

ТЕОРИЈА БРОЈЕВА 2

испитна питања 2022./2023.

доц. др Драган Ђокић

(Бројеви у заградама означавају поглавља из књиге: Горан Ђанковић, Теорија бројева)

1. Прстен аритметичких функција. Примери [1.1]
2. Група мултипликативних аритметичких функција. Примери [1.1]
3. Мебијусова функција и Мебијусова инверзија [1.2]
4. Средње вредности аритметичких функција: $\frac{1}{n}$ и број делилаца. Дирихлеов трик хиперболе [1.3]
5. Суме $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ и $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu(n)}{n^2}$. Средња вредност Ојлерове функције [1.3]
6. Карактери и Понтрјагинов дуал коначне Абелове групе [1.4]
7. Адитивни карактери, дискретна Фуријеова трансформација и Парсевалова једнакост [1.5]
8. Рамануџанове суме [1.5]
9. Дирихлеови карактери. Структура мултипликативне групе $(\mathbb{Z}/p\mathbb{Z})^{\times}$ (за прост број p) и Дирихлеови карактери по модулу p [1.6]
10. Структура мултипликативне групе $(\mathbb{Z}/p^{\alpha}\mathbb{Z})^{\times}$ (за прост број p и $\alpha \in \mathbb{N}$) и Дирихлеови карактери по модулу p^{α} [1.6]
11. Гаусове суме. Модул Гаусове суме [1.7]
12. Неједнакост Поља-Виноградова [1.7]
13. Скуп простих бројева је бесконачан (бар 3 различита доказа) [2.1]
14. Чебишовљеве оцене [2.2]
15. Асимптотика за суме $\sum_{\substack{p \leq x \\ p \text{ прост}}} \frac{\log p}{p}$ и $\sum_{\substack{p \leq x \\ p \text{ прост}}} \frac{1}{p}$, кад $x \rightarrow \infty$ [2.2]
16. Бертранов постулат (Чебишовљева теорема). Мертенсова формула [2.2 и 2.3]
17. Ератостен-Лежандрово решето [2.4]
18. Лежандрови симболи - основне особине. Гаусова сума Лежандровог симбола [7.1]

19. Гаусов закон квадратног реципроцитета [7.2]
20. Диофантске једначине: $x^4 + 4 = py^4$ и $y^2 = x^3 - 1$. Прстен Гаусових целих [6.1]
21. Примери прстена са нејединственом факторизацијом: $\mathbb{Z}[\sqrt{-6}]$, $\mathbb{Z}[\sqrt{-5}]$, $\mathbb{Z}[\sqrt{-29}]$ и $\mathbb{Z}[\sqrt{26}]$ [6.2]
22. Алгебарска раширења поља и алгебарски елементи раширења. Алгебарски цели бројеви и њихов минимални полином [8.1]
23. Раширења једним алгебарским елементом [8.1]
24. Квадратна бројна поља и њихови прстени целих [9.1]
25. Факторизација на просте идеале у квадратним бројним пољима [10.1]
26. Диофантске апроксимације реалних бројева рационалним. Дирихлеова теорема и последице [12.1]
27. Фарејев низ. Хурвицова теорема [12.2]
28. Апроксимације реалних алгебарских бројева рационалним. Лиувилова теорема [12.3]