

# Практикум 12

Никола Велов

Једанаеста недеља

## 1 Задаци

1. Посматрајмо  $3 \times 3$  матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & -3 & 5 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix}$$

- a) Израчунати детерминанту матрице користећи Лапласов развој по првој врсти.
- b) Израчунати детерминанту матрице користећи Лапласов развој по првој колони.
- c) Написати израз за развој по пермутацијама детерминанте ове матрице.
- d) Решити систем једначина  $Ax = b$  по вектору  $x$  користећи Крамерово правило, где је вектор  $b$  дат са  $b = (1 \ 0 \ -1)^T$ .

2. Посматрајмо инвертибилну матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

- a) Израчунати детерминанту матрице  $A$ .
- b) Израчунати детерминанту инверза  $A^{-1}$ .

c) Дефинишимо сада матрицу  $B$  на следећи начин:

$$B = \begin{pmatrix} a & b & c \\ b & c & a \\ c & a & b \end{pmatrix}$$

Израчунати детерминанту матрице  $B$  на два начина и извести познати идентитет

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = (a + b + c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - ac - bc)$$

3. Нека су  $x, y, z$  реални бројеви. Посматрајмо матрице

$$S = \begin{pmatrix} 0 & y & z \\ z & x & 0 \\ y & 0 & x \end{pmatrix}$$

$$T = \begin{pmatrix} 0 & z & y \\ y & x & 0 \\ z & 0 & x \end{pmatrix}$$

a) Израчунати детерминанте матрица  $S$  и  $T$ .

b) Дата је матрица

$$W = \begin{pmatrix} y^2 + z^2 & xy & zx \\ xy & z^2 + x^2 & yz \\ xz & yz & x^2 + y^2 \end{pmatrix}$$

Израчунати детерминанту матрице  $W$  користећи део под а).