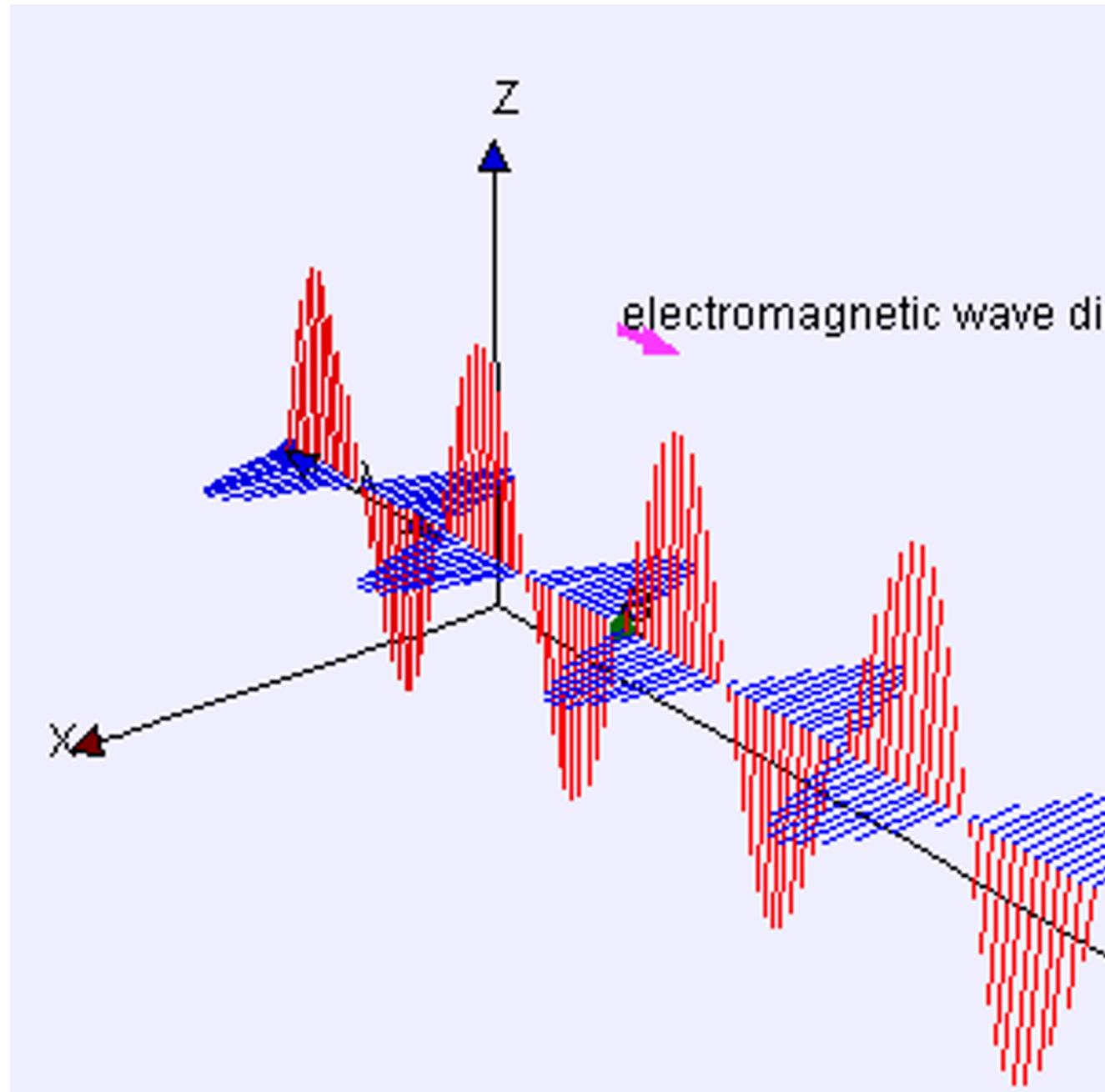
• Ovde je: $k = \frac{2\pi}{\lambda}$; $\omega = 2\pi\nu$

Talasna dužina

$$c = \lambda\nu = 3 \times 10^8 \text{ m/s} = \text{const}$$

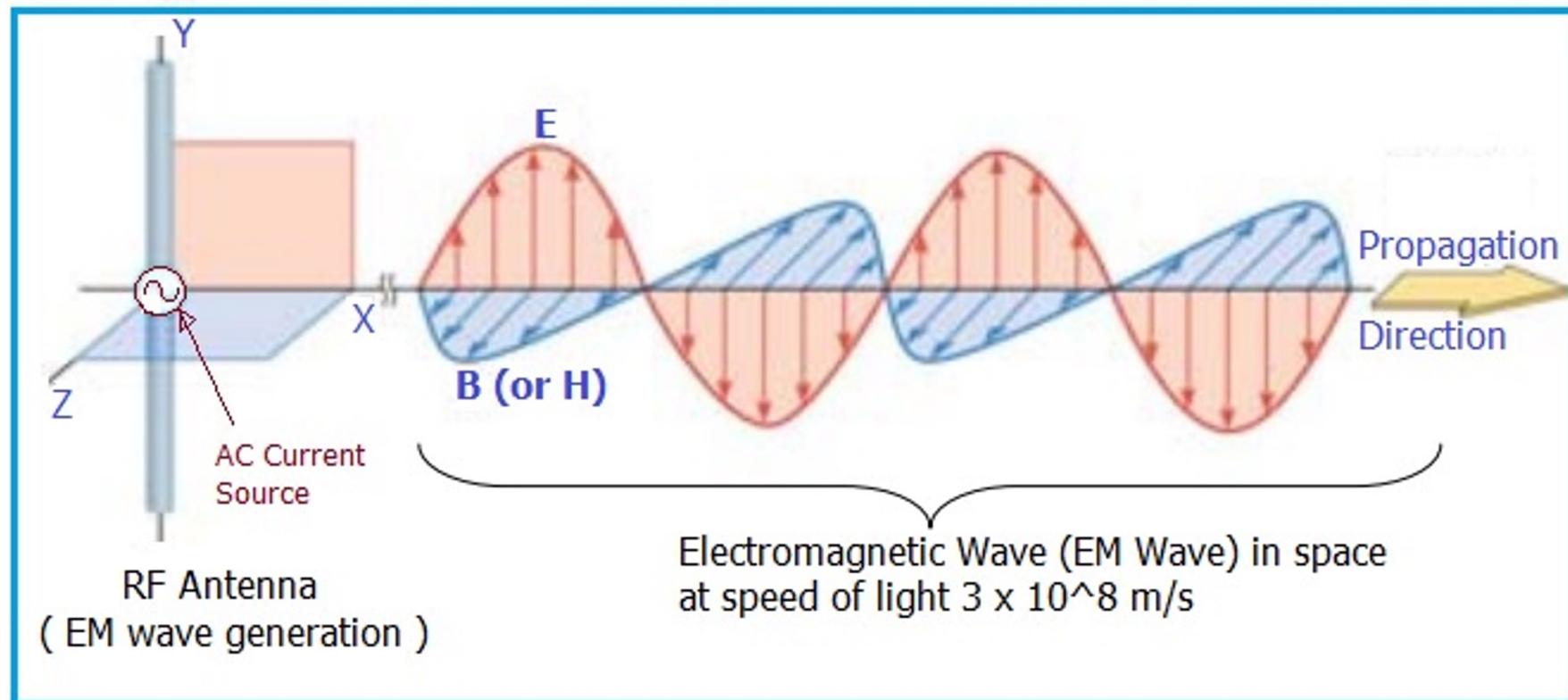


Harmonijski ravni talasi

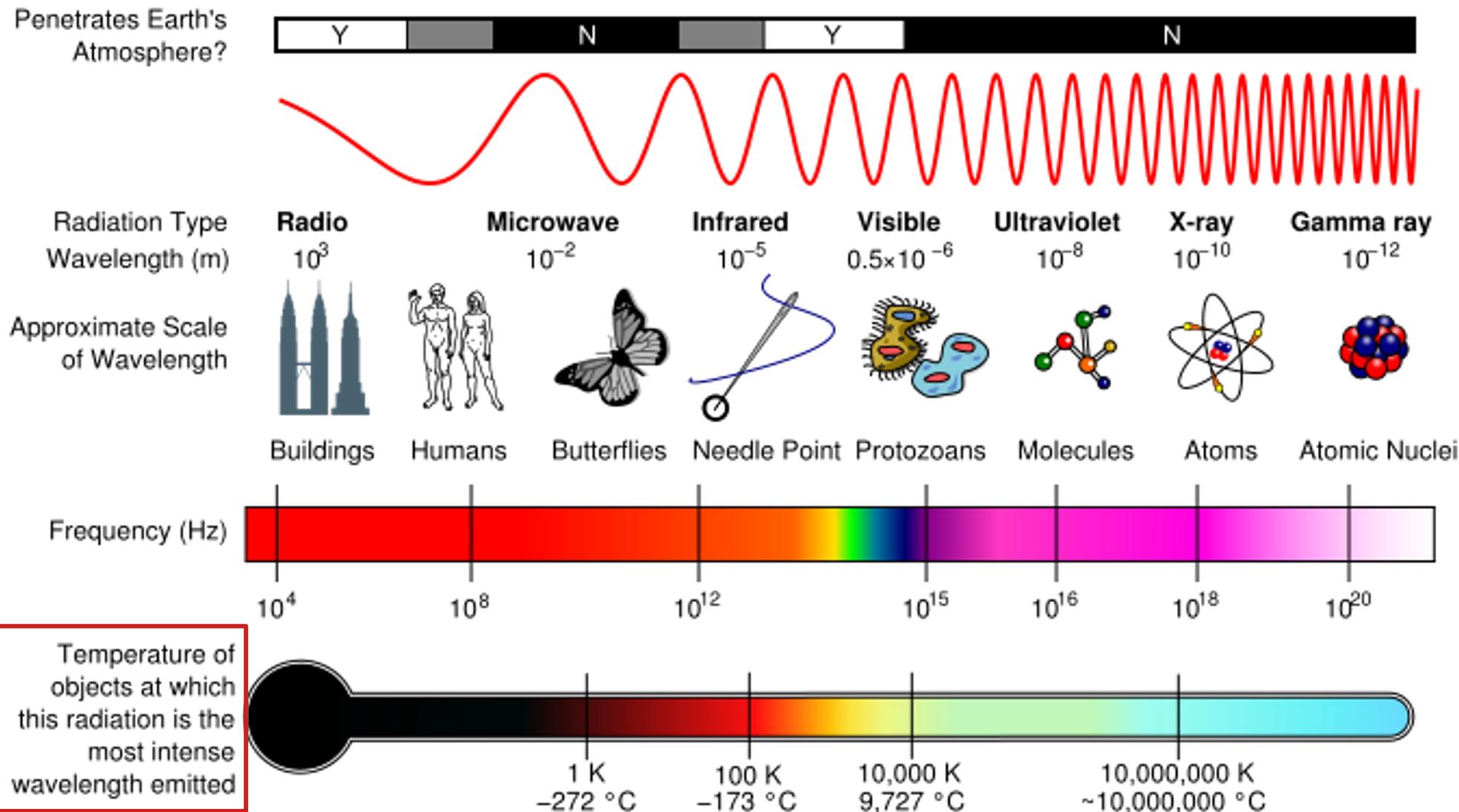


Najjednostavniji primer generatora EM talasa – antena!

- Kretanje nanelektrisanih čestica prouzrokuje EM talase. Radio zračenje je takođe svetlost! (Naravno, ne vidljiva).
- Videćemo da se svi izvori svetlosti mogu predstaviti kao neko kretanje (oscilacije) nanelektrisanih čestica!



Spektar EM zračenja



Drugi način da reprezentujemo svetlost – fotoni!

