

# Анализа 1 (трећи ток), школска 2023/24, испитна питања

1. Скупови, основне операције, везе између операција
2. Бинарне релације, релација еквиваленције
3. Релација поретка, инфимум и супремум скупа
4. Аксиома супремума и аксиома непрекидности
5. Функције, сурјективност, инјективност, композиција, слика и инверзна слика
6. Функције, инверзна функција
7. Природни, цели, рационални бројеви
8. Потпуно уређено поље
9. Реални бројеви, супремум и инфимум, основна својства, проширени скуп реалних бројева
10. Архимедово својство, јединственост структуре реалних бројева
11. Отворени и затворени скупови у  $\mathbb{R}$ , тачке нагомилавања
12. Архимедово својство и Канторова теорема о уметнутим одсечцима
13. Болцано–Вајерштрасова теорема (о тачкама нагомилавања)
14. Борел–Лебегово својство, Лебегова лема о покривању
15. Декадни систем
16. Егзистенција корена, дефиниција експоненцијалне, степене и логаритамске функције
17. Комплексни бројеви, неједнакост Коши–Шварц–Буњаковског, нормиран векторски простор
18. Математичка индукција (различити облици)
19. Биномна формула, неједнакост између аритметичке и геометријске средине, Бернулијева неједнакост
20. Кардинални бројеви, пребројиви подскупови скупа реалних бројева
21. Кардинални бројеви, Канторова теорема, кардиналност скупа реалних бројева
22. Гранична вредност низа реалних бројева, особине
23. Простори  $c$  и  $c_0$ , особине
24. Лема о два полицајца (за низове) и њене последице
25. Основни примери граничних вредности низова,  $(\frac{1}{n})_{n \in \mathbb{N}}$ ,  $(\sqrt[n]{a})_{n \in \mathbb{N}}$ ,  $(\sqrt[n]{n})_{n \in \mathbb{N}}$ ,  $(a^n)_{n \in \mathbb{N}}$ ,  $(\frac{p(n)}{q(n)})_{n \in \mathbb{N}}$ , где су  $p, q \in \mathbb{R}[x]$
26. Гранична вредност монотоног низа; број  $e$
27. Кошијеви низови, особине, Кошијев критеријум конвергенције низа реалних бројева
28. Конструкција поља реалних бројева
29. Тачке нагомилавања низа реалних бројева
30. Горња и доња гранична вредност низа реалних бројева, особине
31. Штолцова теорема и њене последице, Кошијев став
32. Гранична вредност реалне функције реалне променљиве, особине; конвергенција по скупу, лева и десна гранична вредност, конвергенција у бесконачности и ка бесконачности
33. Хајнеова карактеризација постојања граничне вредности
34. Основне особине граничне вредности функције, лема о два полицајца
35. Смена променљиве у граничној вредности
36. Кошијев критеријум конвергенције реалне функције, осцилација функције на скупу
37. Горња и доња гранична вредност функције, особине
38. Својства реалних функција, ограничене функције, особине
39. Монотоне функције, особине, гранична вредност монотоне функције, монотоност инверзне функције
40. Периодичност, парност, знак реалне функције реалне променљиве
41. Конвексност и Јенсен–конвексност, Јенсенова неједнакост
42. Непрекидност реалних функција реалне променљиве, локална својства, осцилација функције у тачки
43. Прекиди прве и друге врсте, непрекидност слева и здесна
44. Болцанова теорема о међувредности за непрекидне функције
45. Вајерштрасова теорема за непрекидне функције
46. Равномерна непрекидност, Канторова теорема, Липшицове функције
47. Непрекидне периодичне функције, непрекидне Јенсен–конвексне функције
48. Непрекидност и монотоност, непрекидност инверзне функције
49. Кошијева функционална једначина, дефиниција синусне функције, Ојлеров идентитет
50. Полиномска и рационална функција, основни став алгебре и његове последице
51. Приказ праве рационалне функције у облику линеарне комбинације простих
52. Експоненцијална, логаритамска и степена функција,  $\lim_{x \rightarrow 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x}$  ( $a > 0$ ),  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^\alpha - 1}{x}$ ,  
 $e^x \geq 1 + x$ ,  $\frac{x}{x+1} \leq \ln(1+x) \leq x$
53. Тригонометријске функције,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ ,  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}$
54. Инверзне тригонометријске функције, хиперболичке и инверзне хиперболичке функције
55. Елементарне функције, непрекидност елементарних функција
56. Класификација бесконачно малих и бесконачно великих величина, асимптотске релације  $o$ ,  $O$ ,  $\sim$  и њихова својства, поредбена скала
57. Асимптоте реалне функције реалне променљиве

