



Писмени испит из Алгебре 2

Р смер, 26.6.2016.

- ① Показати да је $\langle \rho^n \rangle$ центар диедарске групе \mathbb{D}_{2n} , $n \geq 2$. Показати да је $\text{Inn } \mathbb{D}_4 \cong \mathbb{Z}_2^2$ и $\text{Inn } \mathbb{D}_{2n} \cong \mathbb{D}_n$ за $n \geq 3$. Да ли је група \mathbb{D}_{2^k} ($k \geq 2$) решива?
- ② Показати да група G реда $3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 67$ има тачно једну нормалну подгрупу H реда 67. Ако количничка група G/H има бар 11 елемената реда 4, показати да она није проста.
- ③ Дати су скупови $K := \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ a-b & b \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$ и $I := \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ a & 0 \end{pmatrix} \mid a \in \mathbb{Z} \right\}$.
 - а) Показати да је K потпрстен прстена $M_2(\mathbb{Z})$. Да ли је K комутативан?
 - б) Показати да је I идеал у K . Да ли је овај идеал главни?
 - в) Показати да је $K/I \cong \mathbb{Z}$. Да ли је идеал I прост/максималан?
- ④ а) Одредити минимални полином μ елемента $\alpha = \sqrt{2} + i\sqrt{7}$ над пољем \mathbb{Q} .
б) Одредити коренско поље K полинома μ над \mathbb{Q} . Да ли је $K = \mathbb{Q}(\alpha)$?
в) Одредити једну базу векторског простора K над \mathbb{Q} и координате $\frac{\alpha^6+1}{\alpha}$ у тој бази.

Сваки задатак носи по 15 поена, укупно 60. Услов за излазак на усмени је 30 поена. Време за рад је 3 сата. Срећно!



Писмени испит из Алгебре 2

Р смер, 26.6.2016.

- ① Показати да је $\langle \rho^n \rangle$ центар диедарске групе \mathbb{D}_{2n} , $n \geq 2$. Показати да је $\text{Inn } \mathbb{D}_4 \cong \mathbb{Z}_2^2$ и $\text{Inn } \mathbb{D}_{2n} \cong \mathbb{D}_n$ за $n \geq 3$. Да ли је група \mathbb{D}_{2^k} ($k \geq 2$) решива?
- ② Показати да група G реда $3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 67$ има тачно једну нормалну подгрупу H реда 67. Ако количничка група G/H има бар 11 елемената реда 4, показати да она није проста.
- ③ Дати су скупови $K := \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ a-b & b \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z} \right\}$ и $I := \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ a & 0 \end{pmatrix} \mid a \in \mathbb{Z} \right\}$.
 - а) Показати да је K потпрстен прстена $M_2(\mathbb{Z})$. Да ли је K комутативан?
 - б) Показати да је I идеал у K . Да ли је овај идеал главни?
 - в) Показати да је $K/I \cong \mathbb{Z}$. Да ли је идеал I прост/максималан?
- ④ а) Одредити минимални полином μ елемента $\alpha = \sqrt{2} + i\sqrt{7}$ над пољем \mathbb{Q} .
б) Одредити коренско поље K полинома μ над \mathbb{Q} . Да ли је $K = \mathbb{Q}(\alpha)$?
в) Одредити једну базу векторског простора K над \mathbb{Q} и координате $\frac{\alpha^6+1}{\alpha}$ у тој бази.

Сваки задатак носи по 15 поена, укупно 60. Услов за излазак на усмени је 30 поена. Време за рад је 3 сата. Срећно!