- Svetlost se može predstaviti kao “snop” čestica. Te čestice zovemo **fotoni**
- Svaki foton ima energiju direktno srazmernu frekvenciji: $E = h\nu$
- Fotoni nemaju masu i kreću se (naravno!) brzinom svetlosti
- Fotoni su jedna od reprezentacija tzv. dualne prirode svetlosti (svetlost je **i talas i čestica**).
- Možemo da kažemo da sijalica emituje EM talase, a možemo da kažemo i da emituje fotone.
- U različitim fenomenima se manifestuju različiti aspekti prirode svetlosti.
- Generalna teorija se zove **kvantna elektrodinamika** i njom se nećemo baviti :)



Umetnički prikaz

Spektri nebeskih tela:

Šta za vas, u svakodnevnom životu, predstavlja reč **spektar**?

Spektri nebeskih tela:

Šta za vas, u svakodnevnom životu, predstavlja reč **spektar**?

- “Širok spektar ponude”
- “Čitav spektar različitih proizvoda”
- “Uzak spektar zanimanja”
- Spektar matrice
- Spektralni metodi za rešavanje diferencijalnih jednačina
- **Desno: ZX spectrum**, jedan od prvih personalnih računara (nema veze sa astronomijom)
- Spektar: skup, raspodela....



Spektar nebeskih tela

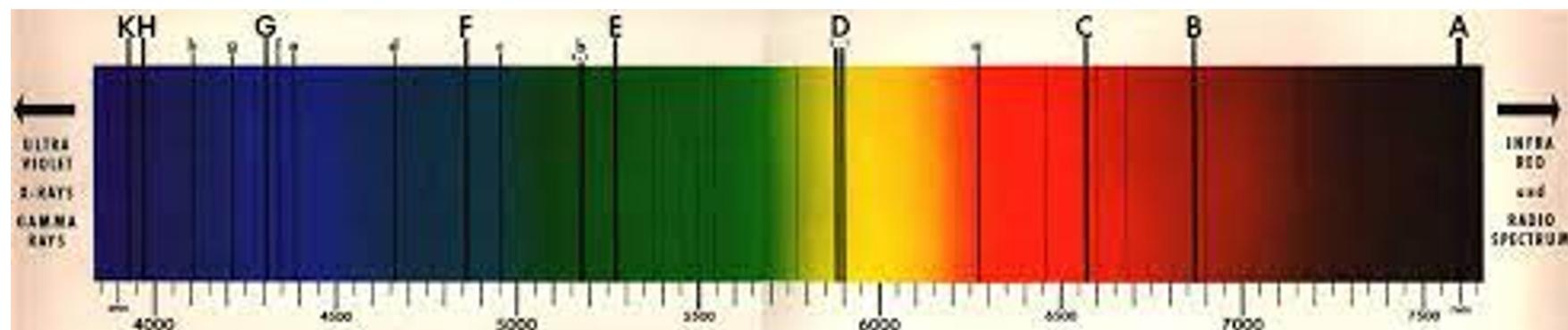
• Ako zračenje koje dobijamo predstavimo kao skup **harmonijskih ravnih talasa** različitih talasnih dužina, gde svaka talasna dužina nosi neku količinu energije, spektar je funkcija raspodele:

$$E(\lambda) = \frac{dE}{d\lambda} = \frac{dn}{d\lambda} \frac{hc}{\lambda}$$

Energija jednog fotona date talasne dužine

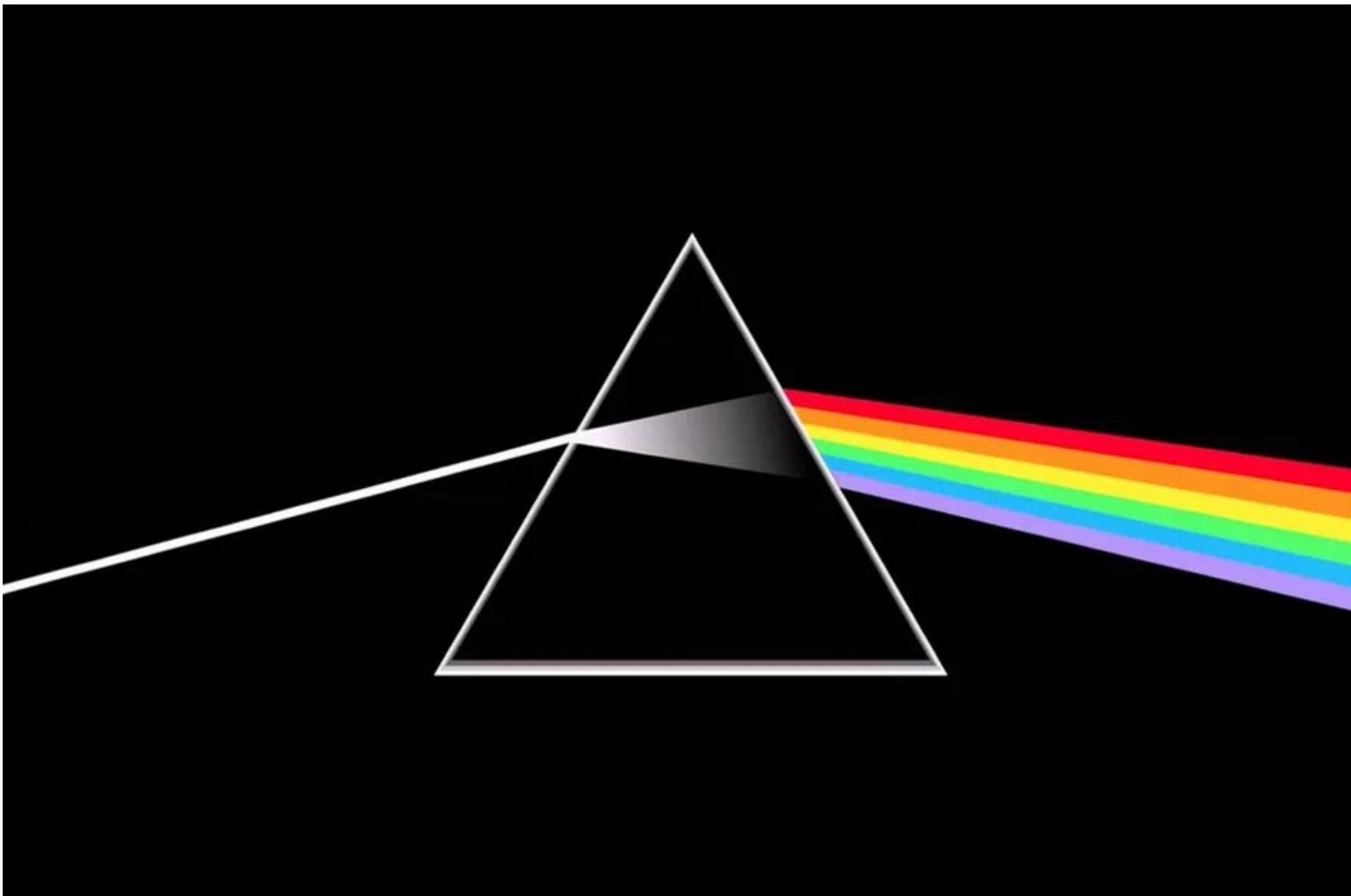
• Ukupna energija primljena na nekom intervalu je onda:

$$\Delta E = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} E(\lambda) d\lambda$$

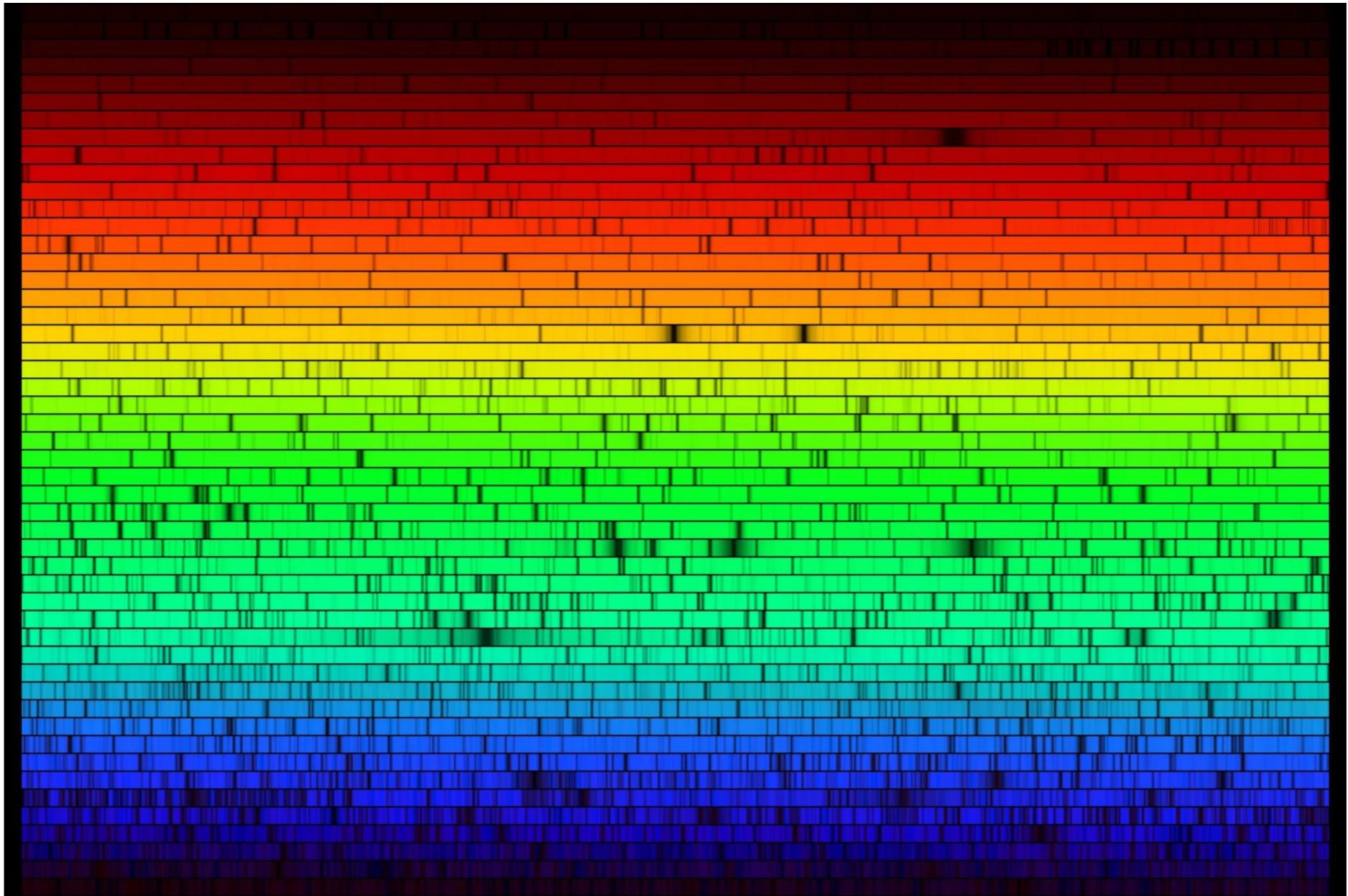


Spektri nebeskih tela

• Spektar nas automatski asocira na neku “dugu”:

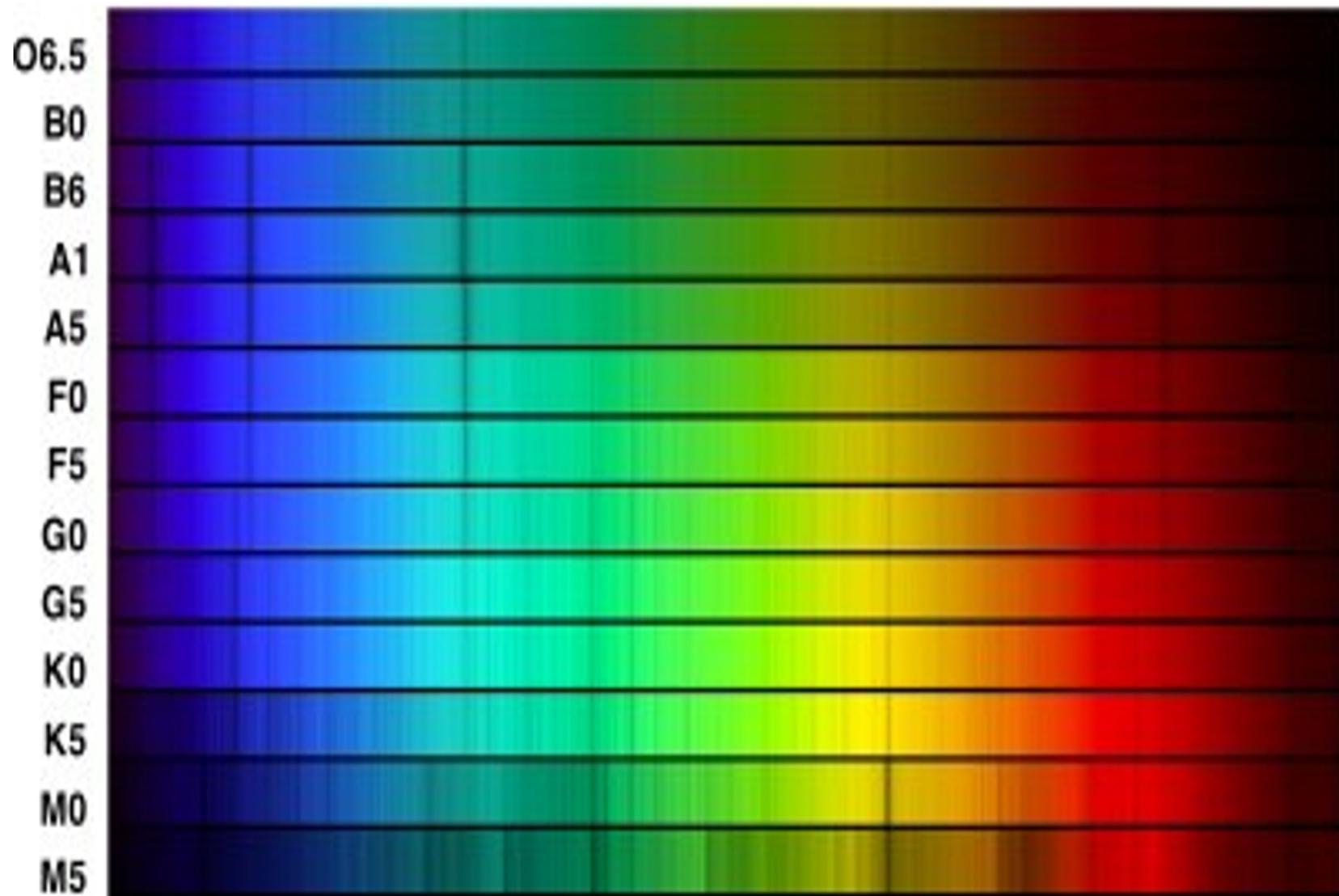


A duga je u stvari spektar sunčeve svetlosti



Spektri različitih zvezda

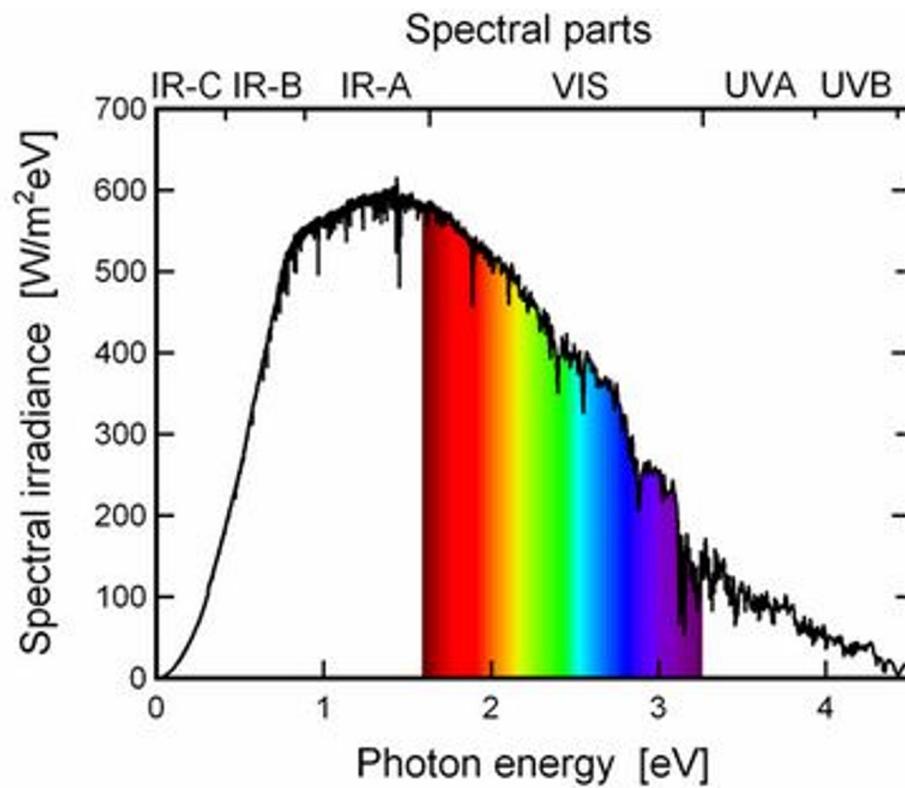
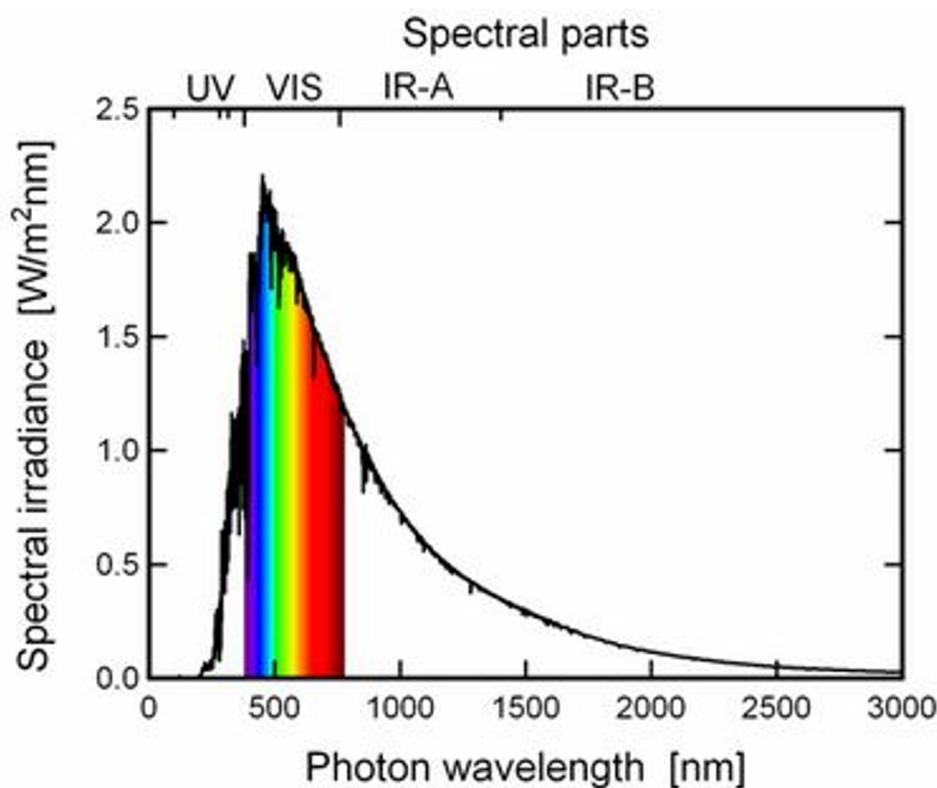
- Oslikavaju razlike, u njihovim fizičkim karakteristikama



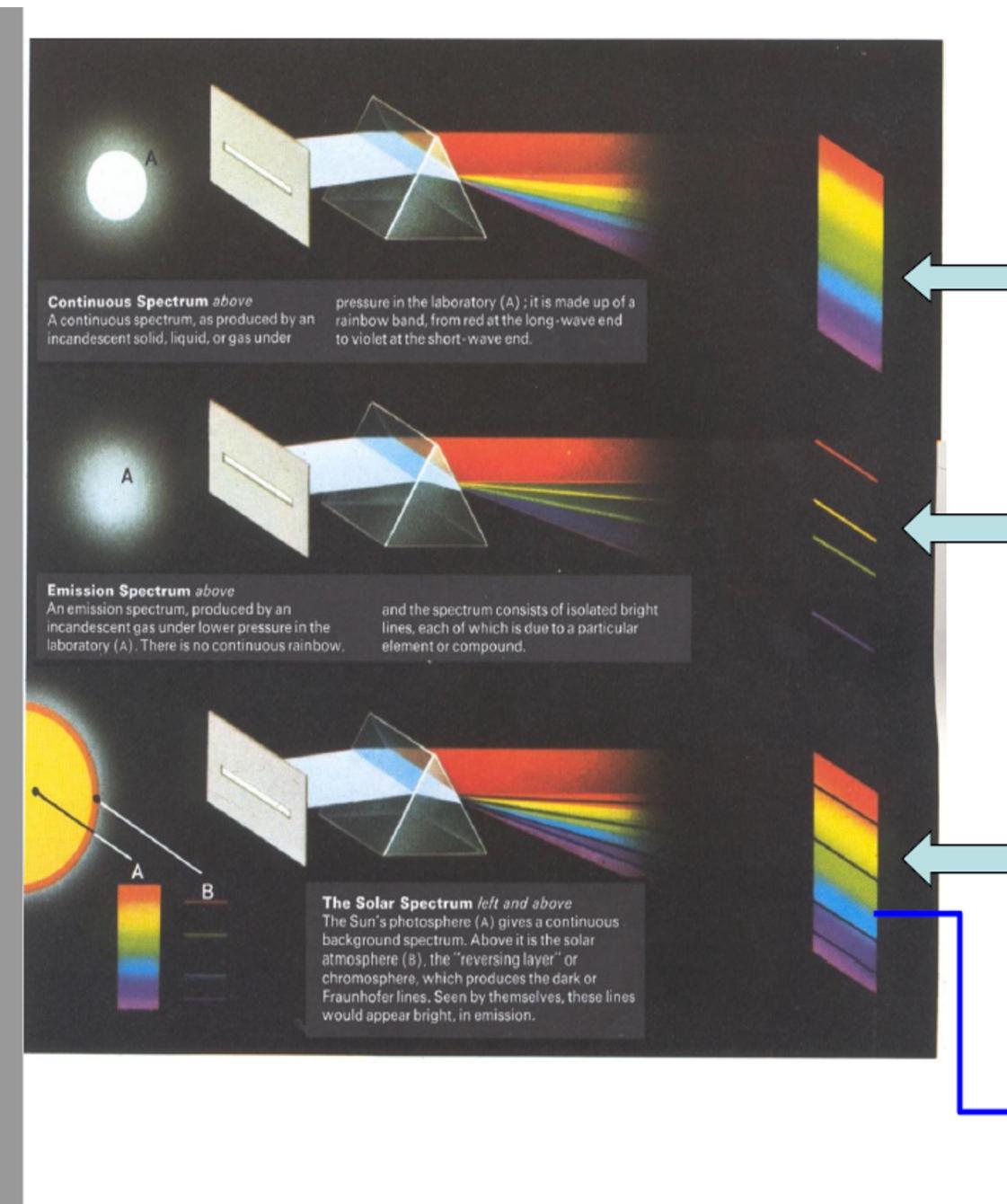
Spektar Sunca

. Spektar kao “sličica” nam nije od neke praktične koristi, češće ćemo crtati spektar kao funkciju:

Levo: raspodela energije koju dobijamo od Sunca. **Desno:** raspodela fotona po energijama.