58. Асимптотика равномерно непрекидне функције
59. Диференцијабилност реалних функција реалне променљиве, правила диференцирања
60. Геометријско тумачење извода, тангента и нормала, диференцијал, леви и десни извод
61. Теореме средње вредности, последице
62. Особине слике изводне функције
63. Равномерна непрекидност диференцијабилне функције
64. Изводи вишег реда, Лајбницова формула
65. Вишеструкост нула полинома
66. Локални екстремуми реалних функција реалне променљиве, монотоност диференцијабилне функције
67. Конвексност и диференцијабилност, конвексност два пута диференцијабилне функције, превојне тачке
68. Лопиталова правила
69. Тејлоров полином, Тејлорова формула са остатком у Пеановом облику, примене
70. Тејлорова формула са остатком у Лагранжовом и Кошијевом облику
71. Тејлорови полиноми основних елементарних функција
72. Примитивна функција, неодређени интеграл
73. Смена променљиве и парцијална интеграција у случају неодређеног интеграла
74. Интеграција рационалних функција
75. Интеграција функција облика  $R(\sin x, \cos x)$ ,  $R(e^x)$  ( $R$  рационална функција)
76. Интеграција функција облика  $R(x, (\frac{ax+b}{cx+d})^{q_1}, \dots, (\frac{ax+b}{cx+d})^{q_k})$ ,  $q_1, \dots, q_k \in \mathbb{Q}$  ( $R$  рационална функција), биномни диференцијал
77. Интеграција функција облика  $R(x, \sqrt{ax^2 + bx + c})$  ( $R$  рационална функција)
78. Риманов интеграл, дефиниција, интегралне и Дарбуове суме, горњи и доњи интеграл
79. Риманов интеграл, интеграбилност монотоних и непрекидних функција
80. Услови интеграбилности композиције функција
81. Лебегов критеријум интеграбилности
82. Риманов интеграл, својства, неједнакост троугла
83. Риманов интеграл, адитивност по скупу, интеграл парне и периодичне функције
84. Смена променљиве у Римановом интегралу
85. Прва теорема о средњој вредности интеграла
86. Извод и интеграл, Њутн–Лајбницова формула
87. Парцијална интеграција у случају Римановог интеграла, последице, Тејлоров остатак у интегралном облику
88. Друга теорема о средњој вредности интеграла
89. Функције ограничене варијације
90. Површина фигуре у равни и дужина лука криве, ректифицибилне криве
91. Површина и запремина обртног тела
92. Несвојствени интеграл, својства, Кошијев критеријум
93. Несвојствени интеграл позитивних функција, поредбени критеријум
94. Апсолутна и условна конвергенција несвојствених интеграла, Абелов и Дирихлеов критеријум
95. Нумерички ред, појам конвергенције, Кошијев критеријум
96. Поредбени критеријуми конвергенције редова са ненегативним члановима
97. Кошијев корени и Даламберов критеријум конвергенције реда са ненегативним члановима
98. Гаусов критеријум конвергенције реда са ненегативним члановима
99. Позитивни редови са монотоним члановима, Кошијев кондезациони и интегрални критеријум конвергенције нумеричког реда
100. Апсолутна и условна конвергенција нумеричког реда, операције са редовима
101. Непостојање универзалног критеријума конвергенције нумеричких редова
102. Апсолутна и условна конвергенција нумеричког реда, Риманова теорема
103. Множење редова, Кошијев производ
104. Апсолутна и условна конвергенција нумеричког реда, Лајбницов критеријум
105. Абелов и Дирихлеов критеријум конвергенције нумеричког реда
106. Бесконачни производи, Валисова формула,  $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx$