ZADACI

(sistemi linearnih jednačina)

1. Napisati *MatLAB* program za rešavanje trodijagonalnog sistema jednačina $Ax = b$, gde je A matrica formata $n \times n$, a b kolona formata $n \times 1$, Gausovom metodom uzimajući za pivote elemente sa glavne dijagonale. (Kod trodijagonalnog sistema, komponente matrice A koje se ne nalaze na jednoj od tri glavne dijagonale su jednake nuli).

2. Neka je A realna, regularna, kvadratna matrica formata 3×3. Napisati *MatLAB* program koji najpre nalazi interval vrednosti za realni parametar λ za koji iterativni proces

$$x^{(n+1)} = (I - \lambda A)x^n + b$$

konvergira, a zatim napisati program koji navedenom iterativnom metodom za slučajno izabrano λ iz dopustivog intervala nalazi rešenje sistema $Ax = b$ sa zadatom tačnošcu ε.

3. Napisati *MatLAB* program koji za unetu matricu A i vektor b, Gausovom metodom rešava sistem jednačina $A \cdot x = b$ dimenzije $n \times n$ i to :

   a) potpunim pivotiranjem;

   b) delimičnim pivotiranjem.

   Uporediti dobijena rešenja sa rešenjem dobijenim korišćenjem *MatLAB* operatora "\". (Ako je matrica sistema singularna, program treba da da informaciju o tome).

4. Napisati *MatLAB* program koji za unetu matricu A i vektor b, najpre proverava regularnost matrice A, a zatim metodom LU dekompozicije rešava sistem jednačina $A \cdot x = b$ dimenzije $n \times n$.

   a) Uporediti dobijeno rešenje sa rešenjem dobijenim korišćenjem *MatLAB* funkcije $lu(A)$.

   b) Na slučajan način izabrati 100 parova (A_n, b_n), $n = 1, 2, ..., 100$ (A_n su matrice formata $n \times n$, a b_n kolona formata $n \times 1$) i rešiti sisteme $A_n \cdot x = b_n$. Neka su x_n i y_n rešenja dobijena gornjim programom i korišćenjem *MatLAB* operatora "\". Grafički prikazati zavisnost norme razlike rešenja $x_n - y_n$, $n = 1, 2..., 100$, od mere uslovljenosti matrice A_n. (Program treba da izbaci iz razmatranja one matrice A_n koje su singularne).

5. Napisati *MatLAB* program koji

   a) metodom proste iteracije;

   b) Gaus–Zajdelovom metodom;

   rešava sistem jednačina $A \cdot x = b$ dimenzije $n \times n$ sa zadatom tacnošću ε, za matricu A, kolonu b i tačnost ε koje unosi korisnik, uz proveru regularnosti matrice sistema A. Grafički prikazati zavisnost brzine konvergencije (broj iteracija potrebnih za nalaženje približnih rešenja) od tačnosti ε u oba slučaja (neka se, na primer, ε menja od 0.001 do 0.000001 sa korakom 0.000002).

6. **a)** Napisati *MatLAB* program koji za unetu kvadratnu matricu A najpre proverava njenu regularnost, a zatim Gausovom metodom sa izborom glavnog elementa (potpuno pivotiranje) nalazi njenu inverznu matricu.

   b) Na slučajan način izabrati 100 kvadratnih matrica $A_n, n = 1, 2, ..., 100$, a zatim im naći inverzne matrice korišćenjem gornjeg programa i *MatLAB* funkcije $inv(A)$. Grafički prikazati zavisnost norme razlike dobijenih rešenja od mere uslovljenosti matrice A_n. (Program treba da izbaci iz razmatranja matrice A_n koje su singularne).

7. Napisati *MatLAB* program koji za unetu matricu A i vektor b rešava sistem $A \cdot x = b$ dimenzije $n \times n$ metodom Čoleski dekompozicije matrice A i poredi dobijeni rezultat sa rezultatom dobijenim primenom *Matlab* funkcije $chol(A)$. Podrazumeva se da je na unetu matricu A moguće primeniti Čoleski dekompoziciju.

8. Napisati *MatLAB* program koji za datu matricu formata $n \times n$, $n = 2, 3, 4$, nalazi njene sopstvene vrednosti i sopstvene vektore metodom Danilevskog (za nalaženje nula karakterističnog polinoma je potrebno koristiti neku od metoda za rešavanje nelinearnih jednačina). Posebno obratiti pažnju na slučaj kada metoda nije direktno primenjiva već treba prethodno permutovati kolone (vrste) matrice.

9. Napisati *MatLAB* program koji za datu matricu formata $n \times n$, $n = 2, 3, 4$ nalazi najveću po modulu sopstvenu vrednost i njoj odgovarajući sopstveni vektor metodom proizvoljnog vektora sa unapred zadatom tačnošću ϵ. Program treba da da i grafički prikaz konvergencije rešenja.