Kirhofovi zakoni apsorpcije i emisije



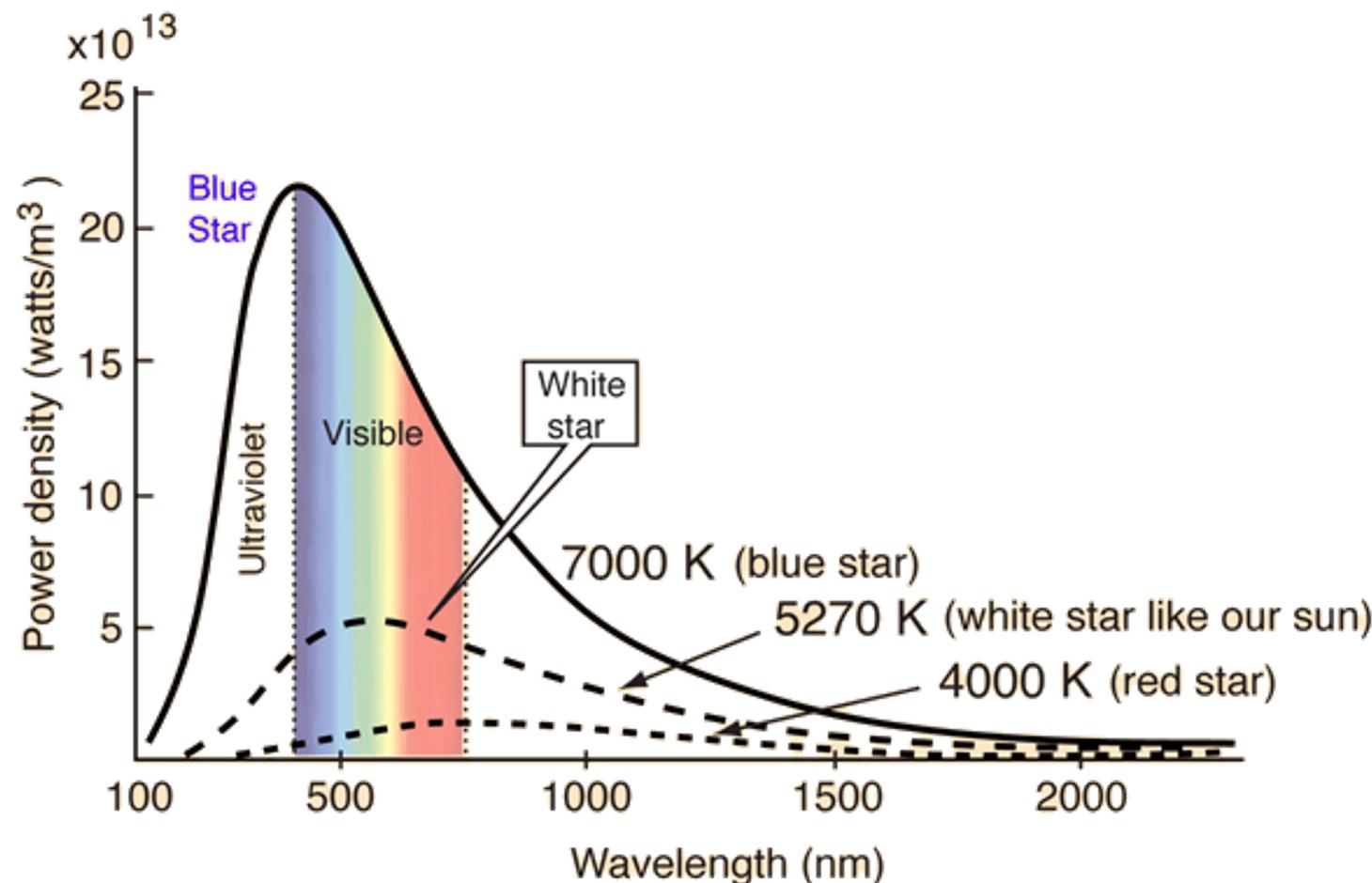
Kirhofovi zakoni (1860)

- Usijano čvrsto telo, tečnost ili gas pod visokim pritiskom emituju **neprekidni spektar**.
- Vreo gas pod niskim pritiskom emituje **emisioni linjski spektar**.
- Hladniji i redji gas ispred izvora neprekidnog zračenja daje **apsorpcioni spektar**.

**Spektri Sunca i zvezda nastaju u njihovim spoljnim slojevima
- zvezdanim atmosferama.**

Apsolutno crno telo

- Teorijska idealizacija, opisuje raspodelu fotona u nekom idealnom ravnotežnom stanju.
- Usijana gusta tela (zvezde, čvrsta tela) se mogu dobro aproksimirati kao absolutno crna tela. Ovo su "teorijski" spektri zvezda različitih temperatura



Plankov zakon zračenja absolutno crnog tela

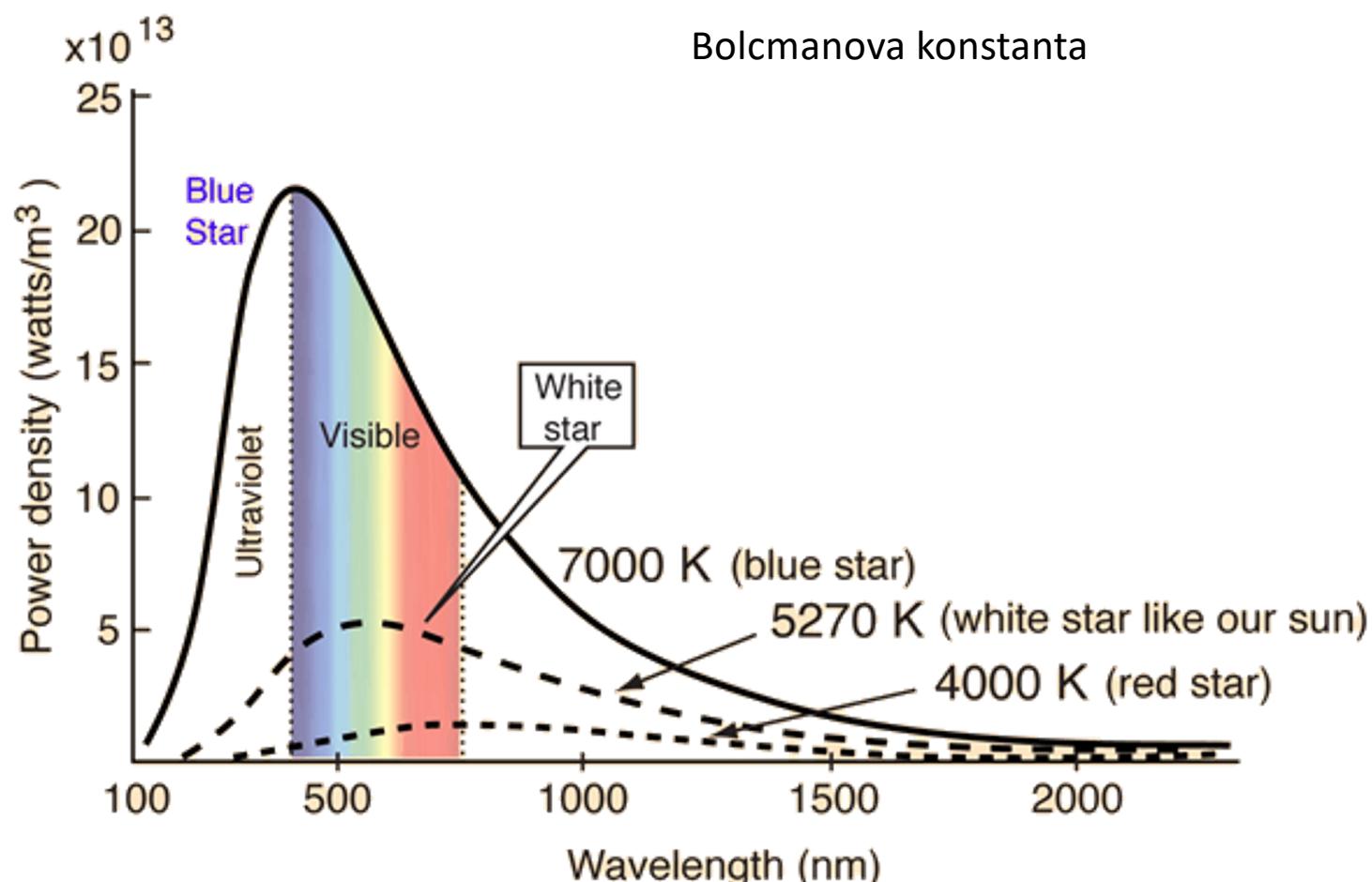
• Ova funkcija se može analitički zapisati:

Emisivnost tela

$$\epsilon_{\lambda} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

Plankova konstanta

Temperatura tela

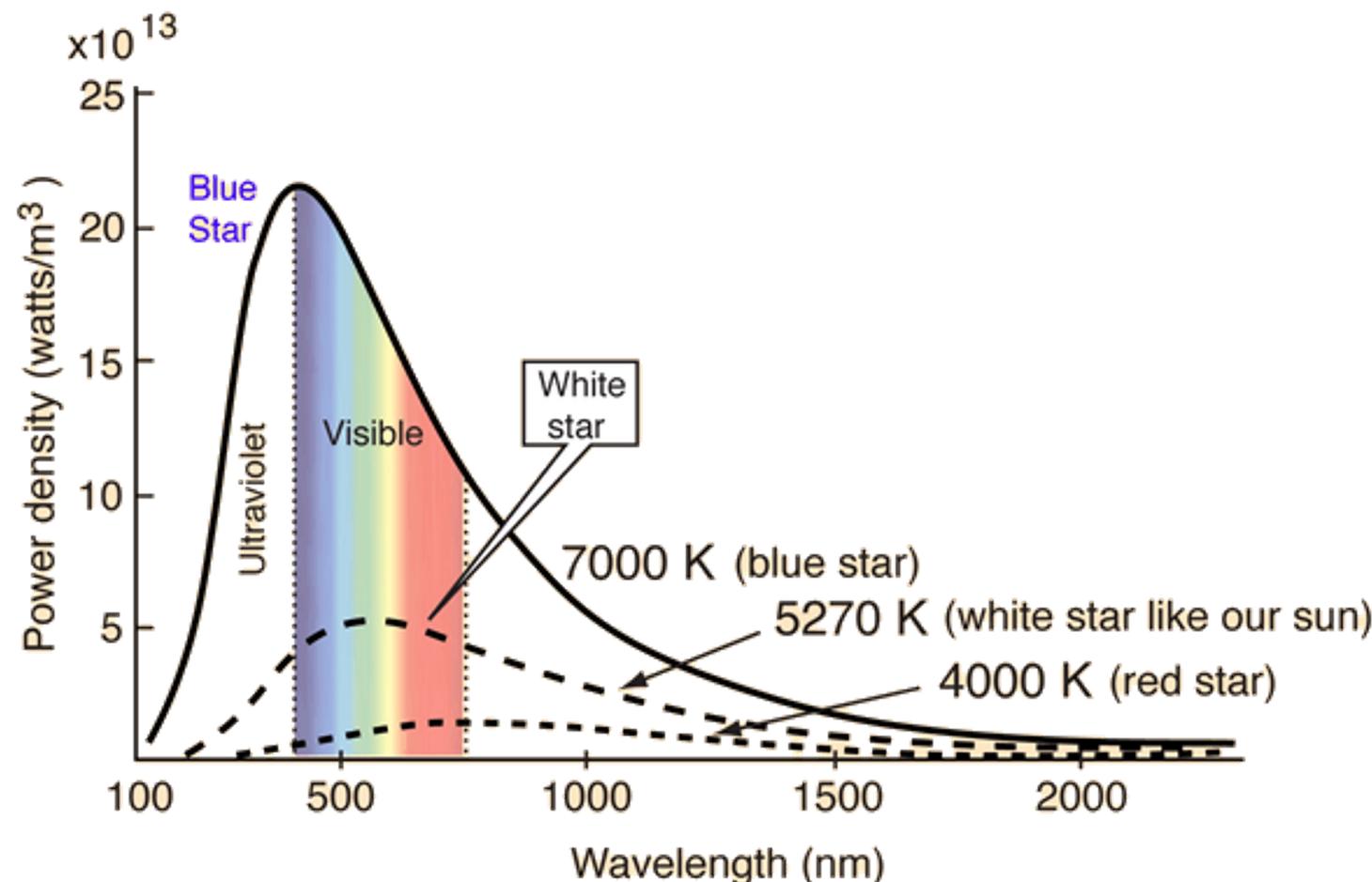


Plankov zakon zračenja absolutno crnog tela

Iz nje se može izvesti takozvani Štefan-Bolcmanov zakon:

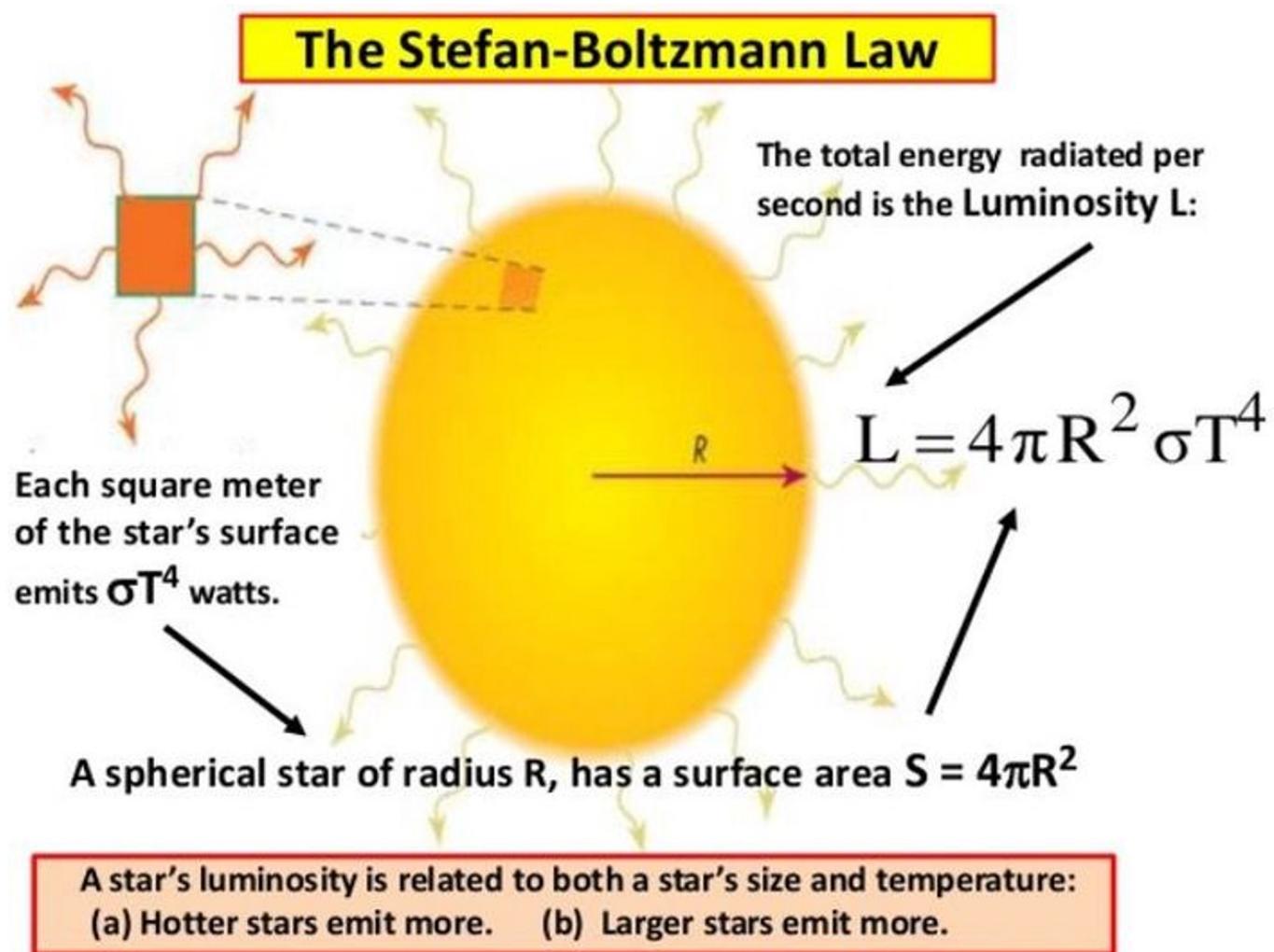
$$\epsilon = \sigma T^4$$

Izračena energija na svim talasnim dužinama (integraljena po talasnim dužinama), po jedinici površine, srazmerna je četvrtom stepenu temperature!



Luminoznost zvezda

•Ukupna energija koju zvezda izrači u jedinici vremena jednaka je proizvodu površne i ukupne emisivnosti. Luminoznost Sunca je 3.828×10^{26} W! (Vati)



Pitanje:

• Ako postoje zvezde koje emituju više od Sunca, zašto nam Sunce izgleda sjajnije?

Pitanje:

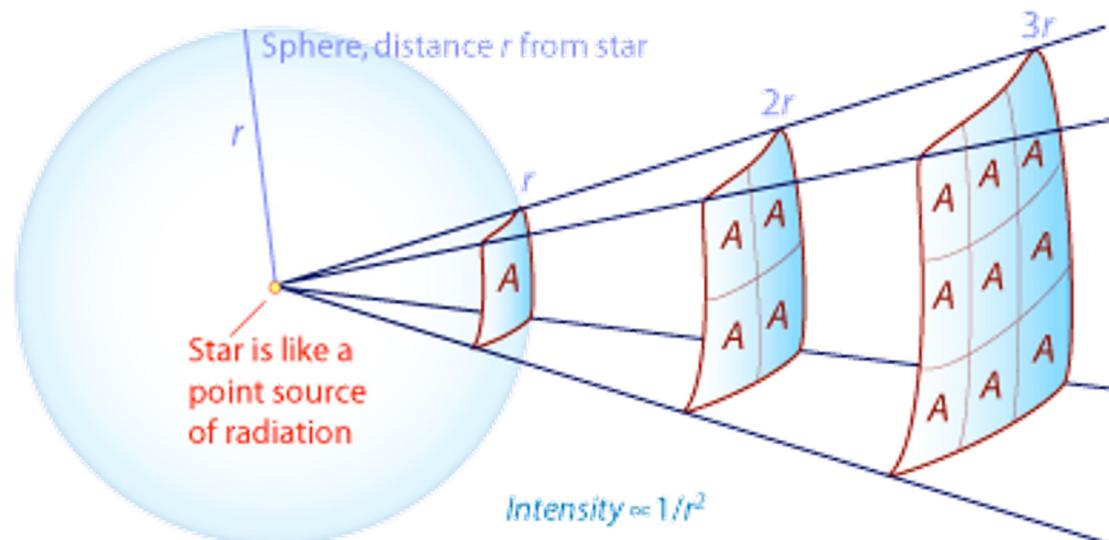
• Ako postoje zvezde koje emituju više od Sunca, zašto nam Sunce izgleda sjajnije?

• Zato što je bliže!

• Veličina koju merimo se zove **osvetljenost (irradiance)**:

$$\mathcal{E} = \frac{dE_{\text{primljeno}}}{dA_{\text{primljeno}}} = \frac{L}{4\pi d^2}$$

The Inverse-Square Relationship for Light



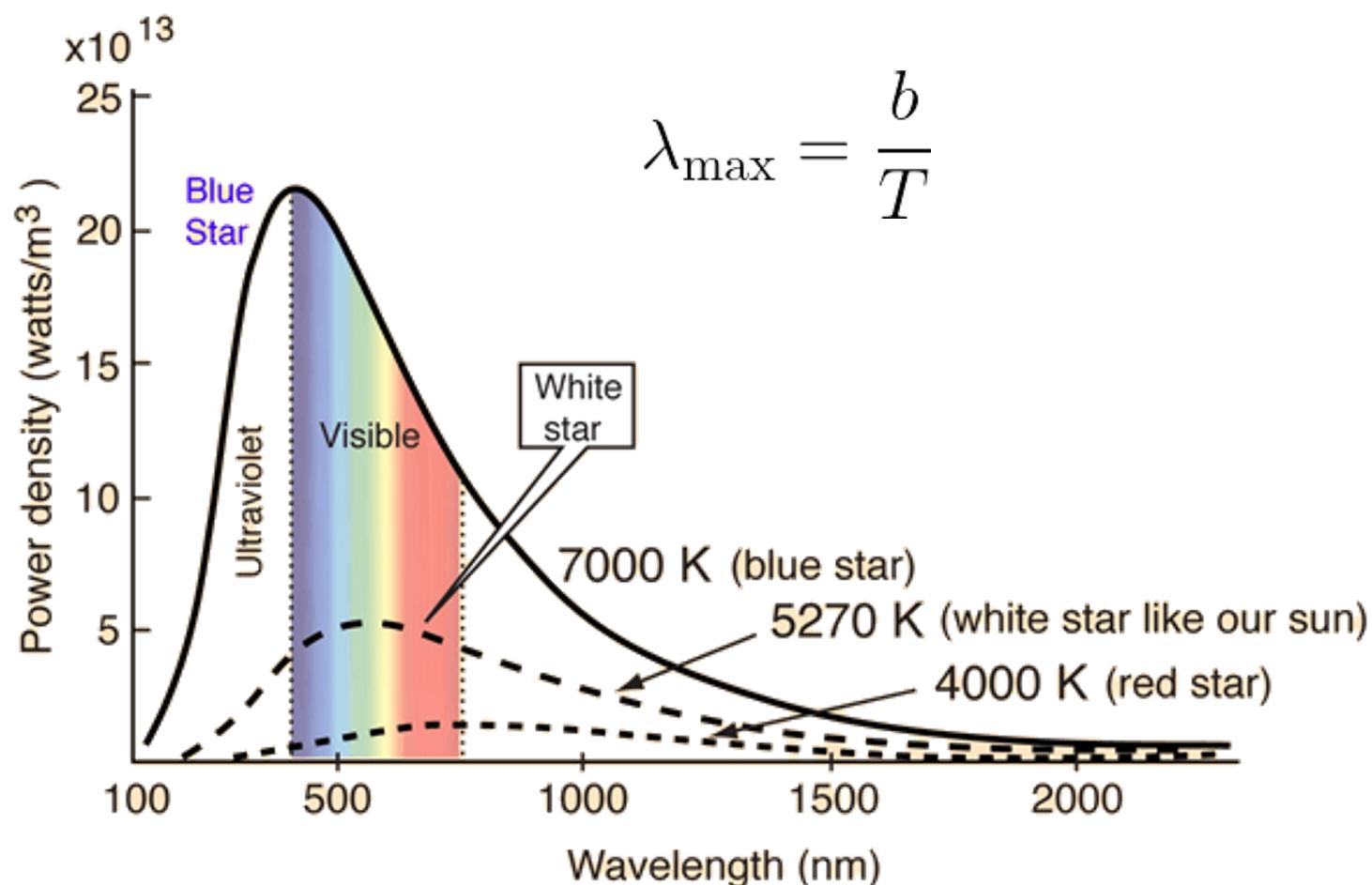
At a distance $2r$ from the source the radiation is spread over four times the area so is only $1/4$ the intensity that it is a distance r .

Radiation obeys an *inverse-square* relationship with distance.

Osvetljenost koju Zemlja dobija od Sunca iznosi oko 1400 W po m²!

Wien-ov (Vinov) zakon pomeranja

- Maksimum zračenja se pomera ka većim talasnim dužinama za manje temperature emitujućeg tela:

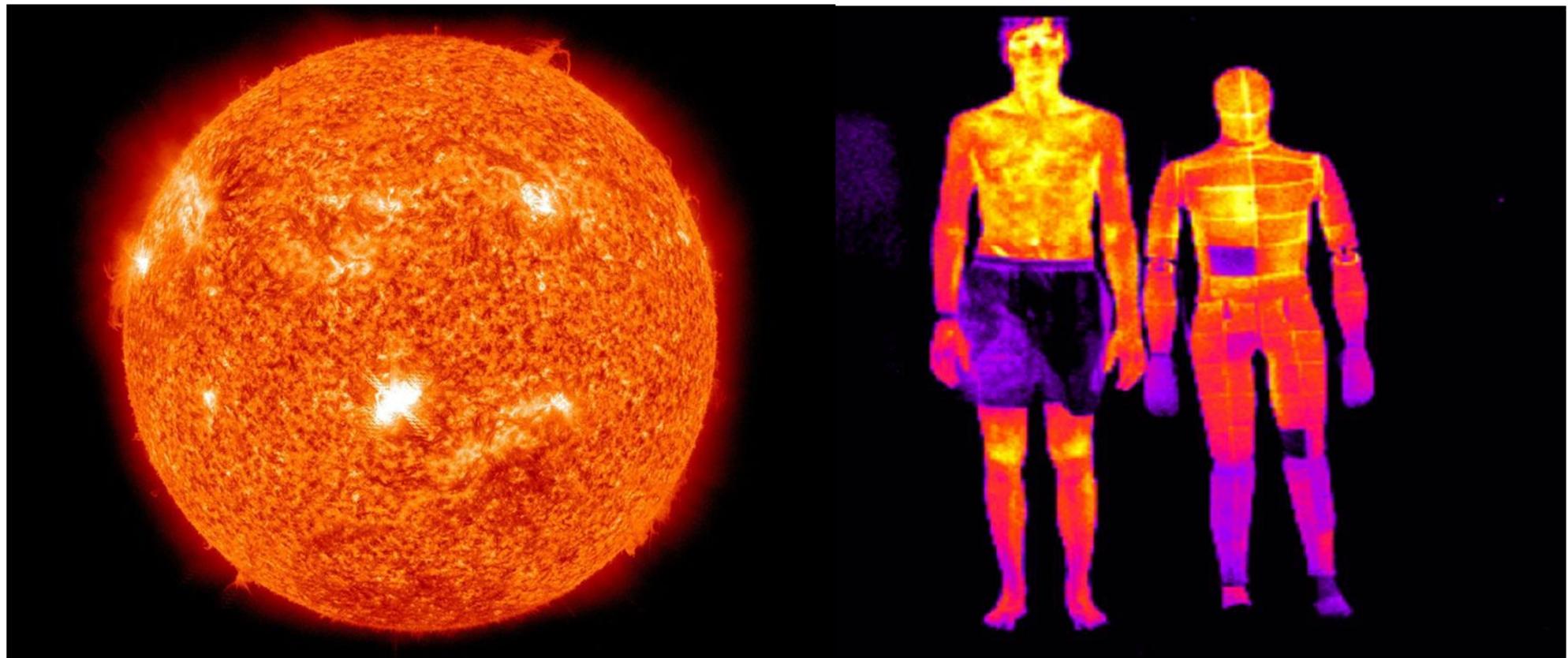


Pitanje

- Maksimum Sunčevog zračenja je na nekih 500 nm, na kojoj talasnoj dužini je maksimum zračenja (ne refleksije!) ljudskog tela?
- Kom delu spektra to odgovara?

Pitanje

- Maksimum Sunčevog zračenja je na nekih 500 nm, na kojoj talasnoj dužini je maksimum zračenja (ne refleksije!) ljudskog tela?
 - Kom delu spektra to odgovara?
- Odgovor:** Ljudsko telo je nekih 20 puta hladnije od Sunčeve površine pa je talasna dužina oko 20 puta veća, dakle oko **10 mikrometara. (IC deo spektra)**



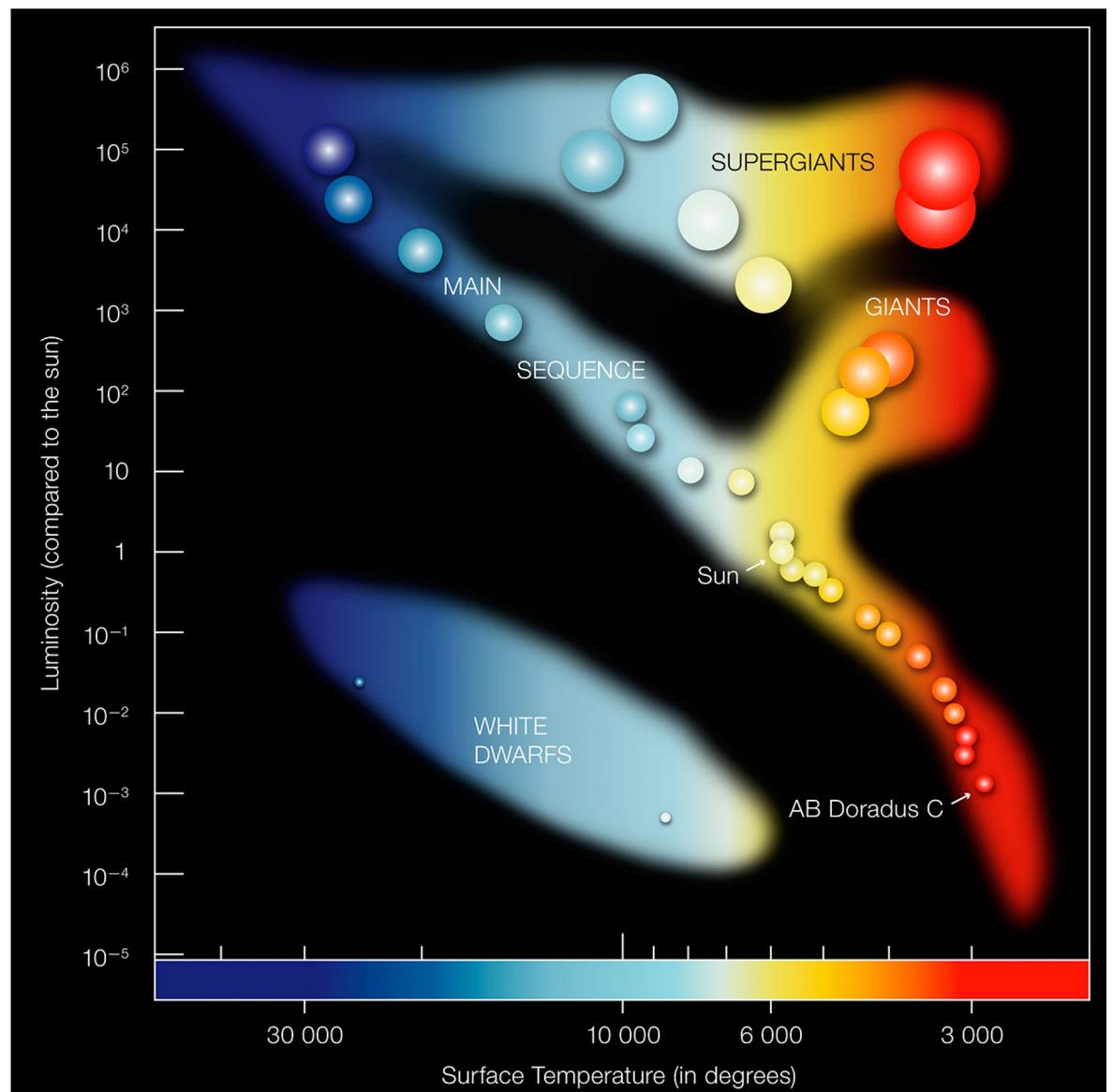
Da sumiramo:

- **Talasi** su poremećaji u nekoj sredini koji se prenose. Brzina prenosa zavisi od karakteristika sredine. Ti poremećaji prenose energiju.
- **Svetlost** je talas koji se prenosi jako velikom brzinom. Svetlost je poremećaj u električnom i magnetnom polju. Pošto ta polja postoje i u vakuumu, svetlost može da se prenosi kroz vakuum.
- Svetlost možemo da tretiramo i kao **česticu , foton**. U različitim situacijama vidimo talasnu ili čestičnu prirodu svetlosti.
- Svetlost nastaje u različitim procesima. Zvezde emituju svetlost nauštrb **termalne energije čestica**.
- Prva (ili bolje da kažemo nulta) aproksimacija je da zvezde emituju svetlost kao **apsolutno crna tela** – omogućava nam da vrlo lako opišemo zračenje zvezda (i sličnih gasova)

Klasifikacija zvezda po bojama / Luminoznosti

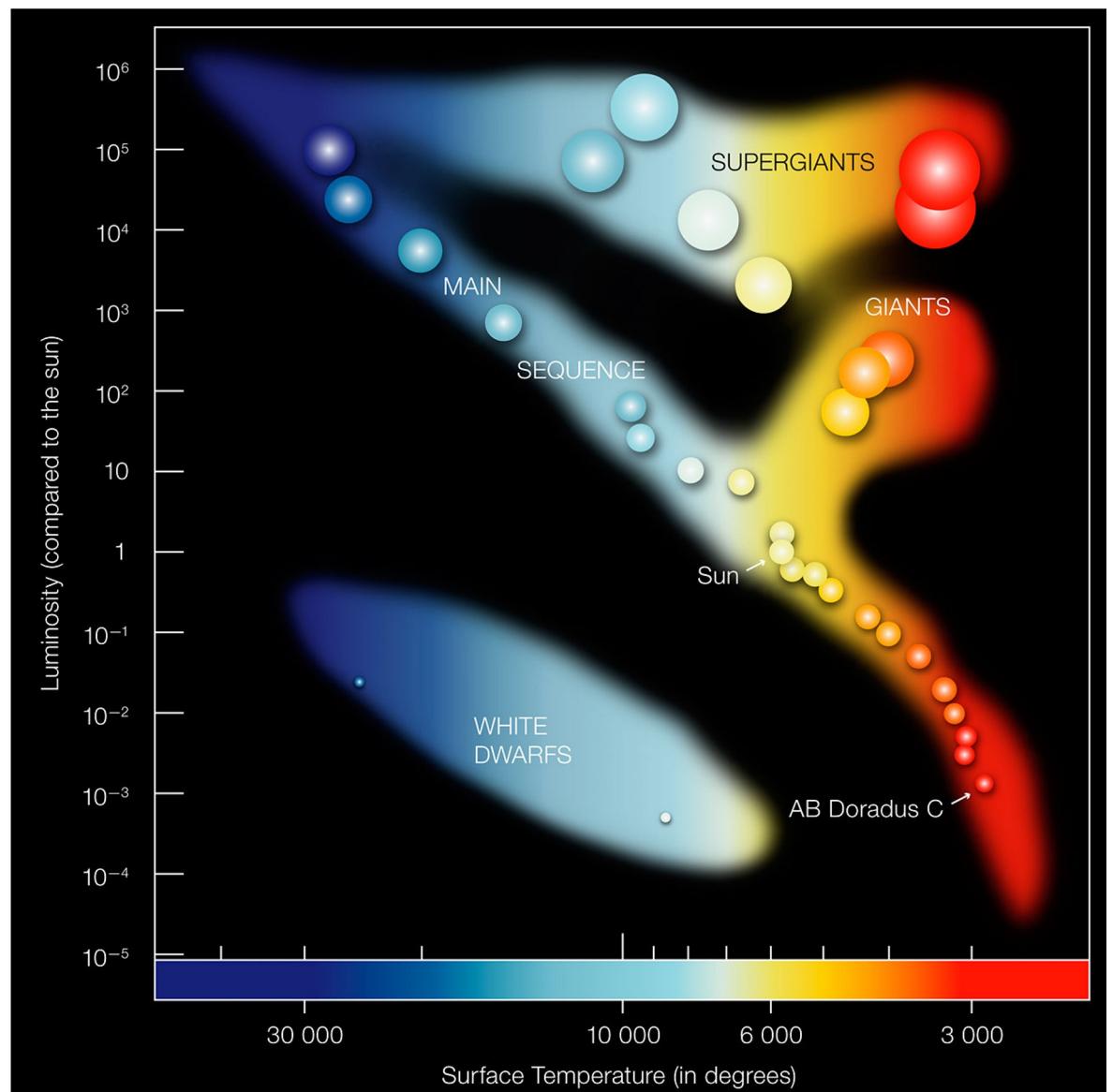
- Glavni niz: Zvezde značajno menjaju **luminoznost (snagu)**, ali ne toliko veličinu.
- Radijus zvezda se menja najviše za jedan red veličine.
- Zanimljivo je da sjajnije, masivnije zvezde žive **mnogo kraće** od manje sjajnih, manje masivnih zvezda.
- Medjutim, neke zvezde su jako tople, ali ipak nisu sjajne, neke su jako sjajne iako nisu tople, šta se tu dešava?

$$L = 4R^2\pi\sigma T^4$$



Klasifikacija zvezda po bojama / Luminoznosti

- Glavni niz: Zvezde značajno menjaju **luminoznost (snagu)**, ali ne toliko veličinu.
- Radijus zvezda se menja najviše za jedan red veličine.
- Zanimljivo je da sjajnije, masivnije zvezde žive **mnogo kraće** od manje sjajnih, manje masivnih zvezda.
- Medjutim, neke zvezde su jako tople, ali ipak nisu sjajne, neke su jako sjajne iako nisu tople, šta se tu dešava?
- **To su zvezde drugih “klasa luminoznosti”**



Zvezde po spektralnim klasama:

- O, B, A, F, G, K, M – temperatura od $\sim 50\,000$ K do ~ 3000 K
- Postoji još nekoliko “specijalnih” spektralnih klasa: L, T, Y, W, plus specijalne podklase osnovnih sedam klasa
- **Boje** koje pripisujemo zvezdama **nisu** boje koji bismo videli golim okom!
- Ovo je tabela koja opisuje zvezde takozvanog “glavnog niza”, to su zvezde koje su u “stabilnom” periodu života. Fuzionišu vodonik u helijum i tako stvaraju energiju koja ih održava (više o ovome za dva časa).

Class	Effective temperature ^{[2][3]}	Vega-relative chromaticity ^{[4][5][a]}	Chromaticity (D65) ^{[6][7][4][b]}	Main-sequence mass ^{[2][8]} (solar masses)	Main-sequence radius ^{[2][8]} (solar radii)	Main-sequence luminosity ^{[2][8]} (bolometric)
O	$\geq 30,000$ K	blue	blue	$\geq 16 M_{\odot}$	$\geq 6.6 R_{\odot}$	$\geq 30,000 L_{\odot}$
B	10,000–30,000 K	blue white	deep blue white	$2.1\text{--}16 M_{\odot}$	$1.8\text{--}6.6 R_{\odot}$	$25\text{--}30,000 L_{\odot}$
A	7,500–10,000 K	white	blue white	$1.4\text{--}2.1 M_{\odot}$	$1.4\text{--}1.8 R_{\odot}$	$5\text{--}25 L_{\odot}$
F	6,000–7,500 K	yellow white	white	$1.04\text{--}1.4 M_{\odot}$	$1.15\text{--}1.4 R_{\odot}$	$1.5\text{--}5 L_{\odot}$
G	5,200–6,000 K	yellow	yellowish white	$0.8\text{--}1.04 M_{\odot}$	$0.96\text{--}1.15 R_{\odot}$	$0.6\text{--}1.5 L_{\odot}$
K	3,700–5,200 K	light orange	pale yellow orange	$0.45\text{--}0.8 M_{\odot}$	$0.7\text{--}0.96 R_{\odot}$	$0.08\text{--}0.6 L_{\odot}$
M	2,400–3,700 K	orange red	light orange red	$0.08\text{--}0.45 M_{\odot}$	$\leq 0.7 R_{\odot}$	$\leq 0.08 L_{\odot}$

Rezime:

- Emitovana energija (u pola sfere), po jedinici površine, u jedinici vremena, po jedinici talasne dužine – **spektralna emisivnost / emitovana gustina fluksa**:

$$\epsilon_\lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$

- Integraljena po talasnim dužinama: **emisivnost / emitovana gustina fluksa**:

$$\epsilon = \sigma T^4$$

- Integraljena po površini (ovde prepostavljamo homogenost): **luminoznost**:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

- Primaljena energija po jedinici površine: **osvetljenost**

$$\mathcal{E} = \frac{d^2 E}{dA dt} \underset{\text{=}}{\circlearrowright} \frac{L}{4\pi d^2}$$

Ovo prepostavlja izotropno zračenje.
Dobra aproksimacija za zvezde, loša za npr. lasere

Rezime:

$$\epsilon_\lambda = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{hc/\lambda kT} - 1} \quad \epsilon = \sigma T^4$$

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

$$\mathcal{E} = \frac{d^2 E}{dA dt} = \frac{L}{4\pi d^2}$$

- Naravno, možemo da definišemo i razne kombinacije ovih veličina, npr: **spektralnu luminoznost, ili spektralnu osvetljenost.**
- Ne zaboravite da prve dve jednačine slede iz prepostavke **apsolutno crnog tela**, treća iz prepostavke da je zvezda homogena a četvrta iz toga da zvezda (ili bilo koji objekt) zrači izotropno.
- Striktno gledano, nijedna od ovih relacija ne važi ali su, barem za nas, dobre aproksimacije.

Magnituda

- Kao što smo videli, raspon luminoznosti (apsolutnog sjaja) zvezda je nekoliko redova veličina.
- Zbog različite udaljenosti do različitih zvezda, osvetljenost (prividni sjaj) zvezda pokriva još nekoliko redova veličina.
- Ljudska čula su logaritamski osetljiva na nadražaje.
- Zato npr., izražavamo intenzitet zvuka u dB (logaritamska skala):

Source	Intensity	Intensity level	\times TOH
Threshold of hearing (TOH)	10^{-12}	0 dB	1
Whisper	10^{-10}	20 dB	10^2
Pianissimo	10^{-8}	40 dB	10^4
Normal conversation	10^{-6}	60 dB	10^6
Fortissimo	10^{-2}	100 dB	10^{10}
Threshold of pain	10	130 dB	10^{13}
Jet take-off	10^2	140 dB	10^{14}
Instant perforation of eardrum	10^4	160 dB	10^{16}

Table 1.1 from [Müller, FMP, Springer 2015]

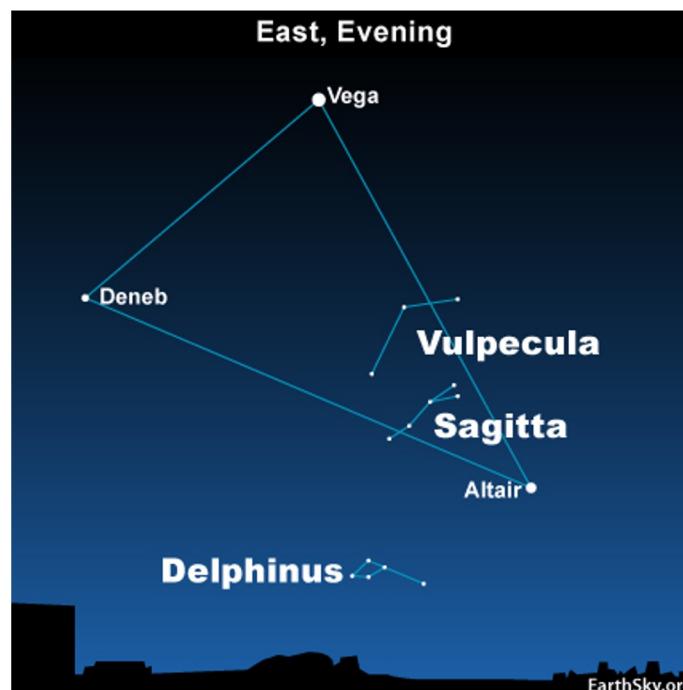
Magnitude

- Zato astronomi koriste **magnitude** – jedinice za prividni i absolutni sjaj u logaritamskoj skali:
- Uveo ih je **Pogson**, pre nekih 150 godina, imitirajući podelu na “klase” koje su uveli stari grci.
- **Prividna magnituda** neke zvezde je:

$$m = -2.5 \log \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_0}$$

Osvetljenost koju primamo od zvezde
Referentna osvetljenost
(osvetljenost koju daje zvezda
magnitude 0).

Zvezda koja ima prividnu magnitudu **nula**
je **Vega (najsjajnija zvezda u sazvežđu Lire)**



Neki sjajni objekti na nebu:

Object	V	Note
Sun	-26.7	
Full Moon	-12.0	
Venus	-4.7	at brightest
Sirius	-1.4	α Canis Major
Vega	0.0	α Lyra
Castor	0.0	α Gemini
Deneb	0.1	α Cygnus
Altair	0.2	α Aquila
Polaris	0.6	α Ursa Minor
Pollux	1.0	β Gemini
Betelgeuse	1.5	α Orion
Aldebaran	1.5	α Taurus
Antares	1.9	α Scorpius

Kada Betelgez postane crveni džin, prividna magnituda će mu biti -12.4!

Prividna magnituda

- Mera prividnog sjaja objekta
- Što je magnituda manja, to je objekat **sjajniji** (zapamtite to kao: prva magnituda je prva "klasa", druga magnituda je druga "klasa", itd...)
- Magnituda zavisi od **stvarnog** sjaja objekta i od **udaljenosti** do tog objekta:

$$m = -2.5 \log \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}_0}$$

$$\mathcal{E} = \frac{L}{4\pi d^2}$$

- Kako onda izražavamo **apsolutni sjaj** nekog objekta?
- **Apsolutnom magnitudom**

Apsolutna magnituda

- Mera apsolutnog (stvarnog) sjaja nekog objekta, tj. njegove **luminoznosti**

$$M = -2.5 \log \frac{L}{L_0}$$

$$M - m = 2.5 \log \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}(d = 10\text{pc})}$$

- Npr **Rigel** (jedna od zvezda u sazvežđu Orion) ima prividnu magitudu 0.12 i nalazi se na udaljenosti od oko 860 svetlosnih godina. Kolika je njena apsolutna magnituda?
- Apsolutna magnituda je **prividna magnituda nekog objekta koju bi taj objekt imao da je na udaljenosti 10 pc.**

Apsolutna i prividna magnituda nam daju udaljenost:

$$M = -2.5 \log \frac{L}{L_0}$$

$$M - m = 2.5 \log \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E}(d = 10\text{pc})}$$

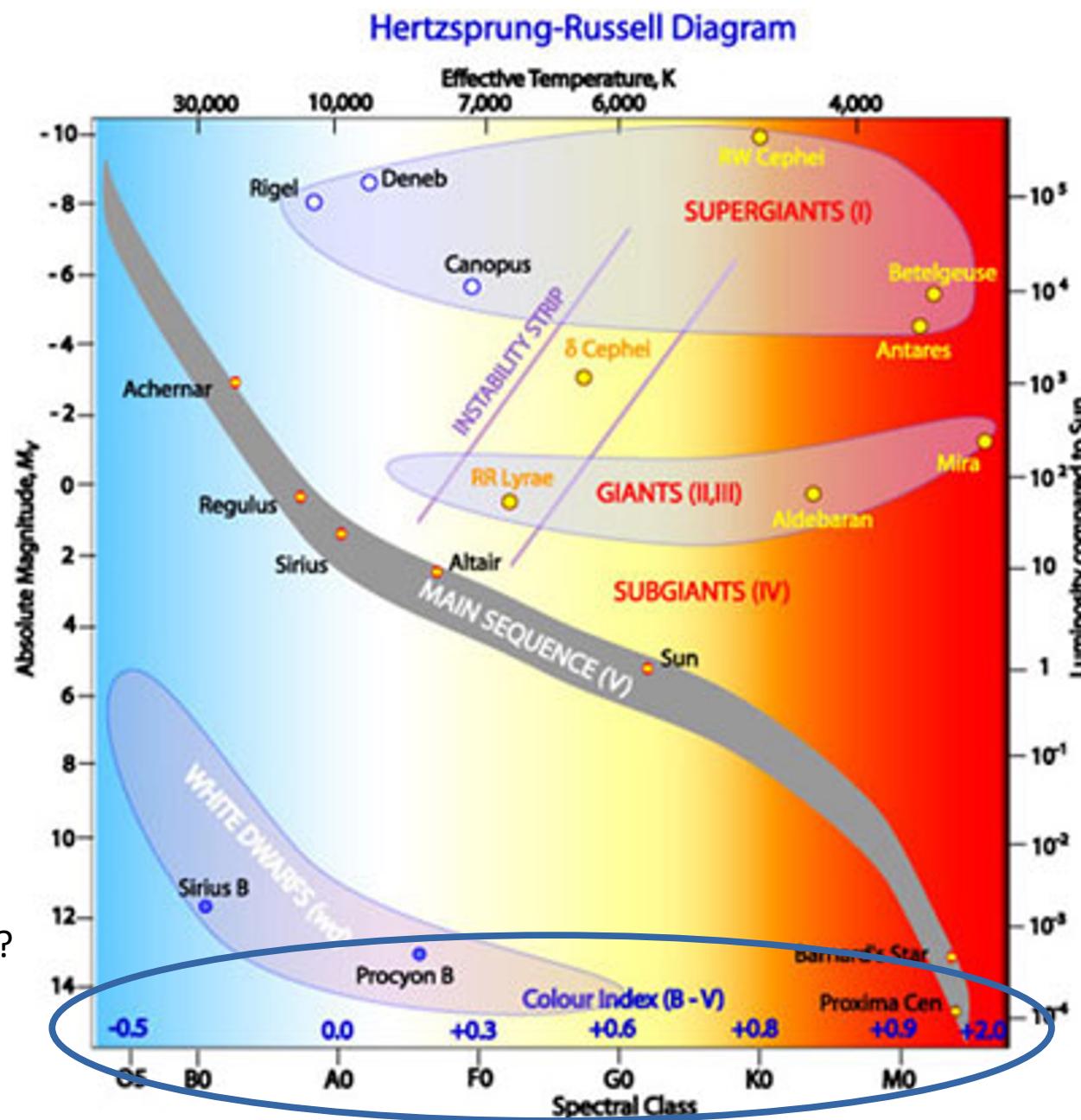
$$M - m = 2.5 \log \frac{L/4\pi d^2}{L/4\pi(10\text{pc})^2}$$

$$M - m = 5 - 5 \log d$$

Moduo udaljenosti

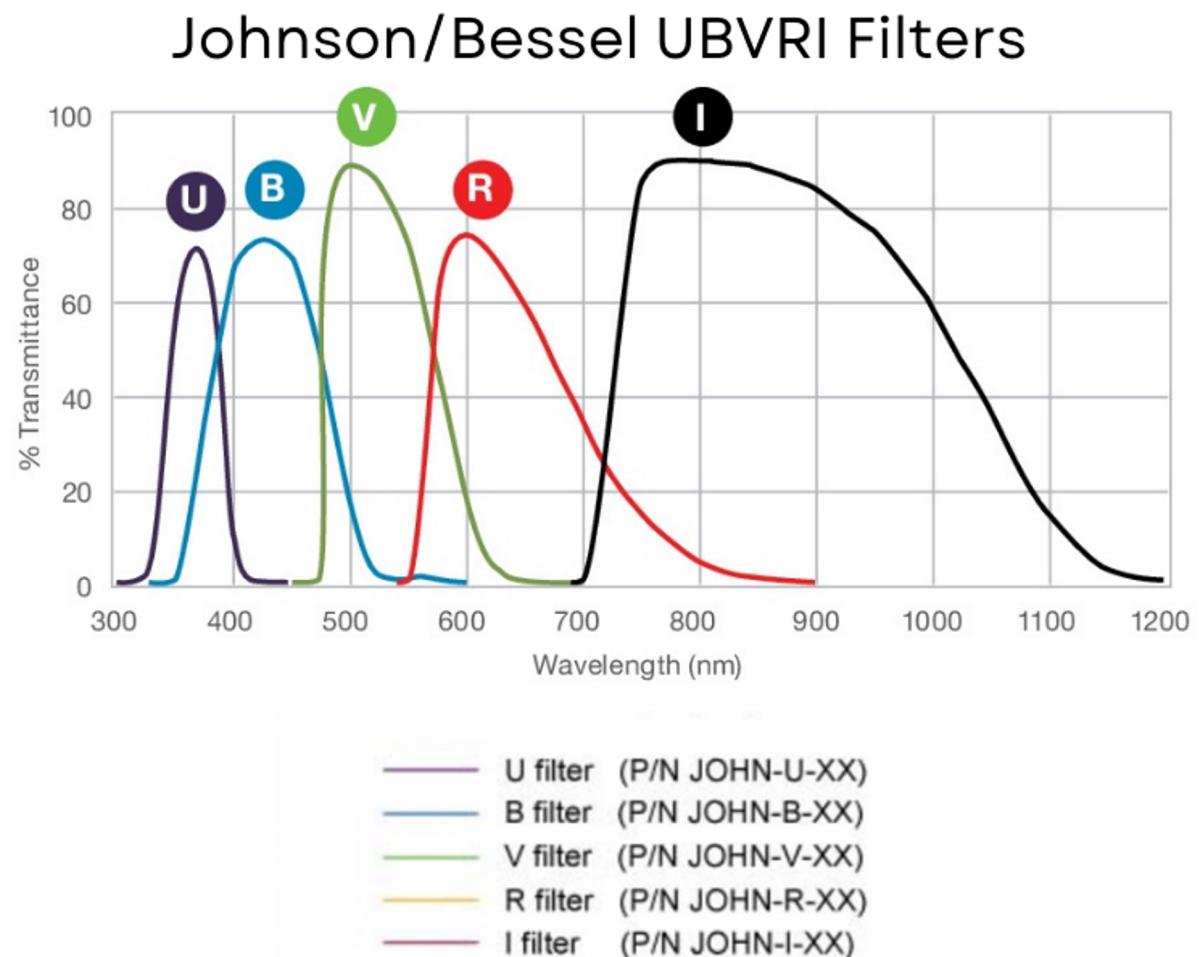
- Zamenom vrednosti dobili bismo da je absolutna magnituda Rigel-a oko -7!
- Poredjenja radi, absolutna magnituda Sunca je 4.8.
- Znači Rigel je oko 100 000 puta sjajniji od Sunca (emituje 100 000 puta više energije!)

HR dijagram sa absolutnom magnitudom

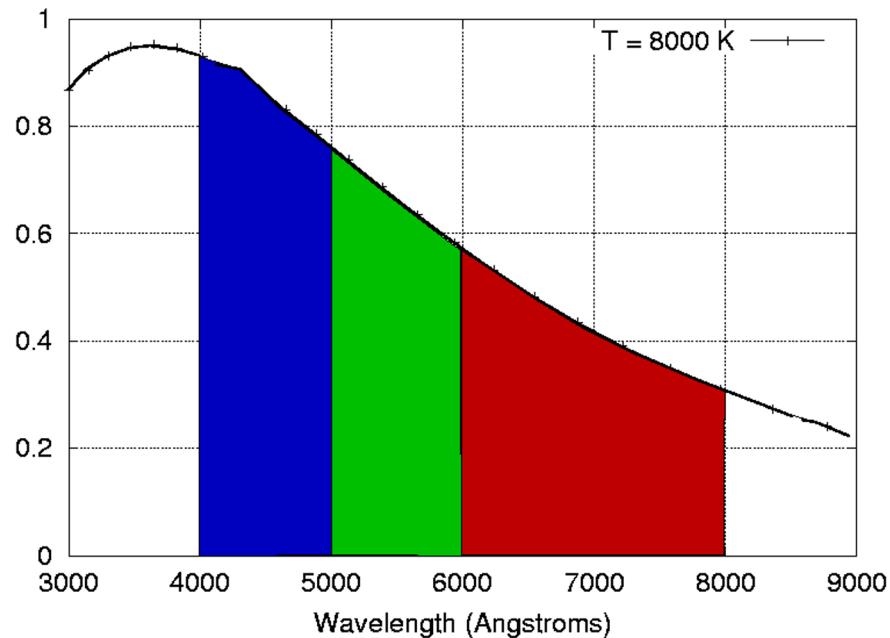


Magnitude zvezda u filterima

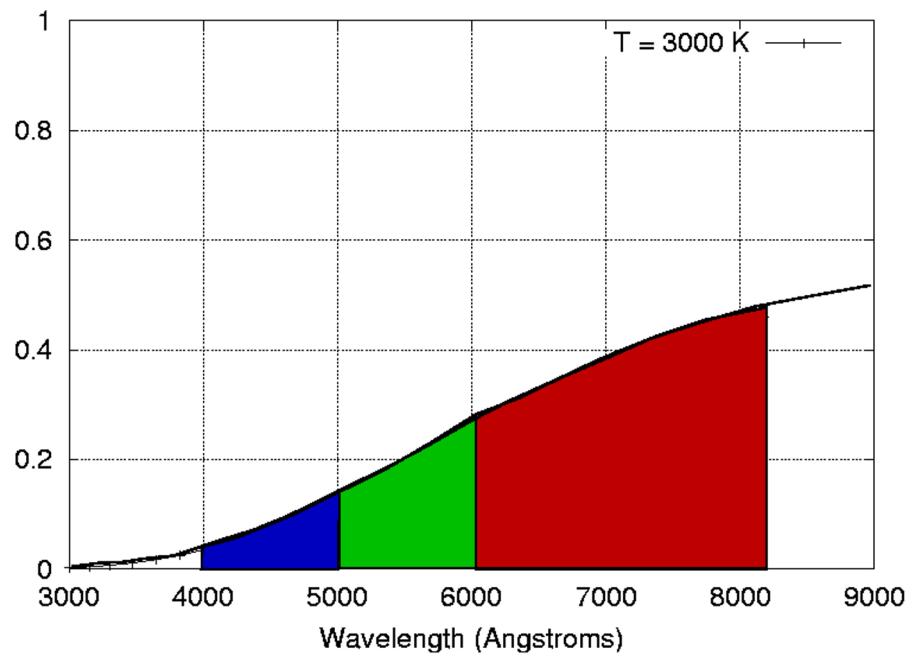
• Ako odredimo sjaj zvezde u nekom opsegu talasnih dužina, onda imamo neki uvid i u njenu fiziku:



Kolor indeks (*color index = CI*)



Topla zvezda



Hladna zvezda

$$CI = M_B - M_V = m_B - m_V$$

Plavlje (hladnije) zvezde imaju negativan kolor indeks, crvenije (hladnije), imaju pozitivan. Kolor indeks možemo, u principu, definisati izmedju bilo koja dva filtera!